



**Titre:** Modélisation et identification statistique des machines synchrones :  
Title: outils et concepts

**Auteur:** René Wamkeue  
Author:

**Date:** 1998

**Type:** Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis

**Référence:** Wamkeue, R. (1998). Modélisation et identification statistique des machines  
Citation: synchrones : outils et concepts [Ph.D. thesis, École Polytechnique de Montréal].  
PolyPublie. <https://publications.polymtl.ca/6841/>

 **Document en libre accès dans PolyPublie**  
Open Access document in PolyPublie

**URL de PolyPublie:** <https://publications.polymtl.ca/6841/>  
PolyPublie URL:

**Directeurs de  
recherche:**  
Advisors:

**Programme:** Unspecified  
Program:

UNIVERSITE DE MONTREAL

MODÉLISATION ET IDENTIFICATION STATISTIQUE DES MACHINES  
SYNCHRONES: OUTILS ET CONCEPTS

RENÉ WAMKEUE

DÉPARTEMENT DE GÉNIE ÉLECTRIQUE ET DE GÉNIE INFORMATIQUE  
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

THÈSE PRÉSENTÉE EN VUE DE L'OBTENTION DU DIPLÔME DE  
PHILOSOPHIAE DOCTOR (Ph.D.)  
(GÉNIE ÉLECTRIQUE)

JANVIER 1998

©René Wamkeue, 1998.



National Library  
of Canada

Acquisitions and  
Bibliographic Services

395 Wellington Street  
Ottawa ON K1A 0N4  
Canada

Bibliothèque nationale  
du Canada

Acquisitions et  
services bibliographiques

395, rue Wellington  
Ottawa ON K1A 0N4  
Canada

*Your file Votre référence*

*Our file Notre référence*

The author has granted a non-exclusive licence allowing the National Library of Canada to reproduce, loan, distribute or sell copies of this thesis in microform, paper or electronic formats.

The author retains ownership of the copyright in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque nationale du Canada de reproduire, prêter, distribuer ou vendre des copies de cette thèse sous la forme de microfiche/film, de reproduction sur papier ou sur format électronique.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur qui protège cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

0-612-33035-4

Canada

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Cette thèse intitulée:

MODÉLISATION ET IDENTIFICATION STATISTIQUE DES MACHINES  
SYNCHRONES: OUTILS ET CONCEPTS

présentée par: WAMKEUE René

en vue de l'obtention du diplôme de: Philosophiae Doctor

a été dûment acceptée par le jury d'examen constitué de:

M. MARCEAU Richard, Ph.D., président

M. DAÏ-DO Xuan, Ph.D., membre et directeur de recherche

M. KAMWA Innocent, Ph.D., membre et codirecteur de recherche

M. OLIVIER Guy, Ph.D., membre

M. LEFEBVRE Serge, Ph.D., membre



*An extensive knowledge is needful to thinking people, it takes away the heat and fever; and helps, by widening speculation, to ease the burden of misery.*

**John Keats**

*À Flavie mon épouse  
À Stéphane, William, Alex, et Fred nos enfants  
À ma mère  
À mes frères et soeur  
À tous mes amis*

## REMERCIEMENTS

Il me fait plaisir d'adresser mes remerciements à :

M. Xuan Dai-Do, mon directeur de recherche pour la confiance qu'il m'a faite en acceptant de me diriger dans ce travail et pour ses conseils.

M. Innocent Kamwa, mon codirecteur de recherche pour m'avoir proposé ce sujet; pour sa franche et perpétuelle collaboration; pour ses compétences et son professionnalisme; pour avoir su tout le long de ce travail et de tout temps, avec patience et rigueur répondre à mes nombreuses questions; pour m'avoir apporté aux moments difficiles son soutien financier et moral;

M. Richard Marceau pour l'honneur qu'il me fait en présidant le jury de cette thèse.

MM. Guy Olivier et Serge Lefebvre pour avoir accepté d'être membres du jury.

Mme Louise Grenon, du Service des études supérieures de l'École Polytechnique, pour son message quotidien d'encouragement et de persévérance; pour la beauté et la grandeur de son cœur.

MM Fouad, Bissé Emmanuel, Jean Pierre Kenné, Nahi Kandil et André Tchokogué pour leur support moral et intellectuel.

M. Jean Fouman Akame de la Présidence de la République du Cameroun et son épouse Mme Marie Fouman Akame pour leur sincère amitié; pour leurs conseils et leur message perpétuel d'encouragement.

M. Nimangue Ti-Hémade Émile, ingénieur des arts et manufactures de l'École Centrale de Paris (Promotion 1966) pour m'avoir très tôt inculqué les vertus de l'honneur, du travail bien fait, de l'amour et de la tolérance.

Le ministère de l'Enseignement Supérieur et de La Recherche Scientifique du Cameroun et l'Agence Canadienne de Développement International (ACDI) pour m'avoir accordé la bourse d'études qui m'aura permis de réaliser ce travail.

## RÉSUMÉ

L'objectif de ce travail est de bâtir un modèle mathématique fiable et précis capable de représenter de manière optimale le comportement dynamique des machines synchrones dans les réseaux électriques et les installations industrielles.

Pour y parvenir, un ajustement des circuits équivalents de Park-Canay s'avère nécessaire. Nous proposons une modélisation plus pertinente de l'axe homopolaire de Park en y incluant la connexion du neutre de la machine selon le régime de neutre envisagé. Un nombre arbitraire et ajustable de circuits amortisseurs permet d'adapter le modèle à toute machine synchrone à structure et ordre précis en plus d'offrir la possibilité d'étudier la dynamique de celle-ci sur une large bande de fréquences. Une extension des inductances de Canay dans l'axe  $q$ - est proposée.

Quatre modèles d'état faisant fi de la plupart des simplifications souvent rencontrées et répondant à toutes les possibilités de contrôle de la machine synchrone sont mis au point. La théorie de la saturation croisée basée sur les constantes de saturation d'axes  $d$ - et  $q$ - est utilisée pour inclure la saturation magnétique dans nos modèles. L'analyse originale que nous faisons des courts-circuits asymétriques leur confère une plus grande confiance que le court-circuit triphasé classique dans l'estimation des paramètres de la machine synchrone. De plus, avec la conception et la mise en oeuvre des essais nécessitant un modèle de contrôle en courant et hybride (contrôle en courants armatures et tension de champ), une voie est désormais ouverte à un large éventail de choix d'essais d'identification paramétrique de la machine synchrone.

Un nouveau concept d'identification au maximum de vraisemblance inspiré des moindres carrés généralisés associant le filtre de Kalman est utilisé pour l'identification des paramètres. Il conduit aisément au blanchiment des résidus et permet de surcroît d'évaluer la variance de chaque paramètre estimé en calculant la borne inférieure de Cramér-Rao. L'efficacité de l'algorithme et la précision des résultats obtenus sont éprouvées par des simulations effectuées sur les modèles identifiés de deux machines du

réseau d'Hydro-Québec et comparées aux signaux recueillis et traités. Une étude comparative de l'estimateur proposé avec l'estimateur aux moindres carrés pondérés démontre la supériorité de la méthode préconisée.

Ce travail prioritairement orienté vers les réseaux électriques répond également aux besoins de l'industrie, notamment dans la conception des machines et l'identification des processus industriels.

## ABSTRACT

The purpose of this work is to build a reliable and efficient mathematical model that could optimally represent the dynamic behaviour of synchronous machines in the electric power systems and industrial plants.

In order to attain this objective, it is necessary to adjust the Park-Canay synchronous-machine equivalent circuits. We propose an efficient modelling of the zero-sequence axis by including the neutral connection of the machine according to the system grounding used. The arbitrary and adjustable number of damper windings allows the machine behaviour to be studied in a large frequency band and the same model format to be adopted for any given synchronous machine and model order. The q-axis Canay reactances extension is proposed.

Four state space models according to all the possibilities of the synchronous-machine control are built without any mathematical simplification frequently met. The cross saturation theory based on the d- and q- axis saturated constants are used to include the magnetic saturation in the previous models. The original analysis of the asymmetrical short-circuit tests presented shows that they are more confident than the classical sudden three-phase short-circuit test for the parameters estimation of the synchronous machine. Furthermore, with the conception and implementation of the tests that need current-controlled and hybrid machine models, many tests could now be chosen for identification procedure.

A new concept of the maximum likelihood identification inspired from the generalized least-squares in conjunction with the steady-state Kalman filter is used for parameter identification. This method leads to the white innovation sequence. Therefore, the variance is evaluated on each estimated parameter by computing the Cramér-Rao lower bound. The effectiveness of the proposed algorithm and the efficiency of the obtained results are proved by means of the validation process. In fact, the simulations

done with the identified models of two large generators of Hydro-Quebec network are compared with smoothed recorded data. The computational results are compared with those obtained using the weighted least-squares estimator shows the superiority of our algorithm.

This work oriented in priority to the electric power system could also be used for the industry needs such as the conception of the electric machines and the systems identification.

## TABLE DES MATIÈRES

	<b>Pages</b>
<b>DÉDICACE.....</b>	<b>iv</b>
<b>REMERCIEMENTS.....</b>	<b>v</b>
<b>RÉSUMÉ.....</b>	<b>vii</b>
<b>ABSTRACT.....</b>	<b>ix</b>
<b>TABLE DES MATIÈRES.....</b>	<b>xi</b>
<b>LISTE DES ANNEXES.....</b>	<b>xix</b>
<b>LISTE DES FIGURES.....</b>	<b>xx</b>
<b>LISTE DES TABLEAUX.....</b>	<b>xxv</b>
<b>LISTE DES SYMBOLES.....</b>	<b>xxvii</b>
 <b>INTRODUCTION .....</b>	 <b>1</b>
1. Importance socio-économique de l'identification de la machine synchrone.....	1
2. L'identification des systèmes: l'approche.....	2
3. Évolution de l'identification structurale de la machine synchrone.....	4
4. Les problèmes de l'identification structurale de la machine synchrone.....	5
5. L'identification paramétrique de la machine synchrone: l'état de l'art.....	8
6. Problèmes de l'identification paramétrique de la machine synchrone.....	9
7. Organisation et présentation du travail.....	9
 <b>CHAPITRE I AJUSTEMENT DES ÉQUATIONS DE PARK DE LA MACHINE SYNCHRONE.....</b>	 <b>14</b>
1.1 Hypothèses d'analyse.....	14
1.1.1 Hypothèse du premier harmonique.....	14
1.1.2 La perméabilité de la machine est constante.....	14



1.1.3 Les circuits magnétiques sont feuilletés.....	15
1.2 Unification des conventions alternateur et moteur des équations de la machine synchrone.....	15
1.3 Évaluation numérique de la transformée de Park.....	16
1.3.1 Transformée de Park en régime permanent.....	16
1.3.2 Transformée de Park en régime dynamique.....	19
1.4 Modèle amélioré de l'axe homopolaire de Park.....	20
1.4.1 Modèle de Park du neutre de la machine synchrone.....	20
1.4.2 Modélisation des différents régimes de neutre.....	23
1.4.2.1 Régimes à neutre impédant.....	24
1.4.2.2 Régimes à neutre connecté à la terre à travers une faible impédance.....	24
1.4.3 Homopolaires de Park et de Fortescue: Analogies et différences.....	25
1.5 Harmonisation des équations de la machine synchrone.....	27
1.5.1 Équations de flux.....	27
1.5.2 Calcul des réactances de l'axe d-.....	29
1.5.3 Extension des réactances de Canay dans l'axe q-.....	29
1.6 Harmonisation des équations classiques de tensions.....	31
1.7 Équations mécaniques de la machine synchrone.....	35
1.8 Détermination des conditions initiales du régime statique.....	38
1.8.1 Angle interne en charge.....	38
1.8.2 Angle interne à vide.....	41
1.9 Représentation black-box (boîte noire) de la machine synchrone.....	43
 <b>CHAPITRE II MODÉLISATION MATHÉMATIQUE ET PARAMÉTRIQUE DE LA MACHINE SYNCHRONE.....</b>	 <b>46</b>
2.1 Modèles linéaires.....	46

2.1.1	Modèle d'état d'une machine commandée par des tensions d'armature et de champ (structure à paramètres admittances).....	46
2.1.2	Modèle d'état d'une machine synchrone commandée par des courants armatures et la tension de champ (structure à paramètres hybrides).....	50
2.1.2.1	Modèle avec flux d'armatures et courant de champ comme variables de sortie.....	52
2.1.2.1.1	Étude dans un axe arbitraire.....	52
2.1.2.1.2	Modèle découplé: étude dans l'axe d- et dans l'axe q- .....	55
2.1.2.2	Modèle avec tensions armatures et courant de champ comme variables de sortie.....	58
2.1.2.2.1	Étude dans un axe arbitraire.....	58
2.1.2.2.2	Modèle découplé: étude dans l'axe d- et dans l'axe q- .....	60
2.1.3	Modèle d'état d'une machine synchrone commandée par des courants armatures et de champ.....	64
2.1.3.1	Modèle avec flux d'armature et flux de champ comme variables de sortie.....	65
2.1.3.2	Modèle avec tensions d'armature et tension de champ comme variables de sortie.....	68
2.1.4	Modèle d'état d'une machine synchrone commandée par des tensions armatures et le courant de champ.....	70
2.1.4.1	Modèle avec courants comme variables d'état.....	72
2.1.4.2	Modèle avec flux comme variables d'état.....	73
2.1.4.3	Cas particulier: machine à réluctance avec amortisseurs.....	75
2.1.5	Matrices de transfert et constantes de temps de la machine synchrone.....	76
2.1.5.1	Matrices de transfert des modèles de machine.....	76

2.1.5.2	Impédances operationnelles et constantes de temps de la structure à paramètres admittances de la machine synchrone.....	78
2.1.5.3	Impédances operationnelles et constantes de temps de la structure à paramètres hybrides de la machine synchrone.....	79
2.1.5.4	Calcul d'un circuit équivalent standard à partir des constantes de temps de court-circuit.....	81
2.2	Cas non linéaires.....	84
2.2.1	Structure à paramètres admittances et hybrides-inverses.....	84
2.2.1.1	Machine connectée à un réseau.....	85
2.2.2	Structure à paramètres hybride et impédances.....	89
2.3	Modèles de saturation de la machine synchrone.....	92
2.3.1	Modèle de saturation croisée à facteur de saturation.....	92
2.3.2	Identification des paramètres du modèle de saturation.....	93
2.4	Paramétrisation des modèles de machine.....	95

### **CHAPITRE III MISE EN OEUVRE NUMÉRIQUE DES MODÈLES ET EXEMPLES DE SIMULATION.....**

3.1	Calcul des matrices d'état d'une machine 3-3.....	97
3.1.1	Modèle linéaire à paramètres admittances.....	97
3.1.2	Modèle linéaire électromécanique à paramètres hybrides.....	99
3.2	Calcul du circuit équivalent standard de l'alternateur A3 de la centrale La Grande 3 (Hydro-Québec) à partir de ses constantes de temps normalisées.....	102
3.3	Calcul des constantes standard de l'alternateur A3 de La Grande 3 (Hydro-Québec) à partir des paramètres des circuits équivalents.....	103
3.4	Application à l'étude de la stabilité dynamique d'un réseau électrique par analyse modale: méthode de connexion des composantes.....	104
3.5	Technique numérique de simulation de la machine synchrone.....	109
3.5.1	Exemples d'application aux modèles linéaires.....	110

3.5.1.1	Modèle hybride-inverse: prédiction des courants armatures d'une machine lors d'une ouverture brusque du circuit de champ.....	110
3.5.1.2	Modèle linéaire à paramètres impédances: essai de décroissance de flux statorique à circuit de champ ouvert.....	111
3.5.1.3	Modèle linéaire à paramètres hybrides: essai de décroissance de flux statoriques avec circuit de champ en court-circuit.....	112
3.5.2	Exemple d'application au modèle nonlinéaire: transitoires électromécaniques d'une machine saturée lors d'un court-circuit triphasé.....	113
3.5.2.1	Identification des paramètres du modèle de saturation.....	114
3.5.2.2	Oscillogrammes du court-circuit triphasé symétrique d'une machine saturée.....	115

## **CHAPITRE IV CONCEPTION ET MISE EN OEUVRE D'EXPÉRIENCES OPTIMALES POUR L'IDENTIFICATION DE LA MACHINE SYNCHRONE**

	.....	117
4.1	L'essai optimal pour identifier la machine synchrone.....	117
4.2	Limites de l'essai standard de court-circuit triphasé symétrique.....	117
4.3	Conception d'essais originaux et optimaux de contrôle en tensions: l'essai de court-circuit asymétrique en charge.....	118
4.3.1	Principe de l'essai de court-circuit asymétrique.....	119
4.3.2	Exemples d'application.....	121
4.4	Conception d'essais originaux de contrôle en courants d'armature.....	128
4.4.1	Principe des essais de contrôle en courants d'armature.....	129
4.4.1.1	Essais de contrôle en courants d'armature et courant de champ.....	130
4.4.1.2	Essais de contrôle en courants d'armature et tension de champ.....	130
4.4.1.3	Essai de délestage de charge.....	131
4.4.2	Modélisation des courants d'entrée de commande.....	131

4.4.3	Caractéristiques de la charge dans les axes d-q de la machine de Park.....	132
4.4.3.1	Essai dans l'axe d-.....	132
4.4.3.2	Essai dans l'axe q-.....	133
4.4.3.3	Essai dans un axe arbitraire.....	133
4.4.4	Exemples d'application.....	133
4.4.4.1	Essai de délestage d'une charge purement inductive.....	133
4.4.4.2	Essai de délestage d'une charge résistive.....	136
4.4.4.3	Essai de décroissance de flux stator dans l'axe q- avec le champ en court-circuit.....	137

## **CHAPITRE V CARACTÉRISATION DES MODÈLES DE LA MACHINE**

<b>SYNCHRONE.....</b>	<b>140</b>
5.1 Principe d'identification.....	140
5.2 Modèle linéaire discret déterministe/stochastique de la machine synchrone.....	140
5.3 Prédiction et correction des observations bruitées.....	143
5.3.1 Le filtre classique de Kalman.....	143
5.3.2 Le filtre de Kalman en régime permanent.....	144
5.4 Identifiabilité d'un modèle.....	145
5.5 Flexibilité et parcimonie des modèles déterministes de machine synchrone.....	147
5.5.1 Flexibilité.....	147
5.5.2 Parcimonie du modèle de machine.....	148

## **CHAPITRE VI IDENTIFICATION PARAMÉTRIQUE DE LA MACHINE**

<b>SYNCHRONE.....</b>	<b>150</b>
6.1 Estimation au maximum de vraisemblance du modèle de machine synchrone.....	150
6.1.1 L'estimateur au maximum de vraisemblance.....	150
6.1.1.1 Formule de Bayes.....	150
6.1.1.2 La fonction de vraisemblance.....	150

6.1.1.3 L'estimateur au maximum de vraisemblance.....	151
6.2 Les faiblesses de l'approche classique de l'identification au maximum de vraisemblance.....	152
6.3 Nouvelle approche dans l'identification au maximum de vraisemblance.....	154
6.3.1 Les moindres carrés itérativement repondérés.....	154
6.3.2 Extension des moindres carrés généralisés au maximum de vraisemblance.....	156
6.3.3 Cas des systèmes non linéaires.....	159
6.3.4 Algorithme d'optimisation.....	159
6.4 Exemples d'application de l'identification simulée .....	160
6.4.1 Mise en oeuvre des données d'essai simulées.....	160
6.4.2 Estimation des paramètres de la machine de Nanticoke à partir d'un essai de délestage à 100% de charge.....	161
6.4.3 Estimation des paramètres de la machine de Nanticoke à partir d'un essai de court-circuit phase-phase.....	168
6.5 Inférences statistiques sur les paramètres estimés.....	173

<b>CHAPITRE VII APPLICATION AUX ESSAIS RÉELS I: PERFORMANCES COMPARARÉES DU MAXIMUM DE VRAISEMBLANCE DANS L'ESTIMA- TION DES PARAMÈTRES DE L'ALTERNATEUR A3 DE LA CENTRALE LA GRANDE 3 (HYDRO-QUÉBEC).....</b>	<b>174</b>
7.1 Dispositif expérimental.....	174
7.2 Traitement numériques des données.....	175
7.2.1 Compression et lissage des données.....	176
7.2.2 Calcul des conditions initiales du régime permanent.....	179
7.2.3 Calcul de la transformation de Park en régime dynamique.....	180
7.3 Étude comparative: maximum de vraisemblance/moindres carrés pondérés.....	183
7.4 Résultats expérimentaux.....	184

<b>CHAPITRE VIII APPLICATION AUX ESSAIS RÉELS II: ESTIMATION AUX MOINDRES CARRÉS ITÉRATIVEMENT REpondÉRÉS DES PARAMÈTRES DE L'ALTERNATEUR A3 DE LA CENTRALE RAPIDE-DES-QUINZE (HYDRO-QUÉBEC)</b>	195
8.1 Dispositif expérimental	195
8.2 Signaux de commande	196
8.2.1 Calcul des conditions initiales du régime permanent	196
8.2.2 Composantes d-q-h de Park	198
8.2.2.1 Tensions expérimentales de court-circuit	198
8.2.2.2 Courants simulés de court-circuit	203
8.3 Résultats expérimentaux	204
<b>CONCLUSION</b>	210
1. Contributions majeures	210
1.1 Identification structurale de la machine synchrone	210
1.1.1 Équations de Park-Canay	210
1.1.2 Modèles d'état de la machine synchrone	211
1.1.3 Conception des essais d'identification de la machine synchrone	212
1.2 Identification paramétrique de la machine synchrone	213
1.3 Validation de l'algorithme proposé	213
2. Les difficultés rencontrées	214
3. Les limites de la méthode d'identification proposée	214
4. Perspectives	215
5. Retombées scientifiques	216
<b>RÉFÉRENCES</b>	217

## LISTE DES ANNEXES

	Pages
<b>ANNEXE I:</b> <i>Article no.1</i> .....	225
<b>ANNEXE II:</b> <i>Article no.2</i> .....	235
<b>ANNEXE III:</b> <i>Article no.3</i> .....	253
<b>ANNEXE IV:</b> <i>Article no.4</i> .....	262
<b>ANNEXE V:</b> <i>Article no.5</i> .....	271
<b>ANNEXE VI:</b> <i>Article no.6</i> .....	280
<b>ANNEXE VII:</b> <i>Circuits équivalents de Park des composantes simples du réseau électrique</i> .....	289
<b>ANNEXE VIII:</b> <i>Listing en code Matlab de quelques routines fondamentales pour la simulation numérique de la machine synchrone</i> .....	294



## LISTE DES FIGURES

<b>Figure 1.1:</b> <i>Phaseurs d'un système triphasé et leur équivalent de Park.....</i>	<b>16</b>
<b>Figure 1.2:</b> <i>Angle interne en régime permanent.....</i>	<b>18</b>
<b>Figure 1.3:</b> <i>Le stator de la machine.....</i>	<b>21</b>
<b>Figure 1.4:</b> <i>(a) L'équivalent du neutre dans la référence de Park, (b) Circuit équivalent de l'homopolaire de Park (<math>z_n = 0</math>).....</i>	<b>23</b>
<b>Figure 1.5:</b> <i>(a) Homopolaire de Fortescue; b) Circuit équivalent de l'homopolaire (<math>z_n = \infty</math>).....</i>	<b>26</b>
<b>Figure 1.6:</b> <i>Représentation flux-couplés de la machine synchrone dans le repère de Park.....</i>	<b>28</b>
<b>Figure 1.7:</b> <i>Circuits équivalents améliorés de Park-Canay de la machine synchrone (a) <math>e_q = -\omega_m \psi_q</math>; (b) <math>e_d = \omega_m \psi_d</math>.....</i>	<b>32</b>
<b>Figure 1.8:</b> <i>Représentation abstraite de la machine synchrone.....</i>	<b>43</b>
<b>Figure 1.9:</b> <i>Présentation des différents modèles suivant les variables d'entrée-sortie</i>	
<b>Figure 2.1:</b> <i>Phaseurs des flux et des tensions.....</i>	<b>53</b>
<b>Figure 2.2:</b> <i>Machine connectée à une barre d'un réseau .....</i>	<b>86</b>
<b>Figure 2.3:</b> <i>Caractéristique à vide d'une machine synchrone.....</i>	<b>94</b>
<b>Figure 3.1:</b> <i>Schéma unifilaire du réseau électrique.....</i>	<b>105</b>
<b>Figure 3.2:</b> <i>Procédure numérique de simulation d'une machine synchrone saturée....</i>	<b>109</b>
<b>Figure 3.3:</b> <i>Variables d'armature et de champ lors d'un essai d'ouverture brusque du circuit de champ d'un alternateur en charge.....</i>	<b>111</b>
<b>Figure 3.4:</b> <i>Variables d'armature et de champ lors d'un essai de décroissance des tensions statoriques à circuit de champ ouvert.....</i>	<b>112</b>
<b>Figure 3.5:</b> <i>Variables d'armature d'axe d- et de champ lors de l'essai de décroissance de flux statorique avec circuit de champ en court-circuit.....</i>	<b>113</b>
<b>Figure 3.6:</b> <i>Variables de la saturation : (1) <math>\infty</math> de l'approximation polynômiale,</i>	

— de la caractéristique à vide.....	114
<b>Figure 3.7:</b> Oscillogrammes de l'essai de court-circuit triphasé d'un alternateur en charge.....	116
<b>Figure 4.1:</b> Schéma de principe de l'essai de court-circuit asymétrique.....	120
<b>Figure 4.2:</b> Courants d'armature et du neutre lors d'un court-circuit réel (fermeture séquentielle des phases) d'une machine synchrone à 3 amortisseurs par axe.....	122
<b>Figure 4.3:</b> Courant de champ et variables électromécaniques de l'essai de court-circuit phase-neutre ( $\underline{\quad} z_n = \infty ; \dots z_n = 0.01 ; \text{---} z_n = 0.1$ ).....	123
<b>Figure 4.4:</b> Courants d'armature de l'essai de court-circuit phase-neutre ( $\underline{\quad} z_n = \infty ; \dots z_n = 0.01 ; \text{---} z_n = 0.1$ ).....	124
<b>Figure 4.5:</b> Courant de champ et variables électromécaniques de l'essai de court-circuit phase-phase ( $\underline{\quad} z_n = \infty ; \dots z_n = 0.01$ ).....	125
<b>Figure 4.6:</b> Courants d'armature de l'essai de court-circuit phase-phase ( $\underline{\quad} z_n = \infty ; \dots z_n = 0.01$ ).....	126
<b>Figure 4.7:</b> Courant de champ et variables électromécaniques de l'essai de court-circuit phase-phase-neutre ( $\underline{\quad} z_n = \infty ; \dots z_n = 0.01$ ).....	127
<b>Figure 4.8:</b> Courants d'armature de l'essai de court-circuit phase-phase-neutre ( $\underline{\quad} z_n = \infty ; \dots z_n = 0.01$ ).....	128
<b>Figure 4.9:</b> Schéma de principe d'essai de décroissance de flux.....	129
<b>Figure 4.10:</b> Les variables d'axe d- et d'axe q- dans un essai de délestage à 100% de charge inductive pure.....	135
<b>Figure 4.11:</b> Variables d'axe d- et d'axe q- dans un essai de délestage à 100% de charge résistive pure.....	136
<b>Figure 4.12:</b> Variables d'armature d'axe q- lors de l'essai de décroissance de flux statoriques avec circuit de champ en court-circuit (charge résistive).....	137

<b>Figure 5.1:</b> Schéma du principe d'identification par modèle de connaissance.....	140
<b>Figure 6.1:</b> Résultats du processus d'identification: Enveloppe de la tension terminale .....	165
<b>Figure 6.2:</b> Résultats du processus d'identification: Courant de champ .....	165
<b>Figure 6.3:</b> Évolution des résidus sur la tension terminale.....	166
<b>Figure 6.4:</b> Évolution des résidus sur le courant de champ.....	166
<b>Figure 6.6:</b> Courants d'armature pour $\theta_0$ et $\theta_e$ (estimé) dans un essai de défaut phase-phase.....	170
<b>Figure 6.7:</b> Courants d'armature pour $\hat{\theta}$ (exact) et $\theta_e$ (identifié) dans un essai de défaut phase-phase.....	171
<b>Figure 6.8:</b> Résidus pour $\theta_0$ (initial) dans un essai de défaut phase-phase.....	171
<b>Figure 6.9:</b> Résidus pour $\theta_e$ (estimé) dans un essai de défaut phase-phase.....	172
<b>Figure 6.10:</b> Évolution des résidus sur le courant de champ.....	172
<b>Figure 7.1:</b> Dispositif expérimental de l'essai de perturbation du champ.....	174
<b>Figure 7.2:</b> Courant de champ (a) brut, (b) filtré.....	176
<b>Figure 7.3:</b> Procédure de décimation et de lissage des données.....	178
<b>Figure 7.4:</b> Tensions de commande de la machine pour la procédure d'identification.....	182
<b>Figure 7.5:</b> Tensions de commande pour la procédure de validation croisée.....	182
<b>Figure 7.6:</b> Validation du modèle identifié: Courant terminal.....	187
<b>Figure 7.7:</b> Validation du modèle identifié: Puissance active.....	187
<b>Figure 7.8:</b> Validation du modèle identifié: Courant de champ.....	188
<b>Figure 7.9:</b> Validation du modèle identifié: Puissance réactive.....	188
<b>Figure 7.10:</b> Validation du modèle identifié: Courant d'axe d-.....	189
<b>Figure 7.11:</b> Validation du modèle: Évolution des résidus, Puissance active.....	189

<b>Figure 7.12:</b> <i>Validation du modèle: Évolution des résidus, Courant de champ</i> .....	190
<b>Figure 7.13:</b> <i>Validation du modèle: Évolution des résidus, Puissance réactive</i> .....	190
<b>Figure 7.14:</b> <i>Validation croisée du modèle identifié: Courant terminal</i> .....	191
<b>Figure 7.15:</b> <i>Validation croisée du modèle identifié: Puissance active</i> .....	191
<b>Figure 7.16:</b> <i>Validation croisée du modèle identifié: Courant de champ</i> .....	192
<b>Figure 7.17:</b> <i>Validation croisée du modèle identifié: Puissance réactive</i> .....	192
<b>Figure 7.18:</b> <i>Validation croisée du modèle identifié: Courant axe d-</i> .....	193
<b>Figure 7.19:</b> <i>Validation croisée du modèle identifié: Évolution des résidus</i> .....	193
<b>Figure 8.1:</b> <i>Schéma d'expérimentation d'un essai en court-circuit phase-phase</i> <i>d'un alternateur en marche à vide</i> .....	196
<b>Figure 8.2:</b> <i>Tension de champ mesurée</i> .....	298
<b>Figure 8.3:</b> <i>Vitesse mécanique: (a) brute; (b) lissée</i> .....	199
<b>Figure 8.4:</b> <i>Tension mesurée de la phase a de l'alternateur lors d'un court-circuit</i> <i>phase-phase</i> .....	200
<b>Figure 8.5:</b> <i>Tension mesurée de la phase b de l'alternateur lors d'un court-circuit</i> <i>phase-phase</i> .....	201
<b>Figure 8.6:</b> <i>Tension mesurée de la phase c de l'alternateur lors d'un court-circuit</i> <i>phase-phase</i> .....	201
<b>Figure 8.7:</b> <i>Composantes de Park des tensions de phases de l'alternateur lors d'un</i> <i>court-circuit phase-phase (neutre non impédant <math>z_h = 4 + j6</math>)</i> .....	202
<b>Figure 8.8:</b> <i>Composantes de Park des tensions de phases de l'alternateur lors d'un</i> <i>court-circuit phase-phase (neutre impédant)</i> .....	202
<b>Figure 8.9:</b> <i>Validation du modèle identifié, courant de la phase a</i> .....	206
<b>Figure 8.10:</b> <i>Validation du modèle identifié, courant de la phase b</i> .....	207
<b>Figure 8.11:</b> <i>Validation du modèle identifié, courant de la champ</i> .....	207
<b>Figure 8.12:</b> <i>Validation du modèle identifié, évolution des résidus du courant <math>i_a</math></i> .....	208
<b>Figure 8.13:</b> <i>Validation du modèle identifié, évolution des résidus du courant <math>i_b</math></i> .....	208

**Figure 8.14:** *Validation du modèle identifié, évolution des résidus de champ  $i_{fd}$ .....209*

## LISTE DES TABLEAUX

	<b>Pages</b>
<b>Tableau 3.1:</b> <i>Paramètres de la machine étudiée.....</i>	97
<b>Tableau 3.2:</b> <i>Paramètres de l'alternateur A3 de La Grande 3 (Hydro-Québec).....</i>	102
<b>Tableau 3.3:</b> <i>Paramètres calculés des circuits équivalents de l'alternateur A3.....</i>	102
<b>Tableau 3.4:</b> <i>Constantes caractéristiques de court-circuit d'un modèle standard...</i>	103
<b>Tableau 3.5:</b> <i>Données d'écoulement de puissance.....</i>	105
<b>Tableau 3.6:</b> <i>Données des lignes.....</i>	106
<b>Tableau 3.7:</b> <i>Valeurs propres des machines non interconnectées.....</i>	108
<b>Tableau 3.8:</b> <i>Valeurs propres des machines interconnectées.....</i>	108
<b>Tableau 3.9:</b> <i>Caractéristique à vide de la machine.....</i>	114
<b>Tableau 3.10:</b> <i>Paramètres estimés de la saturation.....</i>	115
<b>Tableau 4.1:</b> <i>Défauts triphasés et principe de mise en oeuvre.....</i>	121
<b>Tableau 4.2:</b> <i>Principe des essais usuels avec contrôle de courants d'armature et courant de champ.....</i>	130
<b>Tableau 4.3:</b> <i>Principe des essais usuels avec contrôle de courants d'armature et tension de champ.....</i>	131
<b>Tableau 6.1:</b> <i>Paramètres estimés des circuits équivalents: essai de délestage.....</i>	162
<b>Tableau 6.2:</b> <i>Paramètres estimés du bruit de procédé: essai de délestage.....</i>	163
<b>Tableau 6.3:</b> <i>Paramètres estimés de la matrice de covariance des résidus: essai de délestage.....</i>	163
<b>Tableau 6.4:</b> <i>Quelques éléments caractéristiques de l'identification: essai de délestage.....</i>	164
<b>Tableau 6.5:</b> <i>Paramètres estimés des circuits équivalents: essai de court-circuit phase-phase.....</i>	167
<b>Tableau 6.6:</b> <i>Paramètres estimés du bruit de procédé: essai de court-circuit phase-phase.....</i>	168

<b>Tableau 6.7:</b>	<i>Paramètres estimés de la matrice de covariance des résidus: essai de court-circuit phase-phase.....</i>	169
<b>Tableau 6.8:</b>	<i>Quelques éléments caractéristiques de l'identification: essai de court-circuit phase-phase.....</i>	170
<b>Tableau 7.1:</b>	<i>Conditions initiales du régime permanent.....</i>	181
<b>Tableau 7.2:</b>	<i>Paramètres estimés des circuits équivalents.....</i>	185
<b>Tableau 7.3:</b>	<i>Réactances dynamiques et constantes de temps associées.....</i>	185
<b>Tableau 8.1:</b>	<i>Grandeurs de base.....</i>	198
<b>Tableau 8.2:</b>	<i>Paramètres estimés des circuits équivalents.....</i>	204
<b>Tableau 8.3:</b>	<i>Réactances dynamiques et constantes de temps associées.....</i>	205
<b>Tableau 8.4:</b>	<i>Quelques éléments caractéristiques de l'identification.....</i>	209

## LISTE DES PRINCIPAUX SYMBOLES

(Tous les symboles sont en p.u)

### Machine

$y, z$	variables d'armature dans le repère (a,b,c)
$\mu, \beta$	variables des enroulements de la machine
$M = \{d, f, D_i, q, Q_j, h\}$	enroulements de la machine de Park
$M_s = \{d, q, h\}$	enroulements statoriques de Park
$M_r = \{f, D_i, Q_j\}$	enroulements rotoriques de Park
$M_d = \{d, f, D_i\}$	enroulements d'axe d-
$M_{rd} = \{f, D_i\}$	enroulements rotoriques d'axe d-
$M_q = \{q, Q_j\}$	enroulements d'axe q-
$M_{rq} = M_{aq} = \{Q_j\}$	enroulements rotoriques d'axe q-
$M_a = \{D_i, Q_j\}$	enroulements amortisseurs
$M_{ad} = \{D_i\}$	enroulements amortisseurs d'axe d-
$M_h = \{h\}$	enroulement homopolaire
$i = 1 \cdots nd$	rang de l'amortisseur $D_i$
$j = 1 \cdots nq - 1$	rang de l'amortisseur $Q_j$
$x_\lambda$	inductance de l'enroulement $\lambda$



$x_{\lambda\gamma} = x_{\gamma\lambda}$	$(\lambda \neq \gamma)$ pour une inductance mutuelle
	$(\lambda = \gamma)$ pour une inductance propre
$x_{kf_i}$	$i$ ème inductance de Canay d'axe d-
$x_{kq_j}$	$j$ ème inductance de Canay d'axe q-
$i_\lambda$	courant dans l'enroulement $\lambda$
$\bar{i}_\lambda = \xi \cdot i_\lambda$	$\xi = -1$ pour un alternateur
	$\xi = 1$ pour un moteur
$V_n = \begin{bmatrix} v_n & v_n & v_n \end{bmatrix}^T$	vecteur du neutre de la tension dans le repère (a,b,c)
$V_{(dqh)_n} = \begin{bmatrix} v_{nd} & v_{nq} & v_{nh} \end{bmatrix}^T$	vecteur du neutre de la tension dans le repère (d,q,h)
$g_{abc} = \begin{bmatrix} g_a & g_b & g_c \end{bmatrix}^T$	la grandeur $g$ désigne le courant, la tension ou le flux.
$V_{(a120)_n} = \begin{bmatrix} v_{a1n} & v_{a2n} & v_{a0n} \end{bmatrix}^T$	vecteur neutre de l'homopolaire de Fortescue
$g_s = \begin{bmatrix} g_d & g_q & g_h \end{bmatrix}^T$	variables statoriques
$g_r = \begin{bmatrix} g_f & g_{D_i} & g_{Q_j} \end{bmatrix}^T$	variables rotoriques
$g_s = \begin{bmatrix} g_s^T & g_r^T \end{bmatrix}^T$	variables machines
$g_{rd} = \begin{bmatrix} g_f & g_{D_i} \end{bmatrix}^T$	variables rotoriques d'axe d-

$$g_{rq} = \begin{bmatrix} g_{Q_j} \end{bmatrix}^T$$

variables rotoriques d'axe q-

$$g_p = \begin{bmatrix} g_d & g_f & g_q \end{bmatrix}^T$$

vecteur des composantes principales de la variable  $g$

$$g_A = \begin{bmatrix} g_{Ad}^T & g_{Aq}^T \end{bmatrix}^T$$

vecteur des grandeurs d'amortisseurs

$$g_{Ad} = \begin{bmatrix} g_{D_1} & \cdots & g_{D_{nd}} \end{bmatrix}^T$$

vecteur des grandeurs d'amortisseurs d'axe d-

$$g_{Aq} = \begin{bmatrix} g_{Q_1} & \cdots & g_{Q_{nq}} \end{bmatrix}^T$$

vecteur des grandeurs d'amortisseurs d'axe q-

### Modèles déterministes de machine

$$\left( a_g^v, b_g^v, c_g^v, d_g^v \right)$$

Matrices d'état du modèle linéaire de commande en

tensions d'armature et de champ;  $g = i$  variables

d'état: courants,  $g = \psi$ , variables d'état: flux

$$\left( A_g^v, B_g^v \right)$$

Matrices d'état du modèle non linéaire de commande en

tensions d'armature

$$\left( a_g^i, b_g^i, c_g^i, d_g^i \right)$$

Matrices d'état du modèle linéaire de commande en

courants d'armature et de champ;  $g = \psi$  sorties en flux,

$g = v$  sorties en tensions.

$$\begin{pmatrix} A^i, B^i \end{pmatrix}$$

Matrices d'état du modèle non linéaire de commande en courants d'armature et de champ

$$\begin{pmatrix} a^{i,v}, b^{i,v}, c^{i,v}, d^{i,v} \\ g \end{pmatrix}$$

Matrices d'état du modèle linéaire de commande en courants d'armature et tension de champ;  $g = \psi$  sorties en flux,  $g = v$  sorties en tensions

$$\begin{pmatrix} A^{i,v}, B^{i,v} \end{pmatrix}$$

Matrices d'état du modèle non linéaire de commande en courants d'armature et tension de champ

$$\begin{pmatrix} a^{v,i}, b^{v,i}, c^{v,i}, d^{v,i} \\ g \end{pmatrix}$$

Matrices d'état du modèle linéaire de commande en tensions d'armature et courant de champ, ;  $g = i$  variables d'état: courants,  $g = \psi$ , variables d'état: flux

$$\begin{pmatrix} A_g^{v,i}, B_g^{v,i} \end{pmatrix}$$

Matrices d'état du modèle linéaire de commande en tensions d'armature et courant de champ

$$(M, N)$$

Matrice d'état du modèle linéarisé de commande en tension

### Modèle déterministe/stochastique de machine

$n$

bruit de modèle

$m$

bruit de mesure

$\theta_s$

vecteur des paramètres des circuits équivalents

$\theta_w$

vecteur des paramètres du bruit de modèle

$\theta$

$= \begin{bmatrix} \theta_s^T & \theta_w \end{bmatrix}$  vecteur global de paramètres du

système déterministe/stochastique

$\theta_0$ 

vecteur initial de paramètres

 $\theta_e$ 

vecteur de paramètres estimés

## INTRODUCTION

### 1. Importance socio-économique de l'identification de la machine synchrone

Le développement industriel et l'amélioration des conditions de vie des populations a entraîné durant ces dernières années un accroissement remarquable de la consommation de l'énergie électrique. La conséquence immédiate est l'augmentation de la taille des réseaux d'énergie électrique qui se traduit entre autres par la multiplication des centrales électriques nécessitant des turboalternateurs de fortes puissances. L'instabilité du réseau d'énergie étant presque toujours causée par une ou plusieurs de ses machines, il devient important de fournir aux ingénieurs analystes des réseaux d'énergie électrique des modèles de machine plus fiables et précis.

Le dimensionnement des machines électriques est principalement basé sur les spécifications relatives aux régimes normaux de fonctionnement concernant en particulier les valeurs dites nominales des tensions et courants des différents enroulements. Cependant, la machine peut être soumise à des régimes de courte durée où les tensions ou les courants prennent des valeurs supérieures aux valeurs nominales (exemple du court-circuit, contingences du réseau, etc.). Ces régimes entraînent des contraintes mécaniques (efforts électrodynamiques sur les enroulements, couple sur l'arbre etc.) et thermiques. L'achat des turboalternateurs nécessitant un investissement financier colossal, les dispositifs de protection adéquats doivent assurer leur sécurité. Le choix de ces dispositifs exige une parfaite connaissance du comportement dynamique de la machine dont de ses constantes transitoires.

La nécessité de faire fonctionner les alternateurs et leurs dispositifs de protection ou de contrôle à la limite de leur possibilité et le besoin d'assurer la liaison convertisseur statique-machine ont conduit autant l'analyste de réseau que l'électronicien de puissance à effectuer des recherches approfondies sur le comportement dynamique des machines synchrones afin de mieux les contrôler. Un tel contrôle nécessite une connaissance de leur

matrice de transfert pour concevoir et leur adapter un dispositif de réglage. Les paramètres de la matrice de transfert sont très souvent inconnus, d'où la nécessité de leur identification préalable.

Les concepteurs des machines sont aussi intéressés par leur modélisation car lors de l'étude en vue de la construction d'une machine destinée à une utilisation particulière, l'optimisation des organes faisant sa spécificité pourrait être beaucoup plus aisée avec un modèle complet et généralisé de la machine. Par exemple, dans le domaine de l'entraînement à vitesse variable, les électroniciens de puissance et les concepteurs de machines s'intéressent de plus en plus aux modèles de machines synchrones et asynchrones à plusieurs enroulements rotoriques parce que plus flexibles et applicables à une grande bande de fréquences.

Malgré l'avancement de la recherche dans la modélisation de la machine synchrone et des résultats forts intéressants obtenus, certains problèmes fondamentaux inhérents au comportement de la machine dans le réseau électrique persistent encore. C'est la raison qui explique notre motivation pour ce travail dont l'objectif est fortement tributaire des travaux antérieurs effectués. L'avènement des calculateurs numériques plus performants permet de résoudre des problèmes nouveaux liés à la commande de la machine et à l'observation des phénomènes physiques qui jadis étaient difficiles à modéliser; de plus certaines simplifications longtemps permises ne sont plus admises aujourd'hui.

## **2. L'identification des systèmes: l'approche**

Identifier tout processus  $P$  donné selon Ljung et al (1983) c'est trouver dans l'ensemble des modèles  $M$  de  $P$  un modèle  $M_0$ , lequel représente l'information  $I$  (séquence d'entrée-sortie) aussi bien que possible dans le sens du critère  $J$  sous des conditions expérimentales données  $X$ .

L'identification du processus  $P$  comporte trois étapes essentielles: une étape qualitative, une étape quantitative et une étape de validation (Foulard et al. 1987; Ljung et al. 1983; Schoukens et al. 1990).

L'étape qualitative est une étape de caractérisation de  $P$  encore appelée étape d'identification structurale ou de modélisation. Elle consiste à organiser les équations régissant  $P$  sous la même forme que  $M_0$  de manière à pouvoir simuler adéquatement l'information  $I$ . Les modèles peuvent être caractérisés de plusieurs façons, soit par représentation non-paramétrique dite modèle externe (matrices de transfert, impédances opérationnelles, réponses impulsionnelles), soit par représentation paramétrique ou modèle interne (modèle d'état, équations différentielles etc.).

L'étape quantitative est l'étape d'estimation des paramètres de la structure du modèle  $M_0$  retenu. Elle permet de déterminer par application des méthodes de programmation mathématique sur ordinateur numérique les valeurs numériques des divers paramètres de  $M_0$  liés aux pôles et aux zéros du système  $P$ .

L'étape de validation est essentiellement une étape d'étude des performances du modèle global  $M_0$  obtenu (structure et paramètres) qui en toute rigueur devra reproduire fidèlement le processus. Elle consiste pour l'information  $I$  de comparer les observations du processus réel  $P$  avec la sortie du modèle  $M_0$ . Il faudrait marquer un écart entre la définition précédente et l'identification classique longtemps utilisée en électrotechnique. Les méthodes classiques consistent entre autres à déterminer les paramètres de la machine soit à partir des oscillogrammes de certains essais, exemple du court-circuit (Std no. 115, 1983), soit par des méthodes spécifiques à chaque paramètre (mesure de la résistance de la machine par un essai en courant continu, essai en court-circuit pour déterminer la réactance synchrone, essai à charge inductive pour déterminer les réactances à 60Hz de Potier, etc.). Ces méthodes sont approximatives et donnent des résultats moins précis (Kamwa, 1980).

### 3. Évolution de l'identification structurale de la machine synchrone

L'étude de la machine synchrone a connu un essor considérable depuis l'introduction pour la première fois par Doherty (1920), du concept de réactance de court-circuit. Son évolution sera déterminante lorsque Park et son collègue Roberton de la compagnie General Electric parleront en 1928 des concepts de réactances transitoires et subtransitoires de la machine synchrone et des constantes de temps associées. En 1929 il développe la transformation à deux axes imaginée par Blondel qui portera son nom. C'est une véritable révolution dans l'étude de la machine synchrone. L'étude de la stabilité sera l'une des grandes bénéficiaires des retombées de cette découverte. Une nouvelle formulation des caractéristiques transitoires couple-angle interne est développée. D'autres types de machine (asynchrone et à courant continu) bénéficieront également des retombées de ce développement. En effet les auteurs (Brereton et al 1957; Kron 1951; Stanley 1938) appliqueront cette transformation à la machine asynchrone dans un référentiel lié respectivement au stator, à la vitesse de synchronisme et au rotor. Beaucoup plus tard, Krause et al (1965) montreront que toutes les transformations sont issues d'une transformation d'axe arbitrairement donné. Krause (1968) généralise cette théorie avec l'idée de "références multiples" très fertile pour la simulation des machines alimentées par les harmoniques de tension. La plupart des travaux qui suivront seront axés sur les méthodes expérimentales dans la détermination des paramètres de la machine dont les premières assises ont été dirigées par Kilgore (1930) et dont le protocole paraîtra en 1945 (norme AIEE no.503). Les grands précurseurs du dépouillement graphique du court-circuit furent sans conteste Harrinton et Whittlesey de General Electric Company (1959).

Dès 1969, Canay met en évidence une lacune du modèle de Park en montrant une différence nette entre la mesure expérimentale et la prédétermination du courant rotorique lors d'un essai dynamique. Cette lacune est attribuée à l'égalité des inductances mutuelles des circuits rotoriques appartenant au même axe que considère la théorie classique de



Park. Canay corrigera cette erreur en proposant l'existence d'une mutuelle supplémentaire commune à l'excitation et aux amortisseurs.

Les travaux de Yu et Moussa (1971), ceux de Takeda et Adkins (1974), et de Shackshaft (1974) suggéreront différentes méthodes pour déterminer les réactances de Canay. Suite aux travaux de Jackson et al (1969), la flexibilité des modèles de machine synchrone devient un problème réel au niveau des circuits équivalents proposés avec un nombre limité de circuit d'amortisseurs dans les deux axes. Kamwa (1988) apportera une réponse définitive à cette question en proposant un modèle évolué de la machine synchrone, flexible à un nombre ajustable de circuits d'amortisseurs. Ce modèle, élargi à la machine asynchrone (modèle à plusieurs rotors) permettant d'étudier la machine sur une large bande de fréquences devient de plus en plus intéressant dans les études d'entraînements à vitesses variables (Viarouge et al, 1995).

La modélisation de la machine synchrone depuis ces trente dernières années s'est développée également par calcul géométrique utilisant les techniques élaborées telles que le calcul de champ par éléments finis, basées sur les équations de Maxwell (Felachi, 1981). Cette méthode d'analyse est très complexe et nécessite des données pléthoriques sur la machine tant dans sa morphologie qu'aux propriétés des matériaux qui la constituent. Dans le cadre de cette étude nous nous limiterons au modèle de Park qui bien exploité fournit des résultats assez compétitifs.

#### **4. Les problèmes de l'identification structurale de la machine synchrone**

Les réseaux électriques devenant de nos jours de plus en plus importants, l'identification structurale de la machine s'est de plus en plus déplacée vers la conception des essais optimaux d'identification.

Depuis plusieurs années, on reproche aux essais standards à l'exemple du court-circuit, le plus sollicité, d'être incapables de produire des modèles suffisamment précis pour décrire le comportement dynamique des alternateurs synchrones installés sur le

réseau. Ce besoin d'une représentation plus précise de la machine lors de la simulation des phénomènes de stabilité et lors de la conception des régulateurs de réseaux résulte d'une tendance générale à opérer l'appareillage avec une faible marge de stabilité.

En effet l'essai en court-circuit triphasé tel qu'il est traité dans le standard (IEEE Std-115, 1983) présente de nombreuses faiblesses dont les plus importantes sont (Kamwa 1988):

- Traitement de l'essai moins précis parce que manuel et graphique.
- Paramètres obtenus à partir d'une solution analytique simplifiée et approximative du court-circuit.
- Nécessité des approximations supplémentaires dans la détermination des circuits équivalents.
- Incapacité de fournir des informations sur l'axe  $q$ .
- Ne permet d'identifier que des modèles de faible ordre (un seul amortisseur dans l'axe  $d$ -) connus comme inappropriés pour caractériser des turboalternateurs.
- Ne permet pas de déterminer les paramètres du circuit de champ.

De plus l'identification de la machine synchrone par estimation des constantes caractéristiques normalisées demeure une méthode approximative moins précise. Elle l'est encore davantage lorsque l'on sait que certaines constantes de temps obtenues n'ont de sens que dans le cadre simplifié du court-circuit triphasé symétrique à vide.

En effet il a été prouvé depuis Takeda et Adkins (1974) qu'il est beaucoup plus avantageux de modéliser la machine synchrone par des circuits équivalents. Le modèle d'état qui en découle est aisément obtenu et est plus efficient dans les simulations. Il devient alors judicieux de trouver des méthodes de calcul permettant de passer des constantes de temps aux circuits équivalents. Des outils pour le faire ont été surtout proposés par Umans et al (1978) pour les modèles classiques et par Canay (1993) pour des modèles d'ordre arbitraire. Mais aucun de ces outils ne permet d'ajuster avec précision tous les paramètres des circuits équivalents.

Depuis lors des méthodes plus élaborées de simulation et de traitement du court-circuit ont été proposées. Il en est de même pour les modèles d'essais avec machine en marche (Namba et al 1981; Sugiyama et al 1982; Tsai et al. 1995). Cependant, certaines lacunes persistent. En effet, la spécificité du problème à résoudre a conduit très souvent les auteurs aux simplifications mathématiques assez grossières et parfois gratuites dans le but d'obtenir un modèle plus simple et facile à manipuler ( Tsai et al 1995). Ces lacunes de modélisation sont caractérisées entre autres par:

- La considération d'un nombre limité de circuits amortisseurs au rotor .
- L'absence des inductances de Canay dans les modèles de Park.
- Un modèle moins réaliste de l'axe homopolaire qui n'a réellement aucune signification physique si le neutre de la machine n'y est pas inclus .
- La considération d'une vitesse constante lors de la prédiction des transitoires importants comme les courts-circuits et les essais de synchronisation et de délestage .
- La simplification gratuite des dérivées de flux statoriques dans les équations de tensions.

Par ailleurs Kamwa (1993) a montré que la fermeture séquentielle des disjoncteurs triphasé symétrique lors de l'essai de court-circuit triphasé symétrique à vide donnait naissance aux harmoniques de courant qui polluaient les paramètres estimés. Ceci constitue un nouveau problème qui s'ajoute à une liste déjà très longue des difficultés de cet essai pourtant très populaire.

Il faut reconnaître à Shackshaft (1974) le mérite d'avoir très tôt proposé un éventail d'essais originaux permettant d'estimer plus précisément presque tous les paramètres de la machine synchrone (essai de délestage, essai de décroissance de flux rotorique et statorique). L'expérimentation de tels essais n'étant pas évidente, il faudra attendre longtemps pour que De Mello et al (1977), Namba et al (1981) et Sugiyama et al (1982) expérimentent l'essai de délestage pour estimer graphiquement les paramètres de la machine. Le rapport EPRI (1988) reprendra avec succès cet essai. Bien que de tels essais permettent d'estimer les paramètres de l'axe q-, leur utilisation quelque peu archaïque

n'échappe pas pour autant aux griefs formulés contre les méthodes classiques d'identification de la machine synchrone dont le dépouillement graphique et le choix des formules simplifiées, utilisés pour estimer les paramètres. Une voie reste cependant à explorer, celle des méthodes modernes d'identification présentées plus haut. Il se pose alors l'éternel problème toujours non résolu d'un modèle de reconnaissance de la machine permettant de simuler ces essais. H. Tsai et al (1995) tenteront de contourner cette difficulté en proposant un modèle abusivement simplifié de la machine synchrone pour un essai de faible perturbation qui naturellement sera inutilisable pour un essai de grande perturbation tel que le délestage. Plus généralement, l'absence de modèles appropriés permettant d'analyser la machine synchrone sous ses différentes stratégies de commande est un handicap sérieux à l'étude et à la simulation d'une large gamme d'essais d'intérêt.

## **5. L'identification paramétrique de la machine synchrone: l'état de l'art**

Depuis ces dernières années, des progrès significatifs ont été observés dans l'identification de la machine synchrone à partir des essais de réponse en fréquence à l'arrêt (Kamwa, 1994). Des auteurs se sont également concentrés sur l'identification temporelle partant des essais statiques de réponse indicielle ou de réponse à une séquence binaire aléatoire (Kamwa 1988). Malgré la popularité de l'identification basée sur ces deux types d'essais statiques due surtout à la simplicité de leur implantation, on lui fait le reproche de présenter une faible amplitude des signaux observés et la difficulté de mettre en évidence certains effets de rotation de la machine (Kamwa, 1994). Ces limitations ont contribué d'une part à la modernisation des procédures d'analyse de l'essai de court-circuit triphasé à vide (IEEE Std-115, 1983) et d'autre part à l'émergence des techniques d'identification paramétrique de la machine synchrone à partir des essais obtenus en fonctionnement normal (Namba et al 1981; Sugiyama et al 1982; Tsai et al. 1995).

## **6. Problèmes de l'identification paramétrique de la machine synchrone**

On distingue une multitude de méthodes d'identification de la machine synchrone utilisant des estimateurs divers : méthode des moindres carrés pondérés, méthode de programmation séquentielle, le maximum de vraisemblance, etc (De Lara Jayme 1995 ; Kamwa et al 1991; Kamwa et al 1994; Keyhani et al 1990; Naciri 1984). Le reproche que nous faisons au maximum de vraisemblance, l'estimateur le plus utilisé de nos jours, est incontestablement celui de considérer une matrice de covariance constante des erreurs d'innovations (résidus), (Keyhani et al 1990; Tsai et al 1995; Zhu et al 1996). Cette pratique découle de l'impossibilité d'évaluer la fonction bayessienne de vraisemblance avec une matrice de covariance des innovations inconnue. S'il est vrai que les algorithmes ainsi reprochés convergent néanmoins vers un optimum inhérent à la méthode, qu'en est-il des caractéristiques du bruit (résidus)? L'a-t-on blanchi à la fin du processus d'identification? Certainement pas. Ceci expliquerait pourquoi l'inférence statistique sur les paramètres estimés est souvent ignorée par les auteurs, car son évaluation exige le blanchiment du bruit. Comment donc évaluer la fonction de vraisemblance avec une matrice de covariance des innovations inconnue? En d'autres termes comment estimer la matrice de covariance des innovations dans un processus d'identification au maximum de vraisemblance?

## **7. Organisation et présentation du travail**

Il est connu des spécialistes que les grands problèmes dans l'identification de la machine synchrone se situent plus souvent qu'autrement au niveau de la modélisation. Ils se résument généralement par la difficulté de bâtir des modèles fiables correspondant à leur dynamique réelle et permettant de prédire adéquatement leur comportement dans les réseaux électriques. Il est aussi essentiel que les modèles de machine proposés aux ingénieurs de réseaux électriques répondent adéquatement à leurs besoins tout en offrant

le plus de flexibilité possible devant la spécificité des problèmes à résoudre. Notre contribution commence à ce niveau.

Dans le premier chapitre de ce travail, nous proposons une amélioration des circuits équivalents de Park-Canay. L'axe homopolaire  $y$  sera ajouté pour la prédiction des transitoires asymétriques. Une modélisation de cet axe en tenant compte des différents régimes de neutre de la machine, de son influence sur la prédiction des courants de défaut et sur le choix des dispositifs de protection est développée. Le fonctionnement en alternateur, en compensateur synchrone ou en moteur synchrone est obtenu en modifiant simplement le signe d'un seul paramètre. Les mêmes causes produisant les mêmes effets, une correction similaire à celle de Canay dans l'axe  $d$ - sera proposée dans l'axe  $q$ -. Les équations électromécaniques de la machine sont présentées sous forme de modules matriciels réduits et compacts. L'inventaire des différentes stratégies de commande de la machine synchrone ainsi que la technique de calcul des conditions initiales du régime permanent clôturent le chapitre.

Nous abordons dans le chapitre 2 un formalisme nouveau des modèles d'état de la machine synchrone. Quatre modèles associés à chacune des structures présentées au chapitre 1 sont développés. Le premier est un modèle de commande en tension de la structure à paramètres admittances prenant les grandeurs courants et flux comme variables d'état. Si ce premier modèle est fort connu dans la littérature, les trois autres par contre relèvent des concepts nouveaux qui enrichissent davantage l'étude de la machine synchrone, en offrant un moyen simple d'analyse de son comportement lorsqu'elle est contrôlée autrement que par des tensions. Un inventaire de toutes les constantes de temps de la machine est donné ainsi que les méthodes permettant de calculer les paramètres des circuits équivalents à partir des constantes de court-circuit et vice versa. La prise en compte des équations mécaniques permet de proposer un modèle électromécanique de la machine pour toutes les structures étudiées. Lorsque la machine est commandée par des tensions, le modèle non linéaire en courants (observations) est linéarisé par application de la théorie de Taylor autour d'un point d'équilibre pour des

éventuelles études de stabilité. Bien que le modèle avec variables d'état en courants permette la prédiction des transitoires électromécaniques asymétriques, il ne facilite pas l'implantation de la saturation magnétique qui demande une analyse très complexe et fastidieuse lorsque le modèle est fonction du courant. Un modèle plus élaboré convertible en un modèle de courant ou de flux pris comme paramètres (courant et flux) est bâti. Le modèle de flux, sans changer la nature des variables (observables) de sortie des modèles de courant offre l'avantage de faciliter la prise en compte de la saturation magnétique. La méthode d'analyse de la saturation basée sur le calcul des constantes de saturation des axes de la machine est développée. Elle est inspirée de la méthode de Potier et élargie aux machines synchrones à pôles saillants. Une formulation analytique du concept est présentée en même temps que la méthode numérique de mise en oeuvre.

Le chapitre 3 est basé essentiellement sur la mise en oeuvre numérique des modèles développés au chapitre précédent. Quelques exemples de simulation et d'utilisation des concepts sont également proposés. En particulier, il est mis au point ici un exemple pertinent d'application du modèle linéarisé à l'étude de la stabilité dynamique par analyse modale d'un réseau à 5 barres, utilisant la méthode par connexion des composantes. Cette application démontre l'efficacité et la simplicité de l'utilisation des circuits équivalents de la machine par rapport aux constantes de temps quelque peu abstraites dans les simulations. Une méthode générale de simulation des transitoires électromécaniques saturés de la machine synchrone est développée dans ce chapitre. Un exemple de prédiction des transitoires électromécaniques d'une machine saturée suite à un court-circuit triphasé en charge est fourni.

Le chapitre 4 traite de la conception d'expériences optimales d'identification de la machine synchrone. Une méthode originale d'analyse et de simulation des courts-circuits asymétriques avec exemples d'application est développée. Le comportement sinusoïdal des tensions d'armature lors de ces essais en plus d'éviter la fermeture séquentielle des disjoncteurs, leur confère plus de qualité que l'essai en court-circuit triphasé symétrique.

Prenant avantage des modèles de commande en courant et hybride proposés, tous les essais de décroissance de flux stator et rotor dont l'essai de délestage sont modélisés et quelques exemples de simulation traités. Ces essais assortis des conditions initiales de leur mise en oeuvre, trouvent enfin une plate forme d'analyse enrichissante coupant court avec les méthodes empiriques.

Au chapitre 5 nous traitons de la caractérisation des modèles d'identification; les théories d'identifiabilité, de parcimonie et de flexibilité d'un modèle sont appliquées à la machine synchrone. Tenant compte des imperfections d'essai et de mesure, un modèle déterministe/stochastique de la machine incluant erreur de procédé et de mesure est élaboré. Le filtre de Kalman est choisi pour la prédiction des observations ainsi bruitées. Une formulation plus accessible du filtre ainsi que la méthode d'implémentation sont développées dans ce chapitre.

Le chapitre 6 est consacré à l'identification paramétrique de la machine. À partir de la définition bayessienne originale de l'estimateur au maximum de vraisemblance nous montrons l'incohérence de l'utilisation qu'en font la plupart des auteurs. Une nouvelle approche de l'identification au maximum de vraisemblance déduite des moindres carrés généralisés et associant le filtre de Kalman en régime statique est proposée. La méthode de simulation de la procédure d'identification est développée ici. Deux exemples d'application simulés d'identification des paramètres de la machine synchrone respectivement à partir d'un essai de délestage à 100% de charge et d'un essai de court-circuit phase-phase en charge sont testés avec succès.

Les chapitres 7 et 8 sont essentiellement des illustrations pertinentes du succès de la validation de la méthode proposée sur des essais réels. Une étude comparative des estimateurs au maximum de vraisemblance et des moindres carrés pondérés dans l'identification des paramètres de l'alternateur 3 de la centrale La Grande 3 (Hydro-Québec) à partir des essais de perturbation de circuit de champ fait l'objet du chapitre 7. Des techniques élaborées de filtrage des harmoniques dans les données d'essais occupent une place importante dans ce chapitre. Un second exemple de validation de l'algorithme



dans l'identification des paramètres de l'alternateur 3 de la centrale Rapide-des-Quinze (Hydro-Québec) à partir d'un essai de court-circuit phase-phase est proposé au chapitre 8.

Enfin en annexe, en plus des six publications scientifiques rédigées au cours de la préparation de ce travail et quelques développements mathématiques d'intérêt, est consignée une collection d'outils Matlab, véritables supports numériques choisis pour leur pertinence et leur réutilisabilité.

## CHAPITRE I

### AJUSTEMENT DES ÉQUATIONS DE PARK DE LA MACHINE SYNCHRONE

#### 1.1 Hypothèses d'analyse

L'étude des machines électriques à partir de la transformée de Park a déjà été longuement traitée dans plusieurs ouvrages et publications spécialisées (Adkins et al 1979; Barret 1987; Boldea et al 1986; Chatelain 1983; Krause et al 1995; Kundur 1994; Lesenne et al 1984; Park 1929; Park 1933 ). Toutes les grandeurs mentionnées dans ce travail sont exprimées en p.u. Les cas d'exception seront explicités au besoin. La transformation de Park et la technique de changement de base utilisées ici sont conformes à celles proposées dans le livre de Kundur (1994). Les hypothèses suivantes inhérentes à l'étude des machines électriques dans le repère de Park sont admises.

##### 1.1.1 Hypothèse du premier harmonique

Le flux à travers les enroulements de l'induit ne dépend que du premier harmonique de la distribution de l'induction dans l'entrefer. Ceci implique que les inductances mutuelles entre les enroulements de l'induit et de l'inducteur varient de manière sinusoïdale en fonction de  $\beta(t)$ , l'angle entre la phase  $\alpha$ , prise comme origine et l'axe d- aligné avec celui du rotor (Kundur, 1994).

##### 1.1.2 La perméabilité de la machine est constante.

Ceci suppose que le circuit magnétique est parfaitement linéaire; la saturation magnétique et l'effet pelliculaire sont négligés. Cette hypothèse permet d'assumer que les inductances sont constantes. Les flux sont donc des applications linéaires simples des

courants. La saturation magnétique sera prise en compte par la suite dans les programmes de simulation en modifiant le niveau de saturation des inductances  $x_{md}$  et  $x_{mq}$  des modèles de Park obtenus (Kamwa, 1988; Krause et al 1995; Kundur 1996; Tahan et al 1995)

### **1.1.3 Les circuits magnétiques sont feuilletés**

Ceci permet de négliger l'influence des courants de Foucaults. Leur effet peut être pris en compte ultérieurement par l'addition de quelques circuits rotoriques fictifs dans les modèles de Park. Les réseaux définis dans les axes d-q-h peuvent dans ces conditions être modélisés par des circuits électriques à paramètres localisés, constitués des éléments linéaires que sont les inductances et les résistances.

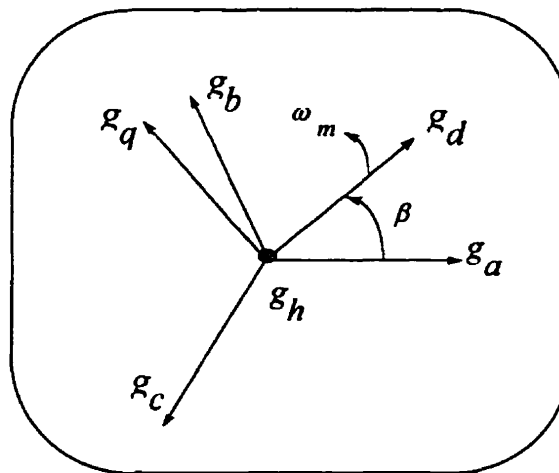
## **1.2 Unification des conventions alternateur et moteur des équations de la machine synchrone**

La plupart des ouvrages traitant des machines synchrones en régime permanent proposent l'étude du fonctionnement en alternateur et en moteur avec la convention appropriée. Ce n'est malheureusement pas le cas dans l'étude dynamique où plus souvent qu'autrement un seul régime de fonctionnement, en moteur ou en alternateur et suivant l'aisance de l'auteur est proposé. Cette pratique découle en général du fait qu'apparemment la plupart des essais se font indépendamment du régime considéré (court-circuit, délestage de charge, perturbation du champ etc.). Pourtant les essais où le circuit de champ est initialement court-circuité nécessite à la base un fonctionnement en moteur de la machine (à l'exemple de l'essai de décroissance du flux avec le champ en court-circuit). Il est plus simple et cohérent de partir d'un modèle dans la convention moteur pour représenter adéquatement la machine dans ce cas précis. Une étude rigoureuse du comportement dynamique de la machine dans un régime donné demande de

construire les équations de celle-ci dans la convention appropriée au régime envisagé à défaut de trouver des astuces raisonnables permettant de regrouper les deux régimes de fonctionnement. C'est ce que nous proposons. Le modèle de machine dans un régime est obtenu en modifiant la valeur du paramètre  $\varepsilon$  lié aux courants d'armature. Les équations du rotor restent inchangées car il est de tout temps un récepteur.

### 1.3 Évaluation numérique de la transformée de Park

Dans les procédures d'identification des machines, les difficultés dans la conversion des données a-b-c en des données d-q-h ou inversement sont couramment rencontrées. Elles sont dues à l'évaluation numérique de la transformée de Park (1-1) et essentiellement dans la détermination de l'angle  $\beta(t)$  entre l'axe magnétique du rotor et celui de la phase  $a$  du stator pris comme origine des phases (voir Figure 1.1). Son expression exacte est donnée par (1-2) où  $\beta_0 = \beta(t = 0)$  désigne sa valeur initiale.



**Figure 1.1:** *Phaseurs d'un système triphasé et leur équivalent de Park*

$$P = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos \beta & \cos\left(\beta - \frac{2}{3}\pi\right) & \cos\left(\beta + \frac{2}{3}\pi\right) \\ -\sin \beta & -\sin\left(\beta - \frac{2}{3}\pi\right) & -\sin\left(\beta + \frac{2}{3}\pi\right) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (1-1)$$

$$\beta(t) = \int_0^t \omega_m(\xi) d\xi + \beta_0 \quad (1-2)$$

Si  $g_i = g_m \cos(\alpha_g - \frac{2}{3}\pi(i-1))$ ,  $i = 1, 2, 3$  sont les grandeurs de phase d'un système triphasé symétrique, désignant dans le cas de la machine synchrone respectivement les phases  $\alpha$ ,  $b$  et  $c$ , les composantes de Park correspondantes sont définies par:

$$\begin{cases} g_d = g_m \cos(\alpha_g - \beta) \\ g_q = g_m \sin(\alpha_g - \beta) \\ g_h = 0 \end{cases} \quad (1-3)$$

avec

$$\alpha_g(t) = \int_0^t \omega_0(\xi) d\xi + \alpha_{g0} \quad (1-4)$$

où  $\omega_0$  désigne la pulsation électrique de la grandeur  $g$  et  $\alpha_{g0}$  la phase de  $g_1$  à  $t = 0$ .

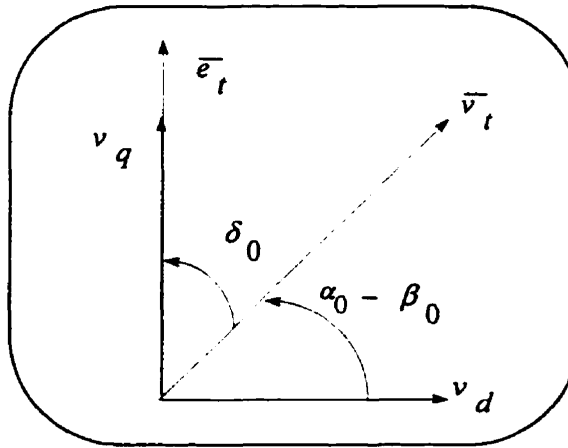
### 1.3.1 Transformée de Park en régime permanent

En régime statique, la vitesse mécanique  $\omega_m = \omega_{m0} = \omega_0$ . En remplaçant dans (1-3) la valeur crête  $g_m$  de  $g$  par sa valeur efficace  $G$  qui lui est égale en p.u (Kundur, 1994), on obtient

$$\begin{cases} g_d = G \cos(\alpha_{g0} - \beta_0) \\ g_q = G \sin(\alpha_{g0} - \beta_0) \end{cases} \quad (1-5)$$

**Définition 1:** On appelle angle interne ou angle du rotor noté  $\delta_0$  l'angle entre la tension interne de la machine alignée avec l'axe q- et la tension terminale (une définition rigoureuse de la tension interne est fournie en (1.8)). En régime permanent  $\delta_0$  est constant. Il revêt une importance capitale dans la détermination des conditions initiales avant l'essai dynamique. Il intervient généralement à plusieurs niveaux dans l'analyse de la machine. Pour l'évaluer, considérons les complexes suivants de la Figure 1.2 où dans (1-5)  $g = v$  et  $\alpha_{g0} = \alpha_{v0} = \alpha_0$ .  $\bar{v}_t$  et  $\bar{e}_t$  désignent respectivement la tension terminale et la tension interne terminale complexes en p.u (Kundur, 1994). On déduit de (1-5) et de la Figure 1.2 que

$$\beta = \omega_0 t + \beta_0; \quad \delta_0 = \frac{\pi}{2} + (\beta_0 - \alpha_0) \quad (1-6)$$



**Figure 1.2:** Angle interne en régime permanent

En pratique, les choses ne sont pas aussi aisées que pourrait laisser croire l'équation (1-6). Si l'on admet qu'en régime permanent la vitesse du rotor est égale à la vitesse synchrone, il est par contre difficile d'estimer  $\delta_0$  lorsqu'on ne connaît pas tous les paramètres du régime permanent ou quand on ne dispose pas d'un indicateur d'angle interne. En fonctionnement dynamique linéaire (faible variation de la vitesse mécanique) on suppose généralement que le comportement de la machine est une petite variation autour d'un point de fonctionnement du régime permanent. Ce qui permet encore d'appliquer (1-6).

### 1.3.2 Transformée de Park en régime dynamique

Lors des fonctionnements dynamiques nécessitant de fortes perturbations pendant un temps relativement long, on ne peut plus négliger l'influence de la variation de la vitesse mécanique du rotor. Elle entraîne en effet un déplacement de l'angle interne de la machine qu'il convient de connaître parfaitement pour un meilleur calcul de la transformée de Park. En régime dynamique, (1-2) est plus ardue à évaluer lorsqu'on ne connaît pas la loi de variation de  $\omega_m(t)$  ni celle de l'angle interne du rotor  $\delta(t)$  qui ne sont plus constants. Nous proposons la technique suivante qui permet d'avoir une expression théorique rigoureuse et simple de  $\beta(t)$  (Kamwa et al, 1997).

Le comportement de la machine peut se décomposer par superposition en deux états distincts.

- Un état initial quasi-statique avec une vitesse constante et un angle interne  $\delta_0$  constant défini par (1-6).
- Un état transitoire dû à une perturbation donnée de la machine qui cause alors une variation  $\Delta\omega_m(t)$  de la vitesse responsable du déplacement  $\Delta\delta(t) = \delta(t) - \delta_0$  de l'angle interne du rotor.

La superposition des 2 états donne une expression équivalente de (1-2) en régime dynamique.

$$\beta_d(t) = \beta(t) + \Delta\delta(t) = \omega_m t + \delta(t) \quad (1-7)$$

La formulation (1-7) possède l'avantage d'inclure l'angle interne du rotor en régime transitoire qui dans les modèles électromécaniques de la machine est pris comme variable d'état (voir section 2.2.1). Lorsque l'analyse de la machine se fait comme habituellement dans la référence de Park, il importe d'estimer  $\delta(t)$  de (1-7) en dynamique si l'on ne possède pas un indicateur d'angle interne. Une technique d'estimation de  $\delta(t)$  est proposée au chapitre 7. Toutefois si l'on dispose des relevés de vitesse du rotor on peut déterminer l'angle interne par (1-8) (Krause et al, 1995).

$$\begin{aligned} \delta(t) &= \frac{\pi}{2} + (\beta - \alpha_g) \\ &= \int_0^t (\omega_m(\xi) - \omega_0(\xi)) d\xi + \frac{\pi}{2} + (\beta_0 - \alpha_0) \\ &= \int_0^t (\omega_m(\xi) - \omega_0(\xi)) d\xi + \delta_0 \end{aligned} \quad (1-8)$$

## 1.4 Modèle amélioré de l'axe homopolaire de Park

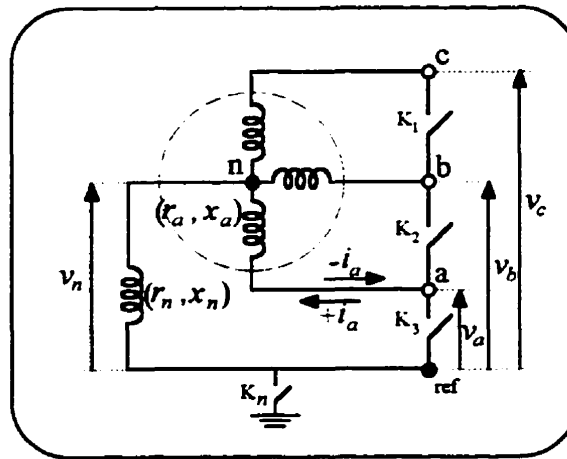
### 1.4.1 Modèle de Park du neutre de la machine synchrone

La littérature sur l'étude de la machine synchrone demeure muette quand au développement d'un modèle permettant de prédire précisément les essais asymétriques, notamment les essais de courts-circuits phase-phase, phase-neutre et phase-phase-neutre. En effet, les modèles de machine existants présentent une modélisation très simplifiée de l'axe de dissymétrie qu'est l'axe homopolaire de la théorie de Park. Boldea et Nasar



(1986) ont mis sur pied une modélisation de ces essais sur une machine impédante (non connectée à la terre). Lorsque le neutre de la machine est connecté à la terre, le modèle de Boldea et de Nasar est inapproprié. Krause (1995) s'est également penché sur ces essais, mais il assume à l'avance dans ses simulations sans l'avoir modélisé la présence du neutre de la machine. De plus, il n'explique pas comment ce neutre influence la prédiction des courants de phase de la machine.

La connexion du neutre de la machine est représentée à la Figure 1.3. Un choix judicieux des interrupteurs permet de réaliser les essais désirés. L'interrupteur  $k_n$  lorsqu'il est fermé ( $k_n = 1$ ), désigne une machine dont le neutre est connecté à la terre, et lorsqu'il est ouvert ( $k_n = 0$ ), désigne une machine impédante ou non connectée à la terre. Le flux total et la tension dans l'enroulement de la phase  $y = a, b, c$  d'armature de la machine sont définis par l'équation (1-9).



**Figure 1.3:** Le stator de la machine

$$\psi_y = \varepsilon \sum_z x_{yz} i_z + x_{yf} i_f; \quad v_y = \sigma_y i_y + p(\psi_y) + v_n \quad (1-9)$$

$x_{yf}^i$  est la contribution du rotor qui garde un signe constant en tant que récepteur. La tension du neutre  $v_n = \varepsilon_n i_n + \varepsilon_n p(i_n)$  est obtenue par application de la loi d'Ohm (voir Figure 1.3).  $i_n = i_a + i_b + i_c$  est le courant du neutre et  $p = \frac{d}{dt}$ . Les équations précédentes de tension sous forme matricielle donnent:

$$v_{abc} = \varepsilon R i_{abc} + p(\psi_{abc}) + V_n \quad (1-10)$$

où

$$V_n = \begin{bmatrix} v_n & v_n & v_n \end{bmatrix}^T = \varepsilon_n J_{3,3} i_{abc} + \varepsilon_n p J_{3,3} (i_{abc}) \quad (1-11)$$

désigne la tension du neutre de la machine vue des trois phases (voir Figure 1.3). L'équivalent de la tension du neutre de la machine dans la référence de Park noté

$$V_{(dqh)_n} = \begin{bmatrix} v_{nd} & v_{nq} & v_{nh} \end{bmatrix}^T \text{ est calculé à l'aide de la transformée statique de Park (1-}$$

1) comme suit:

$$\begin{aligned} V_{(dqh)_n} &= P \cdot V_n = \varepsilon(r_n + p x_n) \cdot P \cdot \begin{bmatrix} i_n & i_n & i_n \end{bmatrix}^T \\ &= \varepsilon \begin{bmatrix} 0 & 0 & r_n i_n + x_n p(i_n) \end{bmatrix}^T \end{aligned} \quad (1-12)$$

$R = \text{diag}(r_y)$ ,  $J_{i,j}$  désigne la matrice d'ordre  $i \times j$  où toutes les entrées sont égales à 1.

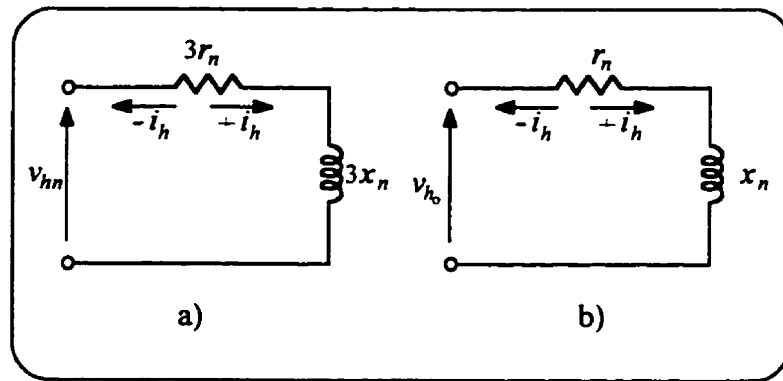
La dernière équation de (1-12) montre que la transformée de Park du neutre vu des phases  $a$ ,  $b$ , et  $c$  appartient à l'axe homopolaire et l'on a  $v_{hn} = v_n$ . Les courants du

neutre et homopolaire sont en phase ( $i_h = \frac{1}{3} i_n$ ). Les équations (1-12) conduisent au

modèle équivalent du neutre de la Figure 1.4.

Lorsque l'impédance du neutre est court-circuitée, la tension homopolaire de Park est donnée par (1-13). En pratique on ne peut évaluer le courant homopolaire en l'absence d'une connexion du neutre à la terre ( $z_n \approx \infty$ ) mais on peut le prédire théoriquement par

$$i_h = \frac{1}{3}(i_a + i_b + i_c).$$



**Figure 1.4:** (a) L'équivalent du neutre dans la référence de Park,  
 (b) Circuit équivalent de l'homopolaire de Park ( $z_n = 0$ )

La superposition des modèles de la Figure 1.4 conduit au modèle complet de l'homopolaire de Park donné par (1-14).

$$v_{h0} = \varepsilon_a i_h + \varepsilon_a p(i_h) \quad (1-13)$$

$$v_h = \varepsilon(r_a + 3r_n)i_h + \varepsilon(x_a + 3x_n)p(i_h) \quad (1-14)$$

### 1.4.2 Modélisation des différents régimes de neutre

Les régimes de neutre ont pour but le contrôle des courants, la réduction des surtensions transitoires lors des défauts et la minimisation de l'impact des contacts directs

et indirects sur le personnel et les équipements. Suivant l'importance de l'impédance du neutre, on distingue quatre catégories de régimes de neutre que nous pouvons réduire dans le cadre de cette étude en deux groupes ( St-Pierre, 1985).

#### **1.4.2.1 Régimes à neutre impédant**

Le premier groupe comprend le régime à neutre isolé de la terre et à neutre connecté à une résistance de grande valeur. Ce groupe est modélisé par ( $z_n = \infty$ ); ce qui donne le modèle homopolaire de la Figure 1.5-b. Il est quasiment inutile dans ce cas de faire allusion à l'axe homopolaire. Une machine impédante ( $z_n = \infty$ ) ou connectée en triangle est rigoureusement et entièrement modélisée selon les deux axes d-q de Park. La plupart des auteurs étudient la machine synchrone dans ces conditions (Kamwa, 1988).

#### **1.4.2.2 Régimes à neutre connecté à la terre à travers une faible impédance**

Le second groupe comprend le régime de neutre solidement mis à la terre par une impédance (réactance) de faible valeur et le régime de neutre à faible résistance de neutre. Dans ce cas la présence d'une faible résistance a pour but de limiter le courant de défaut phase-phase à une valeur inférieure à celle du courant de court-circuit triphasé à partir duquel la machine a été dimensionnée. Ce groupe peut être modélisé par ( $z_n = z \neq 0$ ).

Bien que dans ce groupe l'impédance du neutre soit faible, il est irréaliste de la négliger comme dans la plupart des modèles rencontrés dans la littérature, où l'homopolaire est couramment donné par (1-13) (Krause et al 1995; Kundur 1994). Une négligence non justifiée de l'impédance du neutre peut avoir des répercussions importantes sur les valeurs de courants d'armature lors de la prédiction des défauts asymétriques de la machine. Cette affirmation est justifiée par des résultats de simulation au chapitre 4. Toutefois, lorsque la machine opère en régime équilibré on peut également faire abstraction de l'axe

homopolaire, bien que sa présence permette d'apprécier cet équilibre au niveau des simulations. Un modèle précis de la machine synchrone susceptible de prédire adéquatement les transitoires tant symétriques qu'asymétriques doit inclure (1-14) comme équation de l'axe homopolaire.

### 1.4.3 Homopolaires de Park et de Fortescue: analogies et différences

Il ne s'agit pas ici de comparer la théorie de Park et de Fortescue. Il convient néanmoins, compte tenu de l'intérêt que nous accordons aux défauts asymétriques qui constituent la motivation principale de la théorie de Fortescue, d'établir une relation entre les homopolaires de Park et celui de Fortescue. Certains auteurs demeurent silencieux sur ce sujet pendant que d'autres créent simplement la confusion. En effet, si Barret (1987) estime sans explication claire que les deux homopolaires sont différents, Krause (1995) par contre ne signale aucune nuance entre eux. Si nous admettons que les grandeurs tensions et courants sont sinusoïdales, nous pouvons calculer comme précédemment dans la référence de Park, le neutre de Fortescue.

$$\begin{aligned} V_{(a120)_n} &= \varepsilon F^{-1} V_n = \varepsilon (r_n + p x_n) F^{-1} \begin{bmatrix} i_n & i_n & i_n \end{bmatrix}^T \\ &= \varepsilon \begin{bmatrix} 0 & 0 & r_n i_n + x_n p(i_n) \end{bmatrix}^T \end{aligned} \quad (1-15)$$

où

$$F = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \sigma^2 & \sigma \\ 1 & \sigma & \sigma^2 \end{bmatrix}; \quad \sigma = e^{-j \frac{3\pi}{2}} \quad (1-16)$$

Comme dans la théorie de Park on a:

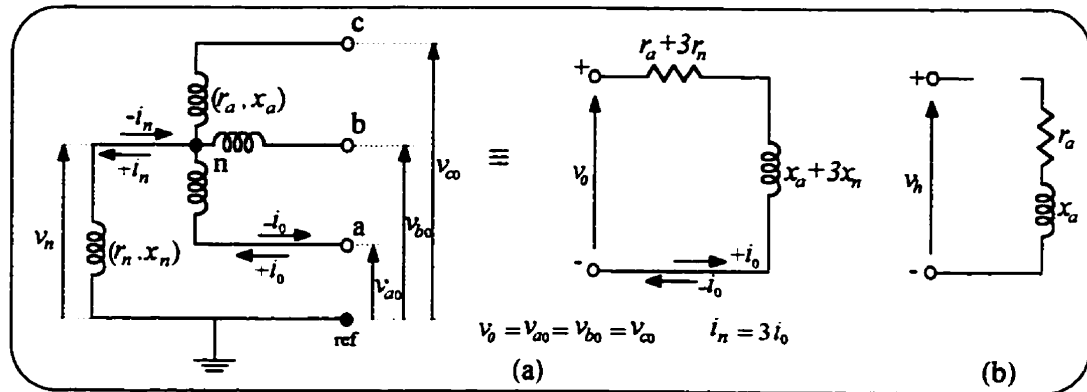
$$v_{a1n} = 0; v_{a2n} = 0; \quad v_{a0n} = 3r_n i_0 + 3x_n p(i_0) \quad (1-17)$$

$$v_{b1n} = \sigma^2 \cdot v_{a1n} = 0; \quad v_{c1n} = \sigma \cdot v_{a1n} = 0 \quad (1-18)$$

$$v_{a0n} = v_{b0n} = v_{c0n} = 3r_n i_0 + 3x_n p(i_0) \quad (1-19)$$

où

$$i_0 = \frac{1}{3}(i_a + i_b + i_c) = \frac{1}{3}i_n \quad (1-20)$$



**Figure 1.5:** a) *Homopolaire de Fortescue*; b) *Circuit équivalent de l'homopolaire*  
( $z_n = \infty$ )

Le calcul du circuit équivalent du neutre des phases *b* et *c*, est donné par les relations (1-18,1-19) (Fortescue, 1918). Il est également possible de prédire la tension homopolaire lorsque l'impédance du neutre est court-circuité par (1-21).

$$v_0 = r_a i_0 + x_a p(i_0) \quad (1-21)$$

Les équations précédentes nous conduisent au modèle homopolaire de Fortescue de la Figure 1.5-a qui est identique à celui de la Figure 1.7-c. Il apparaît donc clairement que lorsque les grandeurs courants, flux et tensions sont sinusoïdales ou plus généralement périodiques et décomposables en série de Fourier, alors les homopolaire de Park et

Fortescue sont identiques. L'impédance homopolaire à la fréquence d'harmonique  $j$  et l'impédance homopolaire totale sont données respectivement par (1-22) et (1-23).

$$Z_{h_j} = Z_{0_j} = 3z_{n_j} + z_{a_j} \quad (1-22)$$

$$Z_h = Z_0 = \sum_{j=1}^p (Z_{h_j}) \quad (1-23)$$

Cette mise au point de l'axe homopolaire de la machine synchrone qui s'étend sans aucune difficulté à la machine asynchrone et aux transformateurs triphasés permet une extension de la théorie des références multiples de Krause (1968) appliquée à la simulation des essais asymétriques d'une machine commandée par des tensions harmoniques triphasées. Ceci se fait aisément en déterminant les composantes directes, inverses et homopolaires instantanées de Fortescue dans la référence de Park.

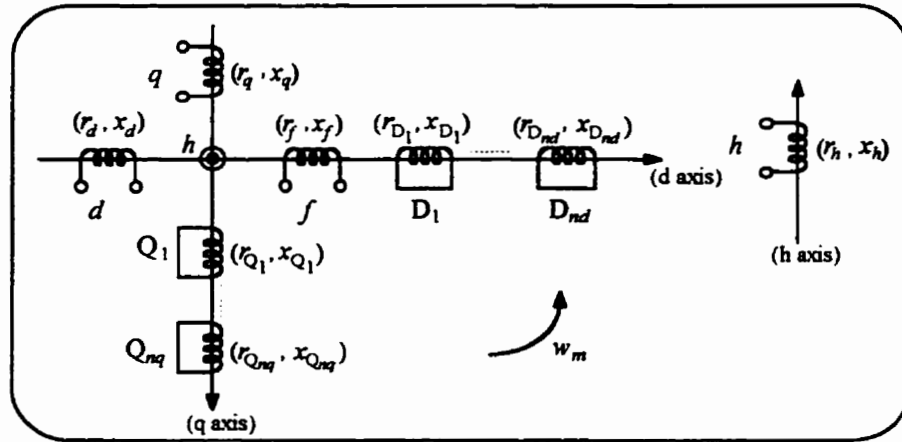
## 1.5 Harmonisation des équations de la machine synchrone

### 1.5.1 Équations de flux.

Dans un souci de clarté physique, les auteurs ont toujours tenu à développer circuit après circuit les équations de la machine synchrone. Ce développement qui aujourd'hui n'apporte aucun intérêt majeur dans la compréhension de la machine présente cependant les inconvénients suivants.

- Très long et spacieux. En effet une machine qui possède un nombre  $n_d = 2$  amortisseurs dans l'axe d- et un nombre  $n_q = 3$  amortisseurs dans l'axe q- nécessite un nombre  $n = n_d + n_q + 4 = 9$  équations de flux et autant d'équations de tensions. La représentation d'état qui en découle nécessite de grosses matrices.

- Si de plus les deux modes de fonctionnement (moteur et alternateur) sont pris en compte suivant les conventions classiques, le nombre des équations précédentes doit être multiplié par 2.



**Figure 1.6:** Représentation flux-couplés de la machine synchrone dans le repère de Park

- La présentation éparse des équations de la machine ne facilite pas leur manipulation algébrique, et obstrue quelquefois des informations d'intérêt dans la structure de la machine.

Pour éviter cette lourdeur nous proposons un concept ensembliste simple et efficace permettant non seulement de représenter plus aisément les équations de la machine mais aussi d'en saisir le fonctionnement. Ainsi, le flux total traversant un enroulement quelconque  $\mu$  de la machine dont la représentation dans la référence de Park est donnée à la Figure 1.6 s'écrit comme suit:

$$\psi_{\mu} = (\psi_{\mu})_s + (\psi_{\mu})_r \quad (1-24)$$

$(\psi_{\mu})_r$  et  $(\psi_{\mu})_s$  sont dans cet ordre la contribution du flux rotorique et d'armature de  $\psi_{\mu}$ . Dans ces conditions, les équations de flux sont réduites à:



$$\psi_{\mu} = \varepsilon_{\mu d} i_d + \sum_{\beta} x_{\mu \beta} i_{\beta}; (\mu \in Md, \beta \in M_{rd}) \quad (1-25)$$

$$\psi_{\mu'} = \varepsilon_{\mu' q} i_q + \sum_{\beta'} x_{\mu' \beta'} i_{\beta'}; (\mu' \in Mq, \beta' \in M_{rq}) \quad (1-26)$$

$$\psi_h = \varepsilon_h i_h \quad (1-27)$$

### 1.5.2 Calcul des réactances de l'axe d-

Dans l'axe d-, les différentes inductances sont déterminées comme suit:

$$x_{dd} = x_{md} + x_a = x_d; x_{df} = x_{fd} = x_{D_l f} = x_{d D_l} = x_{md} \quad (1-28)$$

$$x_{f D_l} = x_{D_l f} = x_{D_l D_k} = x_{D_k D_l} = x_{D_l D_l} - x_{D_l}; k, l = 1 \dots nd \quad (1-29)$$

$$x_{D_l D_l} = x_{md} + x_{D_l} + \sum_{i=1}^l x_{kf_i}; l = 1 \dots nd \quad (1-30)$$

$$x_{ff} = x_{md} + x_f + \sum_{i=1}^{nd} x_{kf_i} \quad (1-31)$$

### 1.5.3 Extension des réactances de Canay dans l'axe q-

Canay (1969) met en évidence une lacune du modèle de Park en montrant une différence claire entre la mesure expérimentale et la prédétermination du courant rotorique lors d'un essai de court-circuit triphasé. Il corrige cette erreur en proposant une mutuelle supplémentaire commune à l'excitation et aux amortisseurs illustrée par les inductances ( $x_{kfi}$ ) dans les équations (1-30,1-31) et représentée à la Figure 1.7-a. L'essai en court-circuit triphasé à vide tel qu'il a été jusqu'ici abordé par les spécialistes est resté muet sur le comportement de l'axe q-. Ceci explique sans doute les raisons pour lesquelles Canay a délaissé cet axe dans l'ajustement des modèles de Park. La réactance totale de chacun des amortisseurs de l'axe d- et du circuit de champ des équations (1-30,1-31) montre que les inductances de Canay influencent également les courants amortisseurs. Ces derniers n'étant

pas accessibles, la mise en évidence expérimentale de cette réalité est difficile. Ce qui justifie davantage le manque d'intérêt de Canay.

Par ailleurs le modèle de Park-Canay s'applique à toutes les machines synchrones et en particulier à une machine à réluctance variable à aimant permanent. On peut obtenir une telle machine en court-circuitant le circuit inducteur qui correspond alors à l'amortisseur  $n_d + 1$ . Les équations (1-30,1-31) deviennent dans ces conditions:

$$x_{D_l D_l} = x_{md} + x_{D_l} + \sum_{i=1}^l x_{kd_i}; l = 1 \dots nd \quad (1-32)$$

$$x_{D_{n_d} D_{n_d}} = x_{md} + x_{D_{n_d}} + \sum_{i=1}^{n_d} x_{kd_i} \quad (1-33)$$

$$x_{D_{n_d+1} D_{n_d+1}} = x_{md} + x_{D_{n_d+1}} + \sum_{i=1}^{nd} x_{kd_i} \quad (1-34)$$

Il est intéressant de remarquer que l'on peut déterminer comme précédemment les réactances de Canay pour une machine à réluctance variable ( $x_{kd_i}$ ) à l'aide de

l'algorithme de Umans et al (1978). Les équations (1-30,...1-34) montrent qu'il faut au moins deux enroulements rotoriques dans l'axe d- pour qu'il y ait existence de l'inductance de Canay. Sur le plan structural, l'axe q- d'une machine ordinaire est identique à l'axe d- d'une machine à réluctance variable. Il n'y a donc fondamentalement pas de raison pour que les inductances de Canay ne soient pas représentées dans le circuit de l'axe q-. Le raisonnement précédent nous permet de déduire pour un nombre  $n_q$  d'amortisseurs dans

l'axe en quadrature les réactances suivantes:

$$x_{Q_l Q_l} = x_{mq} + x_{Q_l} + \sum_{i=1}^l x_{kq_i}; \quad l = 1 \dots n_q - 1 \quad (1-35)$$

$$x_{Q_n Q_n} = x_{mq} + x_{Q_n} + \sum_{i=1}^{n_q-1} x_{kq_i} \quad (1-36)$$

Nous obtenons en (1-35, 1-36) une extension de l'ajustement de Canay dans l'axe q- dont la représentation est fournie à la Figure 1.7-b. Les autres réactances de cet axe se résument comme suit en tenant compte de l'amélioration apportée.

$$x_{qq} = x_{mq} + x_a = x_q; \quad x_{qQ_l} = x_{Q_l q} = x_{mq} \quad (1-37)$$

$$x_{Q_l Q_k} = x_{Q_k Q_l} = x_{Q_l Q_l} - x_{Q_l}; \quad k, l = 1 \dots n_q - 1 \quad (1-38)$$

$$x_{Q_l Q_l} = x_{mq} = x_{Q_l} + \sum_{j=1}^l x_{kq_j}; \quad l = 1 \dots n_q - 1 \quad (1-39)$$

## 1.6 Harmonisation des équations classiques de tensions

Les tensions aux bornes des circuits de la Figure 1.6 s'écrivent comme suit en tenant compte de la globalisation des régimes alternateur et moteur, des ajustements précédents de l'axe homopolaire et des inductances de Canay:

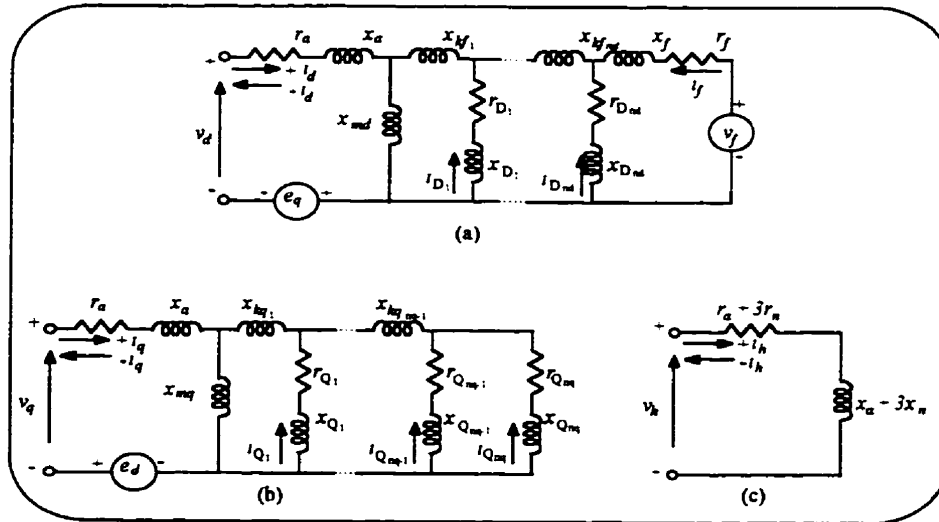
$$v_d = \sigma_d i_d + \frac{1}{\omega_n} p \psi_d - \omega_m \psi_q \quad (1-40)$$

$$v_q = \sigma_q i_q + \frac{1}{\omega_n} p \psi_q + \omega_m \psi_d \quad (1-41)$$

$$v_h = \sigma_h i_h + \frac{1}{\omega_n} p \psi_h \quad (1-42)$$

$$v_\mu = r_\mu i_\mu + \frac{1}{\omega_n} p \psi_\mu; \quad (\mu \in M_r) \quad (1-43)$$

$$v_\mu = 0; \quad (\mu \in M_a) \quad (1-44)$$



**Figure 1.7:** *Circuits équivalents améliorés de Park-Canay de la machine synchrone*

$$(a) \quad e_q = -\omega_m \psi_q; \quad (b) \quad e_d = \omega_m \psi_d$$

Les équations précédentes conduisent aux circuits équivalents de la Figure 1.7 où tous les ajustements sont inclus. Introduisons les matrices suivantes

$$\Delta = \frac{p}{\omega_n} I_n \quad (1-45)$$

$$W = \omega_m \begin{bmatrix} \Xi & O_{3,n-3} \\ O_{n-3,3} & O_{n-3,n-3} \end{bmatrix} \quad (1-46)$$

$$\Xi = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (1-47)$$

Lorsque la machine est connectée en triangle ou dans un fonctionnement parfaitement équilibré où l'axe homopolaire n'est pas nécessaire les équations (1-45,...1-47) deviennent

$$\Delta = \frac{P}{\omega_n} I_{n-1} \quad (1-48)$$

$$W = \omega_m \begin{bmatrix} \Xi & O_{2,n-4} \\ O_{n-4,2} & O_{n-4,n-4} \end{bmatrix} \quad (1-49)$$

$$\Xi = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (1-50)$$

$W$  est appelée dans cette formulation matrice de couplage des axes.  $I_i$  est la matrice identité de rang  $i$ . Dans les modèles linéaires de la machine, la vitesse mécanique est supposée constante et notée  $\omega_m = \omega_{m0}$  dans les formulations précédentes. Sous forme matricielle et en utilisant les concepts précédents, les équations de flux et de tensions précédentes se résument respectivement par

$$\begin{bmatrix} \Psi_s \\ \Psi_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathcal{E}X_s & X_{sr} \\ \mathcal{E}X_{sr}^T & X_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_s \\ i_r \end{bmatrix} \Leftrightarrow \psi = Xi \quad (1-51)$$

$$\begin{bmatrix} v_s \\ v_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathcal{E} & O_{3,n-3} \\ O_{n-3,3} & r_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_s \\ i_r \end{bmatrix} + [\Delta + W] \begin{bmatrix} \Psi_s \\ \Psi_r \end{bmatrix} \quad (1-52)$$

Lorsque l'axe homopolaire n'est pas inclus l'expression de l'équation de flux (1-51) reste inchangée mais avec  $g_s = \begin{bmatrix} g_d & g_q \end{bmatrix}^T$ ,  $g = i, v, \psi$ . L'équation des tensions (1-52) devient :

$$\begin{bmatrix} v_s \\ v_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_s & 0_{2,n-4} \\ 0_{n-4,2} & r_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_s \\ i_r \end{bmatrix} + [\Delta + W] \begin{bmatrix} \Psi_s \\ \Psi_r \end{bmatrix} \quad (1-53)$$

Les sous-matrices de (1-51,... 1-53) sont définies comme suit:

**-Dans l'axe d- du rotor**

$$X_{\mu d} = \begin{bmatrix} x_{d\mu} \end{bmatrix}; (\mu \in M_{rd}) \quad (1-54)$$

$$X_{rd} = \begin{bmatrix} x_{\mu\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{\beta\mu} \end{bmatrix}; (\mu, \beta) \in M_{rd} \quad (1-55)$$

$$r_{rd} = \text{diag}(r_f, r_{D_i}) \quad (1-56)$$

**-Dans l'axe q- du rotor**

$$X_{\mu q} = \begin{bmatrix} x_{q\mu} \end{bmatrix}; (\mu \in M_{rq}) \quad (1-57)$$

$$X_{rq} = \begin{bmatrix} x_{\mu\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{\beta\mu} \end{bmatrix}; (\mu, \beta) \in M_{rq} \quad (1-58)$$

$$r_{rq} = \text{diag}(r_{Q_j}) \quad (1-59)$$

Les sous-matrices de (1-51,... 1-53) relatives au rotor et indépendantes du type de connexion des enroulements du stator sont obtenues par

$$r_r = \text{diag}(r_{rd}, r_{rq}); \quad X_r = \text{diag}(X_{rd}, X_{rq}) \quad (1-60)$$

Par contre les sous-matrices du stator se calculent comme suit selon le type de connexion

**-axe homopolaire inclus**

$$X_s = \text{diag}(x_d, x_q, x_h) \quad (1-61)$$

$$r_s = \text{diag}(r_a, r_a, r_h) \quad (1-62)$$

$$X_{sr} = \text{diag}(X_{\mu d}, X_{\mu'q}, 0) \quad (1-63)$$

**-axe homopolaire non inclus**

$$X_s = \text{diag}(x_d, x_q) \quad (1-64)$$

$$r_s = \text{diag}(r_a, r_a) \quad (1-65)$$

$$X_{sr} = \text{diag}(X_{\mu d}, X_{\mu'q}) \quad (1-66)$$

Les vecteurs  $g_s = [g_d \ g_q \ g_h]^T$ ;  $g = i, v, \psi$  lorsque l'axe homopolaire est inclus et

$g_s = [g_d \ g_q]^T$ ;  $g = i, v, \psi$  dans le cas contraire.

### 1.7 Equations mécaniques de la machine synchrone

Sous forme vectorielle, les équations mécaniques de la machine s'écrivent comme suit

$$p(\bar{\omega}_m) = \frac{1}{2H} (\bar{T}_m + \bar{T}_e + \bar{F}_r) \quad (1-67)$$

$$p(\bar{\delta}) = \omega_n (\bar{\omega}_m - 1) \quad (1-68)$$

où  $\bar{T}_m$ ,  $\bar{T}_e$ , et  $\bar{F}_r$  désignent dans cet ordre le couple mécanique appliqué à l'arbre du rotor, le couple électrique et le couple résistant dû au frottement et toujours opposé au

déplacement du rotor d'intensité  $F_r = D\omega_m$ .  $D$  est le coefficient de friction et  $H$  est l'équivalent de l'inertie de la machine exprimée en  $MW - s / MVA$ . Tout vecteur de (1-67) est tel qu'il a le même signe que le vecteur vitesse s'il favorise le mouvement du rotor et du signe contraire s'il s'y oppose. Dans ces conditions le comportement mécanique de la machine se résume dans les fonctionnements en moteur et en alternateur de la manière suivante

$$p(\omega_m) = \frac{1}{2H} [\varepsilon(T_e - T_m) - D\omega_m] \quad (1-69)$$

$$p(\delta) = \omega_n(\omega_m - 1) \quad (1-70)$$

avec

$$T_e = \frac{1}{\omega_m} \varepsilon(v_a^i a + v_b^i b + v_c^i c) \quad (1-71)$$

En revenant dans le repère de Park le couple électrique (1-71) prend la forme (1-72).

$$\begin{aligned} T_e &= \frac{1}{\omega_m} \varepsilon(v_d^i d + v_q^i q + 2v_h^i h) \\ &= \varepsilon\psi_d^i q - \varepsilon\psi_q^i d + \frac{\varepsilon}{\omega_m} (r_a^i d^2 + r_i^i q^2 + 2r_h^i h^2) \end{aligned} \quad (1-72)$$

On peut constater que (1-72) ne conserve pas la puissance par ce que la matrice de Park utilisée (1-1) n'est pas normée. En effet cette préférence possède l'avantage d'introduire d'importantes simplifications dans la conversion en (p.u) des grandeurs de la machine telles que discutées dans le livre de Kundur (1994). En introduisant la matrice de couple  $G_g^l, g = i, \psi$ , où le paramètre  $l$  en exposant indique pour  $l = v$  une machine commandée par des tensions d'armature et de champ (voir section 2.1.1) et pour  $l = v, i$  une machine



commandée par des tensions d'armature et le courant de champ (voir section 2.1.4), on peut écrire le couple sous la forme matricielle suivante

$$T_e = g^T \cdot G_g^l \cdot g, \quad g = i, \psi \quad (1-73)$$

avec pour  $l = v$

$$G_g^v = \begin{bmatrix} G_{qg}^v \\ G_{dg}^v \\ G_{hg}^v \\ O_{n-3,n} \end{bmatrix} \quad (1-74)$$

où

$$G_{di}^v = \begin{bmatrix} x_d & r_a & 0 & ex_{md}^{J_{1,n_d+1}} & O_{1,n_q} \end{bmatrix}_{1,n} \quad (1-75)$$

$$G_{qi}^v = \begin{bmatrix} r_a & x_q & 0 & O_{1,n_d+1} & ex_{mq}^{J_{1,n_q}} \end{bmatrix}_{1,n} \quad (1-76)$$

$$G_{hi}^v = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2r_h & O_{1,n-3} \end{bmatrix}_{1,n} \quad (1-77)$$

et lorsque les variables sont des flux, nous aurons suivant (1-51) et (1-73)

$$T_e = i^T \cdot G_i^l \cdot i = (X^{-1}\psi)^T G_i^v (X^{-1}\psi) = \psi^T (X^{-T} G_i^v X^{-1}) \psi \quad (1-78)$$

$$G_\psi^v = \psi^T (X^{-T} G_i^v X^{-1}) \psi \quad (1-79)$$

et pour  $l = v, i$ , on a  $g = g_{sA} = \begin{bmatrix} g_s^T & g_A^T \end{bmatrix}^T$ ,  $g = i, \psi$  où la composante de champ  $g_f$  est exclue. La matrice de couple prend donc la forme

$$G_g^{v,i} = \begin{bmatrix} G_{qg}^{v,i} \\ G_{dg}^{v,i} \\ G_{hg}^{v,i} \\ \mathbf{O}_{n-4, n-1} \end{bmatrix} \quad (1-80)$$

où

$$G_{di}^{v,i} = \begin{bmatrix} x_d & r_a & 0 & ex_{md} J_{1,n_d} & O_{1,n_q} \end{bmatrix}_{1,n-1} \quad (1-81)$$

$$G_{qi}^{v,i} = \begin{bmatrix} r_a & x_q & 0 & O_{1,n_d} & ex_{mq} J_{1,n_q} \end{bmatrix}_{1,n-1} \quad (1-82)$$

$$G_{hi}^{v,i} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2r_h & O_{1,n-4} \end{bmatrix}_{1,n-1} \quad (1-83)$$

et comme précédemment en (1-79)

$$G_\psi^{v,i} = \psi^T (X^{-T} G_i^v X^{-1}) \psi \quad (1-84)$$

## 1.8 Détermination des conditions initiales du régime statique

### 1.8.1 Angle interne en charge

La détermination des conditions initiales du régime permanent dans lequel se trouve la machine avant l'essai dynamique est essentielle dans l'analyse de la stabilité et la

simulation numérique de celle-ci. Sachant qu'en régime statique le courant dans les enroulements amortisseurs sont nuls, les équations de flux (1-25,...1-27) deviennent

$$\psi_d = \varepsilon_d \cdot i_d + x_{df} \cdot i_f = \varepsilon(x_{md} + x_a) \cdot i_d + x_{md} \cdot i_f \quad (1-85)$$

$$\psi_f = \varepsilon_{md} \cdot i_d + x_{ff} \cdot i_f \quad (1-86)$$

$$\psi_{D_l} = \varepsilon_{md} \cdot i_d + x_{D_l f} \cdot i_f; \quad l = 1 \dots n_d \quad (1-87)$$

$$\psi_q = \varepsilon(x_{mq} + x_a) \cdot i_q \quad (1-88)$$

$$\psi_{Q_l} = \varepsilon_{mq} \cdot i_q; \quad l = 1 \dots n_q \quad (1-89)$$

En général, la puissance apparente et la tension terminale avant l'essai sont connues dans un système de base calculé conformément à la méthode développée dans le livre de Kundur (1994). Lorsque la machine est en charge, le courant terminal et le déphasage entre le courant et la tension sont calculés suivant (1-90,1-91).

$$I_t = \frac{\sqrt{P_t^2 + Q_t^2}}{V_t} \quad (1-90)$$

$$\cos \phi = \frac{P_t}{V_t \cdot I_t} \quad (1-91)$$

Il est essentiel de calculer l'angle interne de la machine à partir des données du régime permanent. La détermination de plusieurs autres grandeurs en dépendent. La tension terminale complexe de la Figure 1.2 peut s'écrire comme suit:

$$\bar{v}_t = v_d + jv_q \quad (1-92)$$

Par ailleurs sachant que nous avons en p.u  $\omega_{m0} = 1$  (Kundur, 1994), en remplaçant les flux par leur expression définie en (1-85,...1-89) dans les équations des tensions des axes d- et q- en régime permanent déduites de (1-40,...1-44) on aboutit aux équations de tensions suivantes des enroulements d'armature dans ces deux axes.

$$\begin{aligned} v_d &= \mathcal{E}_a \cdot i_d - \omega_{m0} \cdot \psi_q = \mathcal{E}_a \cdot i_d - \mathcal{E}_q \cdot i_q \\ v_q &= \mathcal{E}_a \cdot i_q + \omega_{m0} \cdot \psi_d = \mathcal{E}_a \cdot i_q + \mathcal{E}_d \cdot i_d + x_{md} \cdot i_f \end{aligned} \quad (1-93)$$

En remplaçant dans (1-92)  $v_d$  et  $v_q$  par leur expression développée en (1-93) on peut exprimer la tension terminale de la manière suivante:

$$\bar{v}_t = \mathcal{E}_a \cdot i_d - \mathcal{E}_q \cdot i_q + j \left( \mathcal{E}_a \cdot i_q + \mathcal{E}_d \cdot i_d + x_{md} \cdot i_f \right) \quad (1-94)$$

Dans le but de trouver une expression complexe convenable de (1-94) on peut remarquer que  $\bar{v}_t = \bar{v}_t - j\mathcal{E}_q \cdot i_d + j\mathcal{E}_d \cdot i_q$ . En l'appliquant dans (1-94) et en l'arrangeant de manière à ressortir le courant complexe terminale  $\bar{i}_t = i_d + ji_q$ , la tension  $\bar{v}_t$  prend la forme

$$\begin{aligned} \bar{v}_t &= \mathcal{E} \left( r_a + jx_q \right) \bar{i}_t + j \left[ \mathcal{E} \left( x_d - x_q \right) i_d + x_{md} \cdot i_f \right] \\ &= \mathcal{E} \left( r_a + jx_q \right) \bar{i}_t + \bar{e}_t \end{aligned} \quad (1-95)$$

**Définition 2:** On appelle tension interne ou tension d'excitation d'une machine sa tension totale induite notée  $\bar{e}_t$ . C'est également la force électromotrice de la machine (f.é.m) pour un fonctionnement en alternateur ou la force contre-électromotrice (f.c.é.m)

pour un fonctionnement en moteur. Pour la machine synchrone son expression dans la référence de Park est donnée par

$$\bar{e}_t = j \left[ \varepsilon (x_d - x_q) i_d + x_{md} i_f \right] \quad (1-96)$$

ce qui confirme bien qu'elle est alignée avec l'axe q- voir Figure (1.2). Si l'on considère la tension de la phase  $\alpha$  comme origine de phase, soit en p.u.  $\bar{v}_\alpha = \bar{v}_t = V_t \angle 0^\circ$ , alors l'angle interne  $\delta_0 = \arg(\bar{e}_t)$  en régime permanent (voir Figure 1.2), avec

$$\bar{e}_t = \bar{v}_t - \varepsilon (r_a + jx_q) \bar{i}_t = E_t \angle \delta_0^\circ \quad (1-97)$$

où  $\arg(\cdot)$  désigne l'argument du complexe donné et  $\bar{i}_t = \bar{i}_\alpha = I_t \angle \phi^\circ$ .

### 1.8.2 Angle interne à vide

À vide, il serait risqué de déduire de (1-97) que l'angle interne est nul. Cette affirmation n'est vraie que lorsque la phase  $\alpha$  de la tension est alignée avec le rotor porté par l'axe d-, sinon l'équation (1-6) doit être utilisée. En général, lorsque les variables de contrôle de l'essai étudié ne dépendent pas de l'angle interne (court-circuit triphasé, délestage à 100% de charge etc.), et lorsque les données de mesure du circuit de champ sont bonnes (non bruitées), on peut se passer de l'angle interne dans la référence de Park. Toutefois, si l'on veut revenir aux grandeurs a-b-c, on peut l'estimer en l'incluant dans le vecteur des paramètres à identifier.

$$\begin{aligned}
 v_d &= V_t \cos(\alpha_0 - \beta_0) = V_t \cos\left(\frac{\pi}{2} - \delta_0\right) = V_t \sin \delta_0 \\
 v_q &= V_t \sin(\alpha_0 - \beta_0) = V_t \sin\left(\frac{\pi}{2} - \delta_0\right) = V_t \cos \delta_0
 \end{aligned}
 \tag{1-98}$$

À vide ou en charge, si l'angle interne est connu, les tensions du régime permanent équilibré dans la référence de Park sont déduites de (1-5) et (1-6) pour  $g = v$  comme indiqués (1-98). Les courants d'armature sont obtenus de la même façon en remarquant que pour  $g = i$  on a  $\alpha_{g0} = \alpha_{i0} = \alpha_0 + \phi$ .

$$\begin{aligned}
 i_d &= I_t \cos(\alpha_{i0} - \beta_0) = I_t \cos\left(\frac{\pi}{2} - (\delta_0 + \phi)\right) = I_t \sin(\delta_0 + \phi) \\
 i_q &= I_t \sin(\alpha_{i0} - \beta_0) = I_t \sin\left(\frac{\pi}{2} - (\delta_0 + \phi)\right) = I_t \cos(\delta_0 + \phi)
 \end{aligned}
 \tag{1-99}$$

Le courant de champ tiré de (1-93) et la tension d'excitation de la machine sont définis par

$$i_f = \frac{v_q - \varepsilon(r_a \cdot i_q + (x_{md} + x_a) \cdot i_d)}{x_{md}} \tag{1-100}$$

$$v_f = r_f \cdot i_f \tag{1-101}$$

Enfin le couple mécanique est déduit de (1-69) comme suit:

$$T_m = T_e - \varepsilon D \omega_{m0} \tag{1-102}$$

où

$$T_e = \frac{P_t}{\omega_{m0}} = P_t \tag{1-103}$$

En règle générale, la stratégie à adopter dans la détermination des conditions initiales est toujours tributaire des informations que l'on possède de la machine. Nous examinerons quelques exemples aux chapitres 7 et 8.

### 1.9 Représentation black-box (boîte noire) de la machine synchrone

Suivant la théorie des circuits linéaires et en tenant compte des hypothèses (1.1), les modèles de la Figure 1.7 peuvent être représentés comme trois boîtes noires telles indiquées à la Figure 1.8 (Mésa, 1987). Cette représentation Black-box (boîte noire) de la machine a une importance certaine en identification lorsque l'on veut déterminer à partir des données d'entrée-sortie quelques fonctions de transfert en particulier (Kamwa, 1988).

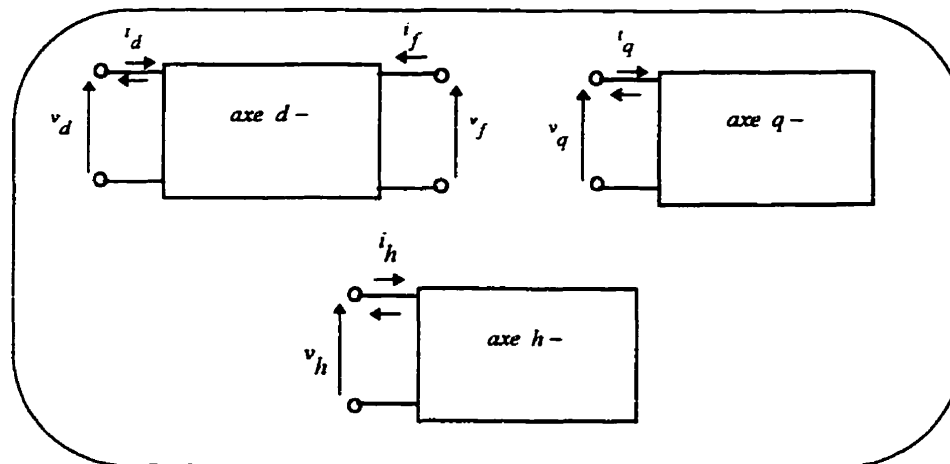


Figure 1.8: Représentation abstraite de la machine synchrone

En général ceci n'est utile que lorsqu'on peut établir une relation entre les coefficients polynomiaux de la boîte noire et les paramètres physiques de la machine. Le circuit de l'axe homopolaire dans cette représentation permet par superposition une extension théorique du concept aux fonctionnements dissymétriques de la machine. L'axe d- est quadripolaire alors que l'axe q- et h- sont dipolaires. La machine synchrone étant constituée de deux parties physiquement indépendantes que sont le rotor et le stator, seul

le circuit de l'axe d- permet par analogie à l'étude des circuits linéaires de prévoir plusieurs possibilités de contrôler la machine; chaque possibilité conduit à une structure donnée. Les variables d'entrée et de sortie sont globalement différentes d'une structure à l'autre. A chaque structure correspond une modélisation mathématique spécifique de la machine synchrone. Suivant les différentes stratégies de commande envisagées de la machine, et pour une vitesse mécanique donnée, on peut théoriquement envisager quatre structures distinctes pour une machine en fonctionnement équilibré ou non.

- **Structure à paramètres admittances**

Variables de contrôle  $v_d, v_q, v_h$  et  $v_f$

Variables de sortie  $i_d, i_q, i_h$  et  $i_f$

- **Structure à paramètres impédances**

Variables de contrôle  $i_d, i_q, i_h$  et  $i_f$

Variables de sortie  $v_d, v_q, v_h$  et  $v_f$

- **Structure à paramètres hybrides**

Variables de contrôle  $i_d, i_q, i_h$  et  $v_f$

Variables de sortie  $v_d, v_q, v_h$  et  $i_f$

- **Structure à paramètres hybrides inverses**

Variables de contrôle  $v_d, v_q, v_h$  et  $i_f$

Variables de sortie  $i_d, i_q, i_h$  et  $v_f$



On peut résumer les différentes structures précédentes par le diagramme de la Figure 1.9.

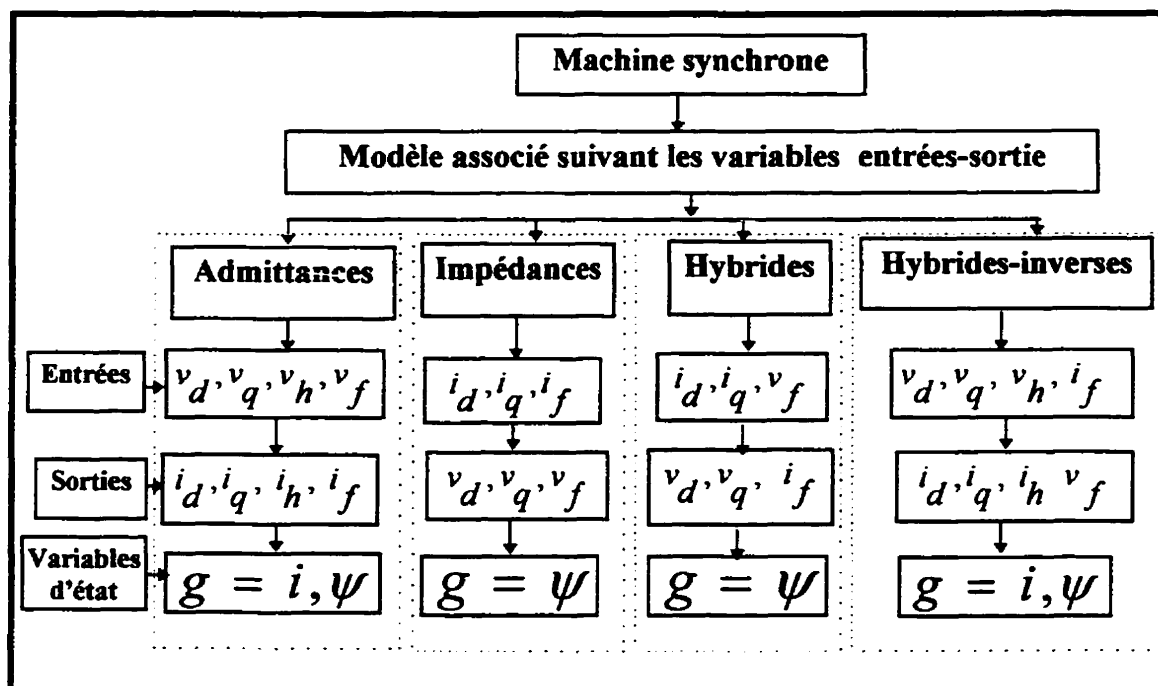


Figure 1.9 : Présentation des différents modèles suivant les variables d'entrée-sortie

À chacune des structures correspond un type d'essais associés. Qu'ils soient standards ou non, leur mise en oeuvre numérique n'est pas toujours aisée faute d'une modélisation appropriée de la machine. Dans le chapitre qui suit, nous proposons des solutions originales à cette lacune. La routine de mise en oeuvre numérique des conditions initiales dénommée *cond\_ini* est offerte en annexe 8. L'absence de la variable homopolaire des structures à impédances et hybrides de la Figure 1.9 suppose que la machine est en fonctionnement équilibré.

## **CHAPITRE II**

### **MODÉLISATION MATHÉMATIQUE ET PARAMÉTRIQUE DE LA MACHINE SYNCHRONE**

Dans l'analyse des systèmes linéaires multivariables, il existe plusieurs manières de représenter les modèles paramétriques de dimension finie. Les représentations les plus utilisées en identification des systèmes sont les modèles d'état pour les analyses temporelles et les modèles de type ARMAX (autoregressive moving average models with exogeneous inputs) pour les études fréquentielles. De toutes les représentations, le modèle d'état demeure de loin le plus intéressant. En effet, il a l'avantage sur les autres de permettre la simulation de la machine directement à partir des paramètres des circuits équivalents de la Figure 1.7 qui sont physiquement plus significatifs. Par ailleurs, au niveau de l'identification, on peut plus aisément rendre une représentation plus flexible et parcimonieuse (Kamwa, 1988). La présente étude s'appuie donc sur les représentations d'état de la machine synchrone. Nous proposons ici, dans un formalisme nouveau, des modèles répondant adéquatement aux différents procédés de contrôle de la machine synchrone. Dans le but de faciliter la compréhension des développements mathématiques nécessaires pour chaque modèle, nous modifions à certains moments la présentation des équations de flux et de tensions (1-51, 1-52). À chaque modèle correspondent des variables spécifiques.

#### **2.1 Modèles linéaires**

##### **2.1.1 Modèle d'état d'une machine commandée par des tensions armatures et de champ (structure à paramètres admittances)**

Les équations (1-51, 1-52) montrent que l'on peut choisir les variables flux ou

courants comme variables d'état. L'importance de chacune des variables dans l'analyse de la machine dépend de la spécificité de l'étude. Nous verrons qu'il est plus aisé dans l'étude de la machine saturée de choisir plutôt les flux comme variables d'état que les courants.

#### **-Variables d'état: courants**

Si l'on remplace dans (1-52) le vecteur des flux par son expression définie en (1-51) et

que par la suite on résout (1-52) en  $p \begin{bmatrix} i_s \\ i_r \end{bmatrix}$  on aboutit en posant

$$R_m = \begin{bmatrix} \sigma_s & 0_{3,n-3} \\ 0_{n-3,3} & r_r \end{bmatrix}; \quad X_m = \begin{bmatrix} \varepsilon X_s & X_{sr} \\ \varepsilon X_{sr}^T & X_r \end{bmatrix} \quad (2-1)$$

à la forme d'état suivante

$$p \begin{bmatrix} i_s \\ i_r \end{bmatrix} = -\omega_n X_m^{-1} (R_m + W X_m) \begin{bmatrix} i_s \\ i_r \end{bmatrix} + \omega_n X_m^{-1} \begin{bmatrix} v_s \\ v_r \end{bmatrix} \quad (2-2)$$

#### **-Variables d'état: flux**

De (1-51) on peut exprimer le vecteur des courants en fonction du vecteur des flux

$$\begin{bmatrix} i_s \\ i_r \end{bmatrix} = X_m^{-1} \begin{bmatrix} \Psi_s \\ \Psi_r \end{bmatrix} \quad (2-3)$$

En substituant le vecteur des courants de (1-52) par sa valeur définie en (2-3) et en

résolvant (1-52) en  $p \begin{bmatrix} \Psi_s \\ \Psi_r \end{bmatrix}$ , on aboutit à la forme d'état suivante avec les flux comme variables d'état

$$p \begin{bmatrix} \Psi_s \\ \Psi_r \end{bmatrix} = -\omega_n (R_m X_m^{-1} + W) \begin{bmatrix} \Psi_s \\ \Psi_r \end{bmatrix} + \omega_n I_n \begin{bmatrix} v_s \\ v_r \end{bmatrix} \quad (2-4)$$

Si nous considérons comme variables de sortie les courants mesurables  $y = \begin{bmatrix} i_d & i_q & i_h & i_f \end{bmatrix}^T$ , alors nous pouvons écrire les systèmes (2-2) et (2-4) en y incluant les équations de sortie sous la forme unique (2-5). L'indice  $v$  en exposant dans cette formulation traduit le modèle avec commande en tensions d'armature et de champ.

$$\begin{aligned} p(x_g) &= a_g^v x_g + b_g^v u_g \\ y_g &= c_g^v x_g + d_g^v u_g \end{aligned} \quad (2-5)$$

où

$$x_g = \begin{bmatrix} g_s & g_r \end{bmatrix}^T; y_g = \begin{bmatrix} i_s & i_f \end{bmatrix}^T; u_g = \begin{bmatrix} v_s & v_r \end{bmatrix}^T; g = i, \psi \quad (2-6)$$

Les matrices d'état pour le modèle avec des courants comme variables d'état sont

$$a_i^v = -b_i^v (R_m + W X_m^{-1}); \quad b_i^v = \omega_n X_m^{-1} \quad (2-7)$$

$$c_i^v = \begin{bmatrix} I_3 & O_{3,1} & O_{3,n-4} \\ O_{1,3} & 1 & O_{1,n-4} \end{bmatrix}; \quad d_i^v = O_{4,n} \quad (2-8)$$

et pour le modèle avec les flux pris comme variables d'état

$$a_{\psi}^v = -\omega_n \left( R_m X_m^{-1} + W \right); \quad b_{\psi}^v = \omega_n I_n \quad (2-9)$$

$$c_{\psi}^v = \frac{1}{\omega_n} c_i^v b_i^v; \quad d_{\psi}^v = d_i^v \quad (2-10)$$

En automatique, et plus spécifiquement dans la modélisation des systèmes linéaires, les modèles (2-2) et (2-4) sont dits algébriquement équivalents (Foulard et al, 1987). En effet, en définissant la matrice de transformation suivante  $T = X_m^{-1}$  et en remarquant que

$$\begin{bmatrix} i \\ s \\ i_r \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} \Psi \\ \Psi_s \\ \Psi_r \end{bmatrix}, \text{ on peut aisément vérifier les relations suivantes entre les deux modèles}$$

précédents

$$a_i^v = T a_{\Psi}^v T^{-1}; \quad b_i^v = T b_{\Psi}^v \quad (2-11)$$

$$c_i^v = c_{\Psi}^v T^{-1}; \quad d_i^v = d_{\Psi}^v \quad (2-12)$$

et réciproquement

$$a_{\Psi}^v = T^{-1} a_i^v T; \quad b_{\Psi}^v = T^{-1} b_i^v \quad (2-13)$$

$$c_{\Psi}^v = c_i^v T; \quad d_{\Psi}^v = d_i^v \quad (2-14)$$

Dans les relations précédentes,  $n = n_d + n_q + 4$  est l'ordre du système (2-5) pour une machine à  $n_d$  amortisseurs dans l'axe d- et à  $n_q$  amortisseurs dans l'axe q-. Pour une

machine sans amortisseur  $n_q = n_d = 0$ . Les modèles de commande en tension sont assez fournis dans la littérature. En ce sens, sur le plan conceptuel, le modèle ci-dessus n'est pas nouveau. Notre contribution tient cependant à la présentation de ce modèle sous une forme unique convertible en modèle de flux et de courant, ce qui inclut les améliorations apportées précédemment en plus de mettre les matrices du système sous une forme modulaire compacte facile à manipuler et à implanter numériquement. Par ailleurs, nous avons établi que les modèles en courant et en flux sont algébriquement équivalents; autrement dit, on peut passer d'un modèle à l'autre par une transformation simple et bien définie. Cette formulation est nettement plus élégante que celle présentée dans la littérature. Elle possède en plus le précieux avantage sur ceux existant de prédire aisément dans un régime donné, le comportement de la machine lors des transitoires asymétriques où la vitesse mécanique varie faiblement. La mise en oeuvre numérique du modèle de commande en tensions est obtenue avec la routine *msvi* donnée en annexe 8.

### **2.1.2 Modèle d'état d'une machine synchrone commandée par des courants armatures et la tension de champ (structure à paramètres hybrides)**

Ce modèle correspond à la structure hybride de la représentation boîte noire de la Figure 1.8. Généralement, les essais avec contrôle en courants d'armature nécessitent un comportement équilibré de la machine. Dans ces conditions le modèle hybride s'identifie parfaitement aux concepts (1-48,... 1-50) aboutissant aux équations de flux (1-51) et aux équations de tensions (1-52) dont les sous-matrices associées sont définies en (1-54,... 1-60) et (1-63,1-64). Nous pouvons réécrire les équations de flux (1-51) et les équations de tension (1-52) relativement au rotor et au stator de la manière suivante:

-au rotor

$$\Psi_r = \varepsilon X_{sr}^T i_s + X_r i_r \quad (2-15)$$

$$v_r = r_r i_r + \frac{p}{\omega_n} (\Psi_r) \quad (2-16)$$

-au stator

$$\Psi_s = \varepsilon X_s^T i_s + X_{sr} i_r \quad (2-17)$$

$$v_s = \varepsilon i_s + \frac{p}{\omega_n} (\Psi_s) + \omega_m \Xi \Psi_s \quad (2-18)$$

Le vecteur des courants rotoriques est obtenu de (2-15) par

$$i_r = X_r^{-1} (\Psi_r - \varepsilon X_{sr}^T i_s) \quad (2-19)$$

En remplaçant  $i_r$  défini en (2-19) dans (2-16) et en résolvant (2-16) en  $p(\Psi_r)$  on obtient

$$p(\Psi_r) = -\omega_n r_r X_r^{-1} (\Psi_r) + \omega_n v_r + \varepsilon \omega_n r_r X_r^{-1} X_{sr}^T i_s \quad (2-20)$$

L'objectif ici est de dériver de (2-20) un modèle avec comme commande le vecteur

$\begin{bmatrix} v_f & i_d & i_q \end{bmatrix}^T$ . Les enroulements amortisseurs étant en court-circuit on peut facilement

remarquer que

$$\omega_n v_r + \varepsilon \omega_n r_r X_r^{-1} X_{sr}^T i_s = \begin{bmatrix} \omega_n I_r & \varepsilon \omega_n r_r X_r^{-1} X_{sr}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_f \\ i_d \\ i_q \end{bmatrix} \quad (2-21)$$

où

$$I_r = \begin{bmatrix} I_{rd} \\ O_{nq,1} \end{bmatrix}, \quad I_{rd} = \begin{bmatrix} 1 & O_{1,n_d} \end{bmatrix}^T \quad (2-22)$$

L'équation (2-20) peut donc se mettre sous la forme d'état suivante où les indices  $i, v$  en exposant des matrices indiquent le modèle à paramètres hybrides.

$$p(\Psi_r) = a^{i,v}(\Psi_r) + b^{i,v} u^{i,v} \quad (2-23)$$

avec

$$a^{i,v} = -\omega_{nr} X_r^{-1} \quad (2-24)$$

$$b^{i,v} = \begin{bmatrix} \omega_n I_r & \varepsilon \omega_{nr} X_r^{-1} X_{sr}^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_n I_r & -\varepsilon a^{i,v} X_{sr}^T \end{bmatrix} \quad (2-25)$$

$$u^{i,v} = \begin{bmatrix} v_f & i_d & i_q \end{bmatrix}^T \quad (2-26)$$

Les variables de sortie dans ce modèle peuvent être le courant de champ et les flux d'armatures ou plutôt le courant de champ et les tensions d'armature définies par les équations (2-17, 2-18). Nous examinerons ces deux possibilités.

### 2.1.2.1 Modèle avec flux d'armatures et courant de champ comme sorties

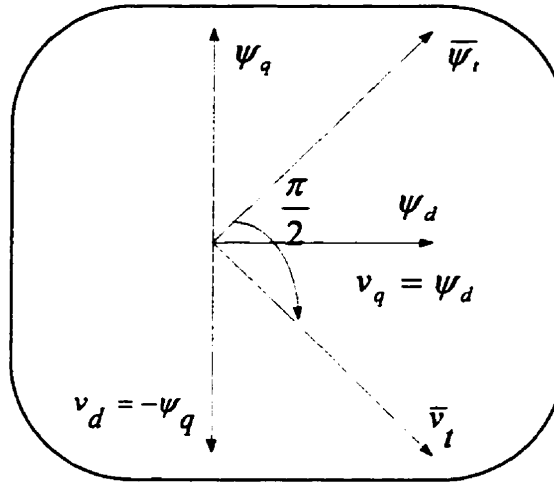
#### 2.1.2.1.1 Étude dans un axe arbitraire

Dans les études de faibles perturbations où la vitesse varie faiblement on peut négliger le terme différentiel  $\frac{p}{\omega_n}(\Psi_s)$  de (2-18) et le terme  $\varepsilon_s i_s$  faible et constant (la résistance d'armature est faible et les courants d'armature sont proportionnels aux



courants de commande qui sont constants) qui n'apporte rien dans la dynamique de la machine. Dans ces conditions nous avons  $\omega_m = \omega_{m0} = 1$ , et les équations de tensions (2-18) donnent

$$v_s = \begin{bmatrix} v_d \\ v_q \end{bmatrix} \approx \Xi \Psi_s = \begin{bmatrix} -\psi_q \\ \psi_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(-\frac{\pi}{2}) & \sin(-\frac{\pi}{2}) \\ -\sin(-\frac{\pi}{2}) & \cos(-\frac{\pi}{2}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_d \\ \psi_q \end{bmatrix} \quad (2-27)$$



**Figure 2.1: Phaseurs des flux et des tensions**

Connaissant le flux d'armature, la tension d'armature se déduit par une rotation d'angle  $\frac{\pi}{2}$  de ce flux dans le sens contraire du sens de rotation des grandeurs de Park (voir

Figure 2.1). Notons  $Y_\Psi = \begin{bmatrix} i_f & \psi_d & \psi_q \end{bmatrix}^T$  le vecteur de sortie du système. Si l'on explicite l'équation du flux de champ  $\psi_f$  tirée de (2-15) et si l'on y remplace en même temps que dans (2-17)  $i_r$  par son expression de (2-19), on peut écrire les expressions du courant de champ et des flux d'armature sous la forme suivante

$$i_f = \frac{1}{x_{ff}} \left[ \psi_f - \varepsilon_{md}^i d - \begin{bmatrix} 0 & x_{fd} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Psi_r - \varepsilon X_{sr}^{-1} i_s \end{bmatrix} \right] \quad (2-28)$$

$$\Psi_s = X_{sr} X_r^{-1} \Psi_r + \varepsilon \left[ X_s - X_{sr} X_r^{-1} X_{sr}^T \right] i_s$$

Une organisation judicieuse de (2-28) permet en y adjoignant la forme d'état (2-23) d'obtenir le modèle (2-29) avec le courant de champ et les flux armatures comme sorties

$$p(\Psi_r) = a^{i,v} \cdot \Psi_r + b^{i,v} \cdot u^{i,v} \quad (2-29)$$

$$Y_\Psi = c_\Psi^{i,v} \cdot \Psi_r + d_\Psi^{i,v} \cdot u^{i,v}$$

où

$$c_\Psi^{i,v} = \begin{bmatrix} \frac{1}{x_{ff}} \left[ I_r^T - X_{\mu^*} X_r^{-1} \right] \\ X_{sr} X_r^{-1} \end{bmatrix} \quad (2-30)$$

$$d_\Psi^{i,v} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{x_{ff}} \left[ \varepsilon X_{\mu^*} X_r^{-1} X_{sr}^T - \begin{bmatrix} x_{md} & 0 \end{bmatrix} \right] \\ O_{2,1} & \varepsilon \left[ X_s - X_{sr} X_r^{-1} X_{sr}^T \right] \end{bmatrix} \quad (2-31)$$

$$u^{i,v} = \begin{bmatrix} v_f & i_d & i_q \end{bmatrix}^T; \quad Y_\Psi = \begin{bmatrix} i_f & \psi_d & \psi_q \end{bmatrix}^T \quad (2-32)$$

avec

$$X_{\mu^*} = \begin{bmatrix} X_{\mu f^*} & O_{1,n_q} \end{bmatrix}_{1,n_d+n_q+1} \quad (2-33)$$

$$X_{\mu f^*} = \begin{bmatrix} 0 & x_{fD_i} \end{bmatrix}_{1, n_d + 1}; \quad i = 1 \dots n_d \quad (2-34)$$

Il convient de noter que les autres sous-matrices du systèmes sont conformes à celles spécifiées à la section (1.6).

#### 2.1.2.1.2 Modèle découplé: étude dans l'axe d- et dans l'axe q-

On peut faire la décomposition suivante du modèle précédent

$$\begin{aligned} a^{j,v} &= -\omega_{nr} X_r^{-1} = -\omega_n \text{diag}(r_{rd}, r_{rq}) \cdot \text{diag}(X_{rd}^{-1}, X_{rq}^{-1}) \\ &= \text{diag}(-\omega_{nr} X_{rd}^{-1}, -\omega_{nr} X_{rq}^{-1}) = \text{diag}(a_d^{j,v}, a_q^{j,v}) \end{aligned} \quad (2-35)$$

De même

$$\begin{aligned} b^{j,v} &= \begin{bmatrix} \omega_n I_r & -\alpha^{j,v} X_{sr}^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_n I_{rd} - \alpha_d^{j,v} X_{\mu d}^T & 0_{n_d+1,1} \\ 0_{n_q,2} & -\alpha_q^{j,v} X_{\mu q}^T \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} b_d^{j,v} & 0_{n_d+1,1} \\ 0_{n_q,2} & b_q^{j,v} \end{bmatrix} = \text{diag}(b_d^{j,v}, b_q^{j,v}) \end{aligned} \quad (2-36)$$

en posant

$$\Psi_r = \begin{bmatrix} \Psi_{rd} \\ \Psi_{rq} \end{bmatrix}; \quad u^{j,v} = \begin{bmatrix} u_d^{j,v} \\ u_q^{j,v} \end{bmatrix}; \quad Y_\Psi = \begin{bmatrix} Y_{\Psi d} \\ Y_{\Psi q} \end{bmatrix} \quad (2-37)$$

et en décomposant comme précédemment les matrices de sortie (2-30,2-31) suivant les deux axes, il apparaît clairement suite à (2-35,2-36) que le modèle hybride est découplé dans les deux axes d- et q- comme suit

#### -Modèle réduit de sorties en flux dans l'axe d-

On a le sous-système d'axe d- suivant

$$\begin{aligned} p(\Psi_{rd}) &= a_d^{i,v} \cdot \Psi_{rd} + b_d^{i,v} \cdot u_d^{i,v} \\ Y_{\Psi d} &= c_{\Psi d}^{j,v} \cdot \Psi_{rd} + d_{\Psi d}^{i,v} \cdot u_d^{i,v} \end{aligned} \quad (2-38)$$

où

$$u_d^{i,v} = \begin{bmatrix} v_f & i_d \end{bmatrix}^T; \quad Y_{\Psi d} = \begin{bmatrix} i_f & \psi_d \end{bmatrix}^T; \quad \Psi_{rd} = \begin{bmatrix} \psi_f & \psi_{D_i} \end{bmatrix}_{1, n_d+1}^T \quad (2-39)$$

$$a_{rd}^{i,v} = -\omega_n r_{rd} X_{rd}^{-1}; \quad b_{rd}^{i,v} = \begin{bmatrix} \omega_n I_{rd} & -a_{rd}^{i,v} X_{\mu d}^T \end{bmatrix} \quad (2-40)$$

$$c_{\Psi d}^{j,v} = \begin{bmatrix} \frac{1}{x_{ff}} \begin{bmatrix} I_{rd}^T - X_{\mu f*} X_{rd}^{-1} \\ X_{\mu d} X_{rd}^{-1} \end{bmatrix} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{\Psi d_{11}} \\ c_{\Psi d_{21}} \end{bmatrix} \quad (2-41)$$

$$d_{\Psi d}^{i,v} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{x_{ff}} \begin{bmatrix} \varepsilon X_{rd} X_{rd}^{-1} X_{\mu d}^T - x_{md} \\ \mu f_* \end{bmatrix} \\ 0 & \varepsilon (x_d - X_{\mu d} X_{rd}^{-1} X_{\mu d}^T) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & d_{\Psi d_{12}} \\ 0 & d_{\Psi d_{22}} \end{bmatrix} \quad (2-42)$$

### -Modèle réduit de sorties en flux dans l'axe q-

Le sous-système dans l'axe q- est défini comme suit

$$\begin{aligned} p(\Psi_{rq}) &= a_q^{j,v} \cdot \Psi_{rq} + b_q^{j,v} \cdot u_q^{j,v} \\ Y_{\Psi q} &= c_{\Psi q}^{j,v} \cdot \Psi_{rq} + d_{\Psi q}^{j,v} \cdot u_q^{j,v} \end{aligned} \quad (2-43)$$

où

$$u_q^{j,v} = \begin{bmatrix} i_q \end{bmatrix}; \quad Y_{\Psi q} = \begin{bmatrix} \psi_q \end{bmatrix}; \quad \Psi_{rq} = \begin{bmatrix} \psi_{Q_j} \end{bmatrix}_{1,n_q}^T \quad (2-44)$$

$$a_{rq}^{j,v} = -\omega_n r_{rq} X_{rq}^{-1}; \quad b_{rq}^{j,v} = -a_{rq}^{j,v} X_{\mu q}^T \quad (2-45)$$

$$c_{\Psi q}^{j,v} = \begin{bmatrix} X_{\mu q} X_{rq}^{-1} \end{bmatrix}; \quad d_{\Psi q}^{j,v} = \varepsilon \left( x_q - X_{\mu q} X_{rq}^{-1} X_{\mu q}^T \right) \quad (2-46)$$

Réciproquement on peut construire le système d'axe arbitraire (2-29) à partir des sous-systèmes précédents dans les axes d- et q- en remarquant que

$$a^{j,v} = \text{diag}(a_d^{j,v}, a_q^{j,v}); \quad b^{j,v} = \text{diag}(b_d^{j,v}, b_q^{j,v}) \quad (2-47)$$

$$c_{\Psi}^{j,v} = \text{diag}(c_{\Psi d}^{j,v}, c_{\Psi q}^{j,v}); \quad d_{\Psi}^{j,v} = \text{diag}(d_{\Psi d}^{j,v}, d_{\Psi q}^{j,v}) \quad (2-48)$$

L'enveloppe du flux total résultant se calcule suivant (2-49). Compte tenu des hypothèses de départ relatives aux sorties en flux, cette enveloppe est proche de celle de la tension terminale. Par ailleurs la Figure 2.1 permet de déduire la relation (2-50) entre le flux terminal et la tension terminale.

$$\text{env}(\psi_t) = \sqrt{\psi_d^2 + \psi_q^2} \approx \sqrt{(-v_q)^2 + v_d^2} \approx \text{env}(v_t) \quad (2-49)$$

$$\bar{v}_t \approx -j\bar{\psi}_t \quad (2-50)$$

où  $\text{env}(\cdot)$  désigne l'enveloppe de la variable donnée. Si l'angle  $\beta(t)$  de Park est connu (voir équation (1-1)) alors les tensions de phase de la machine sont calculées à l'aide de la transformation inverse de Park. Sous cette condition, la tension de la phase  $a$  est donnée par

$$\begin{aligned} v_a(t) &= v_d \cos \beta(t) + v_q \sin \beta(t) \\ &= -\psi_q \cos \beta(t) + \psi_d \sin \beta(t) \\ &= \psi_d \cos(\beta(t) - \frac{\pi}{2}) + \psi_q \sin(\beta(t) - \frac{\pi}{2}) \end{aligned} \quad (2-51)$$

Les tensions des phases  $b$  et  $c$  sont calculées comme précédemment en remplaçant  $\beta(t)$  respectivement par  $\beta(t) + \frac{2\pi}{3}$  et par  $\beta(t) + \frac{4\pi}{3}$ .

### 2.1.2.2 Modèle avec tensions d'armature et courant de champ comme variables de sortie

#### 2.1.2.2.1 Étude dans un axe arbitraire

Le flux est difficilement mesurable sauf dans certains travaux tels que mentionnés précédemment où on l'approxime à la tension en négligeant le gradient de flux et la chute de tension résistive d'armature. Les sorties en tensions, parce que directement mesurables sont plus souhaitables. Aussi, compte tenu des exigences de précision que doivent remplir les modèles de machine utilisés en identification, il est essentiel d'éviter autant que possible les simplifications qui sont de nature à compromettre cet objectif. Le vecteur de sortie escompté

est donc le suivant  $Y_v = \begin{bmatrix} i_f & v_d & v_q \end{bmatrix}^T$ . En remplaçant dans les équations de tension (2-18) le vecteur des flux d'armature par son expression définie en (2-28), on obtient après développement et réorganisation l'expression suivante des tensions d' armature.

$$\begin{aligned} v_s = & \frac{X_{rs} X_r^{-1}}{\omega_n} p(\Psi_r) + \omega_n \Xi X_{sr} X_r^{-1} \Psi_r + \sigma_s i_s + \varepsilon \omega_m \Xi (X_s - X_{sr} X_r^{-1} X_{sr}^{-1}) i_s \\ & + \varepsilon (X_s - X_{sr} X_r^{-1} X_{sr}^T) \frac{p}{\omega_n} (i_s) \end{aligned} \quad (2-52)$$

Comme nous l'avons mentionné au départ, généralement les essais avec contrôle en courants d'armature nécessitent un comportement symétrique de la machine. En outre la perturbation se fait lorsque la machine est en marche en régime permanent. Les courants d'armature de commande sont proportionnels aux courants du régime permanent, la quantité  $\frac{p}{\omega_n}(i_s)$  de (2-52) est donc nulle. Par ailleurs en remplaçant dans (2-52)  $p(\Psi_r)$  par son expression de l'équation d'état de (2-29), on obtient après arrangement et adjonction de l'expression du courant de champ tirée de l'équation de sortie de (2-29) le système hybride avec des tensions d'armature et le courant de champ comme variables de sortie suivant

$$\begin{aligned} p(\Psi_r) &= a^{j,v} \cdot \Psi_r + b^{j,v} \cdot u^{j,v} \\ Y_v &= c_v^{j,v} \cdot \Psi_r + d_v^{j,v} \cdot u^{j,v} \end{aligned} \quad (2-53)$$

où

$$c_v^{i,v} = \begin{bmatrix} c_{\Psi d_{11}} & 0_{1,n_q} \\ \frac{1}{\omega} X_{sr} X_r^{-1} a^{i,v} & \omega_{m0} \Xi X_{sr} X_r^{-1} \end{bmatrix} \quad (2-54)$$

$$d_v^{i,v} = \begin{bmatrix} 0 & \begin{bmatrix} d_{\Psi_{12}} & 0 \end{bmatrix} \\ 0_{2,1} & \sigma_s + \varepsilon \omega_{m0} \Xi (X_s - X_{sr} X_r^{-1} X_{sr}^T) + \frac{1}{\omega_n} X_{sr} X_r^{-1} b^{i,v} \end{bmatrix} \quad (2-55)$$

#### 2.1.2.2.2 Modèle découplé: étude dans l'axe d- et dans l'axe q-

Les matrices d'état du système découplé restant le même nous pouvons décomposer les sorties précédentes en tensions dans les axes d- et q- de la machine. Pour ce faire, en introduisant dans les matrices de sortie (2-54, 2-55) les matrices d'état et de sortie des sous-systèmes avec sorties en flux dans les axes d- et q-, on déduit les sous-systèmes suivants dans l'axe d- et dans l'axe q- avec des sorties en tension

##### -Modèle réduit de sorties en tension dans l'axe d-

$$\begin{aligned} p(\Psi_{rd}) &= a_d^{i,v} \cdot \Psi_{rd} + b_d^{i,v} \cdot u_d^{i,v} \\ Y_{vd} &= c_{vd}^{i,v} \cdot \Psi_{rd} + d_{vd}^{i,v} \cdot u_d^{i,v} \end{aligned} \quad (2-56)$$

où

$$Y_{vd} = \begin{bmatrix} i_f & v_{dd} & v_{dq} \end{bmatrix}^T \quad (2-57)$$



$$c_{vd}^{i,v} = \begin{bmatrix} C_{\Psi d_{11}} \\ \frac{1}{\omega_n} (C_{\Psi d_{21}} a_d^{i,v}) \\ \omega_{m0} C_{\Psi d_{21}} \end{bmatrix} \quad (2-58)$$

$$d_{vd}^{i,v} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & D_{\Psi d_{12}} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 0 & \sigma_a \end{bmatrix} + \frac{1}{\omega_n} (C_{\Psi d_{21}} b_d^{i,v}) \\ \begin{bmatrix} 0 & \varepsilon \omega_{m0} D_{\Psi d_{22}} \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad (2-59)$$

Les sorties  $v_{dd}$  et  $v_{dq}$  désignent respectivement les composantes dans le sous-système

de l'axe d- des tensions de sortie  $v_d$  et  $v_q$  de  $Y_v = \begin{bmatrix} i_f & v_d & v_q \end{bmatrix}^T$ .

**-Modèle réduit de sorties en tension dans l'axe q-**

$$\begin{aligned} p(\Psi_{rq}) &= a_q^{i,v} \cdot \Psi_{rq} + b_q^{i,v} \cdot u_q^{j,v} \\ Y_{vq} &= c_{vq}^{i,v} \cdot \Psi_{rq} + d_{vq}^{i,v} \cdot u_q^{j,v} \end{aligned} \quad (2-60)$$

où

$$Y_{vq} = \begin{bmatrix} 0 & v_{qd} & v_{qq} \end{bmatrix}^T \quad (2-61)$$

$$c_{vq}^{i,v} = \begin{bmatrix} 0_{1,nq} \\ -\omega_{m0} c_{\Psi q}^{i,v} \\ \frac{1}{\omega_n} (c_{\Psi q}^{j,v} a_q^{j,v}) \end{bmatrix} \quad (2-62)$$

$$d_{vq}^{i,v} = \begin{bmatrix} 0 \\ \varepsilon \omega_{m0} d_{\Psi q}^{i,v} \\ \varepsilon a + \frac{1}{\omega_n} (c_{\Psi q}^{j,v} b_q^{j,v}) \end{bmatrix} \quad (2-63)$$

comme précédemment Les sorties  $v_{qd}$  et  $v_{qq}$  désignent respectivement les composantes

dans le sous-système de l'axe q- des tensions de sortie  $v_d$  et  $v_q$  de  $Y_v = \begin{bmatrix} i_f & v_d & v_q \end{bmatrix}^T$ .

Réciproquement, comme dans le cas du système de sorties en flux, on peut construire le système en tension (2-53) à partir des sous-systèmes précédents de sorties en tensions.

En effet, on a:

$$a^{i,v} = \text{diag}(a_d^{i,v}, a_q^{i,v}); \quad b^{i,v} = \text{diag}(b_d^{i,v}, b_q^{i,v}) \quad (2-64)$$

$$c_v^{j,v} = \begin{bmatrix} c_{vd}^{j,v} & c_{vq}^{j,v} \end{bmatrix}; \quad d_v^{j,v} = \begin{bmatrix} d_{vd}^{j,v} & d_{vq}^{j,v} \end{bmatrix} \quad (2-65)$$

Par ailleurs

$$Y_v = Y_{vd} + Y_{vq} \quad (2-66)$$

L'enveloppe de la tension terminale se calcule de manière quadratique comme suit respectivement dans les axe d-, q- et dans un axe quelconque

$$env(v_{td}) = \sqrt{v_{dd}^2 + v_{dq}^2} \quad (2-67)$$

$$env(v_{tq}) = \sqrt{v_{qd}^2 + v_{qq}^2} \quad (2-68)$$

$$env(v_t) = \sqrt{v_d^2 + v_q^2} = \sqrt{(v_{dd} + v_{qd})^2 + (v_{dq} + v_{qq})^2} \quad (2-69)$$

La tension  $v_a$  de la phase se calcule connaissant l'angle de Park comme indiquée à la première ligne de (2-51)

$$v_a(t) = v_d \cos \beta(t) + v_q \sin \beta(t) \quad (2-70)$$

Quelques auteurs se sont intéressés aux tests dérivés de cette structure pour déterminer graphiquement les paramètres de la machine (De Mello et al 1977; EPRI report 1988; Namba et al 1981; Sugiyama et al 1982). Contrairement au modèle en tension ci-dessus qui a bénéficié d'une grande popularité, le modèle hybride n'a pas encore réellement fait l'objet d'une étude approfondie. Les quelques tentatives se sont avérées inappropriées parce que issues d'équations très simplifiées de la machine (Salvatore et al 1981; Tsai et al, 1995). En ce sens, le modèle que nous proposons est une importante innovation dans la modélisation de la machine synchrone. La mise en oeuvre numérique de ce modèle est obtenu avec la routine *del* citée en annexe 8.

### 2.1.3 Modèle d'état d'une machine synchrone commandée par des courants armatures et de champ (structure à paramètres impédances)

Ce modèle correspond à la structure à paramètres impédances de la représentation boîte noire. À l'instar du modèle hybride précédent, c'est la première fois que ce concept est introduit dans l'analyse de la machine synchrone. Le modèle de contrôle en courant permet ainsi de simuler des essais où le circuit de champ est préalablement ouvert et dont le modèle hybride ne peut simuler (exemple de l'essai de décroissance au stator avec circuit de champ ouvert). La machine est alors excitée par les courants de phase. Comme dans le cas hybride et pour les mêmes raisons, l'axe homopolaire n'est pas inclus dans ce modèle. Dans le but de faciliter la compréhension du modèle, modifions comme nous l'avons mentionné au début de ce chapitre la position des composantes du vecteur des grandeurs  $g = i, v, \psi$  de la machine. Dans ces conditions, les composantes principales  $g_d$ ,  $g_q$  et  $g_f$  de  $g = i, v, \psi$  seront consignées dans le vecteur

$$g_p = \begin{bmatrix} g_d & g_f & g_q \end{bmatrix}^T \quad (2-71)$$

Par contre les composantes secondaires liées aux circuits amortisseurs qui sont inaccessibles seront consignées dans le vecteur  $g_A$  (l'indice  $A$  au lieu de  $a$  permet d'éviter la confusion avec les grandeur de la phase  $a$  de la machine) réparti dans les deux axes d- et q- comme suit

$$g_A = \begin{bmatrix} g_{Ad}^T & g_{Aq}^T \end{bmatrix}^T \quad (2-72)$$

où

$$g_{Ad} = \begin{bmatrix} g_{D_1} & \cdots & g_{D_{n_d}} \end{bmatrix}^T ; \quad g_{Aq} = \begin{bmatrix} g_{Q_1} & \cdots & g_{Q_{n_q}} \end{bmatrix}^T \quad (2-73)$$

Cette disposition nous oblige à réorganiser les concepts introduits en (1-48,...1-50) de la manière suivante

$$\Delta = \frac{P}{\omega_n} I_{n-1} \quad (2-74)$$

$$W' = \omega_m \begin{bmatrix} \Xi'_{3,3} & O_{3,n-4} \\ O_{n-4,3} & O_{n-4,n-4} \end{bmatrix} \quad (2-75)$$

$$\Xi' = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2-76)$$

Les équations de flux et de tensions (1-51, 1-52) peuvent se mettre sous les formes

$$\Psi_p = X_{p \cdot p} \cdot i_p + X_{af \cdot p} \cdot i_A \quad (2-77)$$

$$\Psi_A = \begin{bmatrix} \Psi_{Ad} \\ \Psi_{Aq} \end{bmatrix} = X_{af}^T \cdot i_p + X_A \cdot i_A \quad (2-78)$$

$$v_p = r_{p \cdot p} \cdot i_p + \frac{P}{\omega_n} (\Psi_p) + \omega_m \Xi'_{3,3} (\Psi_p) \quad (2-79)$$

$$\begin{bmatrix} O_{n_d + n_q, 1} \end{bmatrix}^T = r_A \cdot i_A + \frac{P}{\omega_n} (\Psi_A) \quad (2-80)$$

### 2.1.3.1 Modèle avec flux d'armature et flux de champ comme variables de sortie

Si l'on remplace le vecteur des courants d'amortisseur  $i_A$  tiré de (2-78) dans (2-77) et dans (2-80) et si l'on résout l'équation (2-80) en  $p(\Psi_A)$  et l'on organise  $\Psi_p$  de

(2-77) en fonction de  $\Psi_A$  et de la commande  $u^i = \begin{bmatrix} i_f & i_d & i_q \end{bmatrix}^T$  on aboutit au système d'état suivant

$$\begin{aligned} p(\Psi_A) &= a^i \cdot \Psi_A + b^i \cdot u^i \\ \Psi_p &= c_{\Psi}^i \cdot \Psi_A + b^i \cdot u^i \end{aligned} \quad (2-81)$$

où

$$a^i = -\omega_n r_A X_A^{-1}; \quad b^i = \omega_n r_A X_A^{-1} X_{af}^T = -a^i X_{af}^T \quad (2-82)$$

$$c_{\Psi}^i = X_{af} X_A^{-1}; \quad d_{\Psi}^i = X_p - X_{af}^T \quad (2-83)$$

le paramètre  $i$  en exposant des matrices d'état traduit le modèle de commande en courant. Comme précédemment dans le cas du modèle hybride, le système (2-81) peut se décomposer en deux sous-systèmes indépendants dans les deux axes d- et q- de la manière suivante

$$p \begin{bmatrix} \Psi_{Ad} \\ \Psi_{Aq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_d^i & 0_{nd,nq} \\ 0_{nq,nd} & a_q^i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Psi_{Ad} \\ \Psi_{Aq} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_d^i & 0_{nd,1} \\ 0_{nq,2} & b_q^i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_d^i \\ u_q^i \end{bmatrix} \quad (2-84)$$

$$\begin{bmatrix} Y_{\Psi d} \\ Y_{\Psi q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{\Psi d}^i & 0_{2,nq} \\ 0_{1,nd} & c_{\Psi q}^i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Psi_{Ad} \\ \Psi_{Aq} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d_{\Psi d}^i & 0_{2,1} \\ 0_{1,2} & d_{\Psi q}^i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_d^i \\ u_q^i \end{bmatrix} \quad (2-85)$$

avec

$$u_d^i = \begin{bmatrix} i_d & i_f \end{bmatrix}^T; \quad u_q^i = \begin{bmatrix} i_q \end{bmatrix} \quad (2-86)$$

$$Y_{\Psi d} = \begin{bmatrix} \psi_d & \psi_f \end{bmatrix}^T; \quad Y_{\Psi q} = \begin{bmatrix} \psi_q \end{bmatrix} \quad (2-87)$$

Les matrices des sous-systèmes sont définies par :

**-Dans l'axe d-**

$$X_{df} = \begin{bmatrix} x_{dd} & x_{df} \\ x_{fd} & x_{ff} \end{bmatrix}; \quad X_{Df} = \begin{bmatrix} x_{dD_1} & x_{dD_2} & \dots \\ x_{fD_1} & x_{fD_2} & \dots \end{bmatrix}_{2,n_d} \quad (2-88)$$

$$X_{Ad} = \begin{bmatrix} x_{\mu\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{\beta\mu} \end{bmatrix}^T \quad (\mu, \beta) \in M_{ad} \quad (2-89)$$

$$r_{Ad} = \text{diag}(r_{D_i}); (i = 1 \dots n_d) \quad (2-90)$$

$$a_d^i = -\omega_n \cdot r_{Ad} \cdot X_{Ad}^{-1} \quad (2-91)$$

$$b_d^i = \omega_n \cdot r_{Ad} \cdot X_{Ad}^{-1} \cdot X_{Df}^T \quad (2-92)$$

$$c_{\Psi d}^j = X_{Df} \cdot X_{Ad}^{-1} \quad (2-93)$$

$$d_{\Psi d}^i = X_{df} - X_{Df} \cdot X_{Ad}^{-1} \cdot X_{Df}^T \quad (2-94)$$

**-Dans l'axe q-**

$$X_{Qq} = \begin{bmatrix} x_{qQ_1} & x_{qQ_2} & \dots \end{bmatrix}_{1,n_q}^T \quad (2-95)$$

$$r_{Aq} = \text{diag}(r_{Q_j}) \quad (2-96)$$

$$X_{Aq} = \begin{bmatrix} x_{\mu'\beta'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{\mu'\beta'} \end{bmatrix}^T, \quad (\mu', \beta') \in M_{aq} \quad (2-97)$$

$$a_q^j = -\omega_n \cdot r_{Aq} \cdot X_{Aq}^{-1} \quad (2-98)$$

$$b_q^j = \omega_n \cdot r_{Aq} \cdot X_{Aq}^{-1} \cdot X_{Qq}^T \quad (2-99)$$

$$c_{\Psi q}^j = X_{Qq} \cdot X_{Aq}^{-1} \quad (2-100)$$

$$d_{\Psi q}^j = \varepsilon_q - X_{Qq} \cdot X_{Aq}^{-1} \cdot X_{Qq}^T \quad (2-101)$$

**-Dans un axe arbitraire**

$$X_A = \text{diag}(X_{Ad}, X_{Aq}) \quad (2-102)$$

$$r_A = \text{diag}(r_{Ad}, r_{Aq}) \quad (2-103)$$

$$r_p = \text{diag}(\varepsilon_a, r_f, \varepsilon_a) \quad (2-104)$$

$$X_{af} = \text{diag}(X_{Df}, X_{Qq}) \quad (2-105)$$

$$X_p = \text{diag}(X_{df}, \varepsilon_q) \quad (2-106)$$

$$a^j = -\omega_n r_A X_A^{-1} = \text{diag}(a_d^j, a_q^j) \quad (2-107)$$

$$b^j = -a^j X_{af}^T = \text{diag}(b_d^j, b_q^j) \quad (2-108)$$

$$c_{\Psi}^j = X_{af} X_A^{-1} = \text{diag}(c_{\Psi d}^j, c_{\Psi q}^j) \quad (2-109)$$

$$d_{\Psi}^j = X_p - X_{af}^T = \text{diag}(d_{\Psi d}^j, d_{\Psi q}^j) \quad (2-110)$$

Le flux terminal, la tension terminale et la tension de la phase phase  $\alpha$  se calculent suivant (2-49,...2-51) exactement comme dans le cas du modèle hybride avec des sorties en flux.

### 2.1.3.2 Modèle avec tensions d'armature et tension de champ comme variables de sortie

Comme dans le modèle hybride, la mesure du flux n'est pas évidente à moins de l'approximer à la tension. Le modèle de tension est obtenu en remplaçant les sorties en



flux (2-81) dans l'équation de tension (2-79). Le développement de (2-79) conduit à la formulation d'état suivante avec des sorties en tensions  $Y_v = v_p$

**-Dans un axe arbitraire**

$$\begin{aligned} p(\Psi_A) &= d^i \cdot \Psi_A + b^i \cdot u^i \\ v_p &= c_v^i \cdot \Psi_A + d_v^i \cdot u^i \end{aligned} \quad (2-111)$$

où

$$c_v^i = \frac{c_{\Psi}^i \cdot d^i}{\omega_n} + \omega_{m0} \Xi' \cdot c_{\Psi}^i \quad (2-112)$$

$$d_v^i = r_p + \frac{c_{\Psi}^i \cdot b^i}{\omega_n} + \omega_{m0} \Xi' \cdot d_{\Psi}^i \quad (2-113)$$

en remarquant aisément que  $c_v^i = \text{diag}(c_{vd}^i, c_{vq}^i)$  et  $d_v^i = \text{diag}(d_{vd}^i, d_{vq}^i)$  avec

$$c_{vd}^i = \frac{c_{\Psi d}^i \cdot d_d^i}{\omega_n} + \omega_{m0} \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot c_{\Psi d}^i \quad (2-114)$$

$$c_{vq}^i = \frac{c_{\Psi q}^i \cdot d_q^i}{\omega_n} + \omega_{m0} \cdot c_{\Psi q}^i \quad (2-115)$$

$$d_{vd}^i = \begin{bmatrix} \varepsilon_a & 0 \\ 0 & r_f \end{bmatrix} + \frac{c_{\Psi d}^i \cdot b_d^i}{\omega_n} + \omega_{m0} \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} d_{\Psi d}^i \quad (2-116)$$

$$d_{vq}^i = \varepsilon_q + \frac{c_{\Psi q}^i \cdot b_q^i}{\omega_n} + \omega_{m0} d_{\Psi q}^i \quad (2-117)$$

on en déduit les sous-systèmes suivants

**-Dans l'axe d-**

$$\begin{aligned} p(\Psi_{Ad}) &= \alpha_d^j \cdot \Psi_{Ad} + b_d^j \cdot u_d^j \\ v_{pd} &= c_{vd}^j \cdot \Psi_{Ad} + d_{vd}^j \cdot u_d^j \end{aligned} \quad (2-118)$$

avec

$$v_{pd} = \begin{bmatrix} v_d & v_f \end{bmatrix}^T \quad (2-119)$$

**-Dans l'axe q-**

$$\begin{aligned} p(\Psi_{Aq}) &= \alpha_q^j \cdot \Psi_{Aq} + b_q^j \cdot u_q^j \\ v_{pq} &= c_{vq}^j \cdot \Psi_{Aq} + d_{vq}^j \cdot u_q^j \end{aligned} \quad (2-120)$$

avec

$$v_{pq} = \begin{bmatrix} v_q \end{bmatrix} \quad (2-121)$$

L'enveloppe de la tension terminale se calcule suivant la première forme de (2-69) et la tension de la phase  $a$  est donnée par (2-70). Ce modèle, comme le modèle précédent est nouvellement introduit dans l'analyse de la machine synchrone. Sa mise en oeuvre numérique est réalisée avec la routine *deli* citée en annexe 8.

#### **2.1.4 Modèle d'état d'une machine synchrone commandée par des tensions armatures et le courant de champ (structure à paramètres hybrides-inverses)**

Ce Modèle permet de simuler les essais associés à la structure à paramètres hybrides-inverses. L'axe homopolaire est y est inclus pour prédire les défauts asymétriques quand la machine est contrôlée par le courant de champ. Ce modèle est parfaitement adapté à

l'étude d'une machine à réluctance variable avec ou sans amortisseurs lorsque l'on opère à circuit de champ ouvert. Par ailleurs pour faciliter la prise en compte de la saturation magnétique, à l'instar des trois autres modèles, une version avec les flux comme variables d'état est nécessaire. On peut éclater les équations de flux et de tension (1-51,1-52) en isolant les variables de champ comme indiqué en (2-122). L'indice  $A$  associé aux grandeurs, indique comme dans le modèle précédent les variables liées aux amortisseurs.

$$\begin{bmatrix} \Psi_s \\ \Psi_f \\ \Psi_A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon X_s & X_{fs} & X_{sa} \\ \varepsilon X_{fs}^T & x_{ff} & X_{fa*} \\ \varepsilon X_{sa}^T & X_{fa*}^T & X_A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_s \\ i_f \\ i_A \end{bmatrix} \quad (2-122)$$

$$\begin{aligned} \left[ O_{n_d+n_q,1} \right]^T &= r_A i_A + \frac{p}{\omega_n} (\Psi_A) \\ &= r_A i_A + \frac{p}{\omega_n} \left( \begin{bmatrix} \varepsilon X_{sa}^T & X_{fa*}^T & X_A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_s \\ i_f \\ i_A \end{bmatrix} \right) \end{aligned} \quad (2-123)$$

$$\begin{aligned} v_s &= \varepsilon_s i_s + \omega_m \Xi \Psi_s + \frac{p}{\omega_n} (\Psi_s) \\ &= \left[ \varepsilon_s + \omega_m \Xi \varepsilon X_s \quad \omega_m \Xi X_{fs} \quad \omega_m \Xi X_{sa} \right] \begin{bmatrix} i_s \\ i_f \\ i_A \end{bmatrix} \\ &\quad + \frac{p}{\omega_n} \left( \begin{bmatrix} \varepsilon X_s & X_{fs} & X_{sa} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_s \\ i_f \\ i_A \end{bmatrix} \right) \end{aligned} \quad (2-124)$$

### 2.1.4.1 Modèle avec courants comme variables d'état

Le courant de commande  $i_f$  de la machine est un échelon. En remarquant que  $p(i_f) = 0$  et en posant

$$i_{sA} = \begin{bmatrix} i_s^T & i_A^T \end{bmatrix}^T; \quad u^{v,i} = \begin{bmatrix} v_s^T & i_f & O_{1,n_d+n_q} \end{bmatrix}^T; \quad y = \begin{bmatrix} i_s^T & \psi_f \end{bmatrix}^T \quad (2-125)$$

on peut construire la représentation d'état suivante avec les courants pris comme variables d'état où les indices  $v,i$  en exposant traduit le modèle hybride-inverse

$$\begin{aligned} p(i_{sA}) &= a_i^{v,i} \cdot i_{sA} + b_i^{v,i} \cdot u^{v,i} \\ y &= c_i^{v,i} \cdot i_{sA} + d_i^{v,i} \cdot u^{v,i} \end{aligned} \quad (2-126)$$

où

$$a_i^{v,i} = -\omega_n X^{-1} \begin{bmatrix} \mathcal{E}_s + \Xi \mathcal{E} X_s & \Xi X_{sa} \\ O_{3,n-4} & r_A \end{bmatrix} \quad (2-127)$$

$$b_i^{v,i} = -\omega_n X^{-1} \begin{bmatrix} -I_3 & \Xi X_{fs} & O_{3,n-4} \\ O_{n-4,3} & O_{n-4,1} & O_{n-4,n-4} \end{bmatrix} \quad (2-128)$$

$$c_i^{v,i} = \begin{bmatrix} I_3 & O_{3,n-4} \\ \mathcal{E} X_{fs}^T & X_{fa} \end{bmatrix} \quad (2-129)$$

$$d_i^{v,i} = \begin{bmatrix} O_{3,3} & O_{3,1} & O_{3,n-4} \\ O_{1,3} & x_{ff} & O_{1,n-4} \end{bmatrix} \quad (2-130)$$

Les nouvelles sous-matrices du système sont

$$X_{Dd} = \begin{bmatrix} x_{dD_1} & x_{dD_2} & \cdots \end{bmatrix}_{1,n_d} \quad (2-131)$$

$$X_{Qq} = \begin{bmatrix} x_{qQ_1} & x_{qQ_2} & \cdots \end{bmatrix}_{1,n_q} \quad (2-132)$$

$$X_{sa} = \text{diag}(X_{Dd}, X_{Qq}) \quad (2-133)$$

$$X_{fa*} = \begin{bmatrix} X_{Df}^T & 0_{1,n_q} \end{bmatrix} \quad (2-134)$$

$$X_{fs} = \begin{bmatrix} x_{fd} & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (2-135)$$

$$X = \begin{bmatrix} \varepsilon X_s & X_{sa} \\ \varepsilon X_{sa}^T & X_A \end{bmatrix} \quad (2-136)$$

Les matrices  $X_s$  et  $r_s$  sont définies à la section 1.6 et les matrices  $X_A$  et  $r_A$  en (2-102, 2-103). Bien que le flux de champ ne soit pas mesurable, il est préférable d'étudier son comportement comme variable de champ plutôt que la tension de champ très faible et ne présentant aucun intérêt majeur.

#### 2.1.4.2 Modèle avec flux comme variables d'état

Avec  $\Psi_{sA} = \begin{bmatrix} \Psi_s & \Psi_A \end{bmatrix}^T$ , on peut remarquer que  $i_{sA} = X^{-1} \Psi_{sA}$ . Le système (2-126) devient

$$\begin{aligned}
 p(X^{-1}\Psi_{sA}) &= a_i^{v,i} \cdot (X^{-1}\Psi_{sA}) + b_i^{v,i} \cdot u^{v,i} \\
 y &= c_i^{v,i} \cdot (X^{-1}\Psi_{sA}) + d_i^{v,i} \cdot u^{v,i}
 \end{aligned} \tag{2-137}$$

ou encore

$$\begin{aligned}
 p(\Psi_{sA}) &= (Xa_i^{v,i} X^{-1})\Psi_{sA} + (Xb_i^{v,i}) \cdot u^{v,i} \\
 y &= (c_i^{v,i} \cdot X^{-1})\Psi_{sA} + d_i^{v,i} \cdot u^{v,i}
 \end{aligned} \tag{2-138}$$

on en déduit les matrices d'état du modèle avec les flux comme variables d'état

$$a_{\Psi}^{v,i} = Xa_i^{v,i} X^{-1} ; \quad b_{\Psi}^{v,i} = Xb_i^{v,i} \tag{2-139}$$

$$c_{\Psi}^{v,i} = c_i^{v,i} X^{-1} ; \quad d_{\Psi}^{v,i} = d_i^{v,i} \tag{2-140}$$

Réciproquement

$$a_i^{v,i} = X^{-1}a_{\Psi}^{v,i} X ; \quad b_i^{v,i} = X^{-1}b_{\Psi}^{v,i} \tag{2-141}$$

$$c_i^{v,i} = c_{\Psi}^{v,i} X ; \quad d_{\Psi}^{v,i} = d_i^{v,i} \tag{2-142}$$

Comme dans le cas du modèle à paramètres admittances le modèle hybride-inverse présente deux structures, l'une avec les flux comme variables d'état et l'autre avec le courant comme variables d'état qui sont algébriquement équivalents. On peut donc condenser ce modèle comme suit

$$\begin{aligned}
 p(g_{sA}) &= a_g^{v,i} \cdot g_{sA} + b_g^{v,i} \cdot u^{v,i} \\
 y &= c_g^{v,i} \cdot g_{sA} + d_g^{v,i} \cdot u^{v,i} \quad g = i, \Psi
 \end{aligned}
 \tag{2-143}$$

La mise en oeuvre numérique de ce modèle est assurée par la routine *modhi* citée en annexe.

#### 2.1.4.3 Cas particulier : machine à réluctance avec amortisseurs

Une machine à réluctance ne comporte pas de circuit de champ. Nous déduisons du système précédent les matrices d'état du modèle d'une telle machine.

$$i_{sA} = \begin{bmatrix} i_s & i_A \end{bmatrix}^T; \quad u^{v,i} = \begin{bmatrix} v_s & \mathbf{O}_{1, n_d + n_q} \end{bmatrix}^T; \quad y = \begin{bmatrix} i_s \end{bmatrix}^T
 \tag{2-144}$$

$$a_i^{v,i} = -\omega_n X^{-1} \begin{bmatrix} \mathcal{E}_s + \Xi \cdot \mathcal{E}X_s & \Xi \cdot X_{sa} \\ \mathbf{O}_{3, n-4} & r_A \end{bmatrix}
 \tag{2-145}$$

$$b_i^{v,i} = -\omega_n X^{-1} \begin{bmatrix} -I_3 & \mathbf{O}_{3, n-4} \\ \mathbf{O}_{n-4, 3} & \mathbf{O}_{n-4, n-4} \end{bmatrix}
 \tag{2-146}$$

$$c_i^{v,i} = \begin{bmatrix} I_3 & \mathbf{O}_{3, n-4} \end{bmatrix}
 \tag{2-147}$$

$$d_i^{v,i} = \mathbf{O}_{3, n-4}
 \tag{2-148}$$

Les relations de similarité précédentes entre les modèles avec variables d'état flux et courants sont également applicables ici. Il est intéressant de remarquer que la machine à réluctance ne respecte pas la structure quadripolaire de la Figure 1.8. En effet du fait de l'absence du circuit de champ elle présente une structure dipolaire dans les trois axe d-q-

h. Conséquemment elle ne peut admettre qu'une modélisation de commande en tensions d'armature ou en courants d'armature. On peut aisément donc, en raisonnant comme nous l'avons fait précédemment déduire du modèle à paramètres impédances une modélisation avec les courants d'armature de commande d'une machine à réluctance avec amortisseurs.

### 2.1.5 Matrices de transfert et constantes de temps de la machine synchrone.

#### 2.1.5.1 Matrices de transfert des modèles de machine

Soit le modèle d'état suivant de la machine dans l'une quelconque des structures développées précédemment

$$\begin{aligned} p(x(t)) &= a.x(t) + b.u(t) \\ y(t) &= c.x(t) + d.u(t) \end{aligned} \quad (2-149)$$

La matrice de transfert du système (155) est donnée par

$$H(s) = [h_{ij}(s)] = c(sI - a)^{-1}b + d \quad (2-150)$$

Le modèle entrée sortie de la machine dans le domaine des fréquences est alors

$$Y(s) = H(s)U(s) \quad (2-151)$$

Lorsque la machine est contrôlée par des tensions, les entrées  $h_{ij} = y_{ij}, (i, j = d, q)$  de la matrice d'admittances de transfert  $H(s)$  sont rigoureusement définies dans (Kamwa et al



1997; Kamwa 1988) Le modèle de commande en courants étant découplé, la matrice d'impédances de transfert s'écrit comme suit lorsque les sorties sont des flux.

$$\begin{aligned}
 H(s) = [h_{ij}(s)] &= c_{\Psi}^i (sI_{n-1} - a_{\Psi}^i)^{-1} b_{\Psi}^i + d_{\Psi}^i \\
 &= \begin{bmatrix} c_{\Psi d}^i (sI_{n_d} - a_{\Psi d}^i)^{-1} b_{\Psi d}^i + d_{\Psi d}^i & O_{2,1} \\ O_{1,2} & c_{\Psi q}^i (sI_{n_q} - a_{\Psi q}^i)^{-1} b_{\Psi q}^i + d_{\Psi q}^i \end{bmatrix}
 \end{aligned}
 \quad (2-152)$$

Lorsque l'on a les tensions comme variables de sortie, la matrice de transfert prend la forme découplée suivante

$$H_l(s) = c_{vl}^i (sI_{n_l} - a_l^i)^{-1} b_l^i + d_{vl}^i; l = d, q \quad (2-153)$$

où les matrices de sortie  $c_{vd}^i, d_{vd}^i$ , et  $c_{vq}^i, d_{vq}^i$  sont définies en (2-114,...2-117). Elle se résume comme suit

$$H(s) = [z_{ij}] = \begin{bmatrix} z_{d0}(s) & z_{df0}(s) & 0 \\ z_{fd0}(s) & z_{f0}(s) & 0 \\ 0 & 0 & z_{q0}(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_d(s) & O_{1,2} \\ O_{2,1} & H_q(s) \end{bmatrix} \quad (2-154)$$

Les structures hybride et hybride-inverse étant une combinaison des structures admittance et impédance, la matrice de transfert pour le modèle hybride se calcule comme dans le cas du modèle en courant et celle du modèle hybride-inverse comme pour la structure admittance.

### 2.1.5.2 Impédances opérationnelles et constantes de temps de la structure à paramètres admittances de la machine synchrone

Les entrées des matrices de transfert des différentes structures de la machines sont des fonctions rationnelles dont les numérateurs et les dénominateurs sont constitués respectivement des pôles et des zéros du modèle de machine considéré. Les paramètres de court-circuit  $x_d(s)$ ,  $x_q(s)$ ,  $x_f(s)$  et  $G(s)$  de la structure à paramètres admittances appelés impédances opérationnelles dans la littérature sont définis par (Kamwa 1988 ; Kilgore 1931; Kundur 1994)

$$x_i(s) = \frac{Z_i(s) - r_a}{s} = \frac{x_{in}(s)}{x_{id}(s)} = x_i \left( \frac{\prod_{k=1}^{n_d+1} (1 + sT_i^k)}{\prod_{k=1}^{n_d+1} (1 + sT_{i0}^k)} \right); i = d, f \quad (2-155)$$

$$x_q(s) = \frac{Z_q(s) - r_a}{s} = \frac{x_{qn}(s)}{x_{qq}(s)} = x_q \left( \frac{\prod_{k=1}^{n_q} (1 + sT_q^k)}{\prod_{k=1}^{n_q} (1 + sT_{q0}^k)} \right) \quad (2-156)$$

$$sG(s) = \frac{G_n(s)}{x_{dd}(s)} = G_0 \left( \frac{\prod_{k=1}^{n_d} (1 + sT_{Dk})}{\prod_{k=1}^{n_d+1} (1 + sT_{d0}^k)} \right) \quad (2-157)$$

À très basse fréquence,

$$x_d = x_d(0); x_q = x_q(0); x_f = x_f(0); G_0 = G(0) = \frac{x_{md}}{r_f} \quad (2-158)$$

La réactance transitoire d'ordre  $k$  de  $x_j$ , ( $j = d, q, f$ ) est définie par (Kamwa et al, 1997)

$$x_j^k = x_j^0 \frac{T_j'}{T_{j0}'} \frac{T_j''}{T_{j0}''} \dots \left( \frac{T_j^k}{T_{j0}^k} \right); \quad (k \neq 0) \quad x_j^0 = x_j(0) \quad (2-159)$$

en particulier lorsque  $k = n_d + 1, n_q$  pour  $j = d, q$  respectivement. En particulier lorsque  $k = 0$ , la réactance correspondante est dite synchrone, si  $k = 1$ , la réactance est dite transitoire et la constante de temps correspondante est dite constante transitoire. Pour  $k = 2$ , la réactance et la constante de temps sont respectivement appelées réactance et constante de temps subtransitoires, ainsi de suite suivant l'ordre de la machine.  $G(s)$  est la réactance de transfert de court-circuit.

### 2.1.5.3 Impédances opérationnelles et constantes de temps de la structure à paramètres hybrides de la machine synchrone

Comme précédemment, lorsque l'essai est opéré à circuit d'induit ouvert ou circuit d'inducteur ouvert correspondant à la structure à paramètres impédance, on peut déduire les réactances opérationnelles à circuit ouvert  $x_{d0}(s)$ ,  $x_{q0}(s)$ ,  $x_{df0}(s)$  et  $x_{f0}(s)$

$$x_{d0}(s) = \frac{x_{d0n}(s)}{x_{d0d}(s)} = x_d \frac{\prod_{k=1}^{n_d} (1 + sT_{dD_k})}{\prod_{k=1}^{n_d} (1 + sT_{DD_k})} \quad (2-160)$$

$$x_{q0}(s) = \frac{x_{q0n}(s)}{x_{q0d}(s)} = x_q \frac{\prod_{k=1}^{n_q-1} (1 + sT_{qQ_k})}{\prod_{k=1}^{n_q-1} (1 + sT_{QQ_k})} \quad (2-161)$$

$$x_{df0}(s) = \frac{x_{df0n}(s)}{x_{df0d}(s)} = x_{md} \frac{\prod_{k=1}^{n_d-1} (1 + sT_{D_k})}{\prod_{k=1}^{n_d-1} (1 + sT_{DD_k})} \quad (2-162)$$

$$x_{f0}(s) = \frac{x_{f0n}(s)}{x_{f0d}(s)} = x_{ff} \frac{\prod_{k=1}^{n_d-1} (1 + sT_{fD_k})}{\prod_{k=1}^{n_d-1} (1 + sT_{DD_k})} \quad (2-163)$$

$x_{d0}(s)$  et  $x_{q0}(s)$  sont respectivement la réactance opérationnelle à circuit ouvert (circuit de champ) de l'axe d- et de l'axe q-;  $x_{df0}(s)$  est la réactance de transfert à circuit ouvert;  $x_{f0}(s)$  est la réactance opérationnelle à circuit d'armature ouvert du champ,  $T_{dD_1}, T_{dD_2}, \dots$  sont les constantes de temps à circuit de champ ouvert de l'axe d- et  $T_{qQ_1}, T_{qQ_2}, \dots$  celles de l'axe q-;  $T_{fD_1}, T_{fD_2}, \dots$  sont les constantes de temps à circuit d'induit ouvert;  $T_{D_k}$  et  $T_{Q_k}$  sont les constantes de temps de fuite des amortisseurs  $D_k$  et  $Q_k$ .  $T_{DD_k}$  est la constante de temps des amortisseurs à circuit armature ouvert. Les structures hybride et hybride-inverse étant une combinaison des deux structures précédentes, les constantes de temps évaluées ci-dessus s'y retrouvent. Des relations

issues de l'analyse des circuits linéaires peuvent être utilisées pour passer d'une structure à l'autre (Mésa 1987).

#### 2.1.5.4 Calcul d'un circuit équivalent standard à partir des constantes de temps de court-circuit

Des méthodes permettant de passer des constantes de temps fournies par le manufacturier ou obtenues par traitement graphique du court-circuit pour calculer les paramètres des circuits équivalents ont été développées dans la littérature (Canay 1993; Kamwa 1988; Salvatore et al 1981; Umans et al 1978). Ces algorithmes présentent chacun des faiblesses dans l'évaluation précises de certains paramètres de la machine. La méthode proposée ci-dessous tirée de leurs avantages permet d'obtenir de meilleurs résultats pour un circuit standard machine (1 amortisseur par axe) lorsque les paramètres mesurables de la machine regroupés dans le vecteur  $w$  (2-164) sont disponibles.

$$w = \begin{bmatrix} x''_q & r_f & x_a & x_d & x_q & x'_d & x''_d & T'_d & T''_d & T''_q \end{bmatrix} \quad (2-164)$$

La constante de temps de l'amortisseur de l'axe d- est donnée par

$$T_{D1} = \frac{b}{c} \quad (2-165)$$

avec

$$b = \frac{\alpha x_{md}(x''_d - x_a)}{\alpha x_d + x_a x_{md} - (x_d + x_{md})x''_d} \quad (2-166)$$

$$a = \frac{x'_d - x_a}{x_d - x'_d}; c = \frac{1}{T''_d} \left( b + \frac{\alpha x_{md} x_a}{x_{md} x_a + \alpha x_d} \right) \quad (2-167)$$

La constante de temps subtransitoire à circuit ouvert  $T''_{q0}$  est obtenue de la relation (2-159)

$$T''_{q0} = \frac{x_q T''_q}{x''_q} \quad (2-168)$$

Les constantes de temps à circuit ouvert de l'axe d- sont les racines positives du polynôme suivant (Canay, 1993)

$$P_0(p) = (1 + pAt_0 + p^2 Bt_0) = (1 + pT'_{d0})(1 + pT''_{d0}) \quad (2-169)$$

où

$$At_0 = \frac{x_d T''_d}{x''_d} + \left( \frac{x_d}{x''_d} - \frac{x_d}{x'_d + 1} \right) \cdot T''_d; \quad Bt_0 = \frac{x_d T'_d T''_d}{x''_d} \quad (2-170)$$

À partir des paramètres de Salvatore (1981)

$$P_d = T'_d T''_d; \quad S_d = T'_d + T''_d \quad (2-171)$$

$$P_{d0} = T'_{d0} T''_{d0}; \quad S_{d0} = T'_{d0} + T''_{d0} \quad (2-172)$$

$$k1 = (S_{d0} - S_d) (P_{d0} S_d - P_d S_{d0}) - (P_{d0} - P_d)^2 \quad (2-173)$$

$$k2 = P_{d0} S_d - P_d S_{d0} + T_{D1} (T_{D1} (S_{d0} - S_d) - 2(P_{d0} - P_d)) \quad (2-174)$$

$$k3 = P_{d0} - T_{D1} (S_{d0} - T_{D1}); k4 = P_{d0} - P_d - T_{D1} (S_{d0} - S_d) \quad (2-175)$$

$$k5 = (P_{d0} S_d - P_d S_{d0}) - T_{D1} (P_{d0} - P_d) \quad (2-176)$$

On détermine les paramètres du circuit équivalent comme suit (en pu) (Umans et al 1978)

$$x_{md} = \frac{x_d k_4}{k_3}; \quad r_f = \frac{x_{md}^2 k_2}{\omega_n x_d k_1}; \quad x_f = \frac{r_f k_5 \omega_n}{k_4} \quad (2-177)$$

$$x_a = x_d - x_{md}; \quad r_{D1} = \frac{r_f k_1 \omega_n}{\omega_n k_4^2}; \quad x_{D1} = T_{D1} r_{D1} \omega_n \quad (2-178)$$

$$x_{mq} = x_q - x_a; \quad x_{mqx} = \frac{x_{mq} x_a}{x_q}; \quad x_{kf1} = \frac{k_3 x_{md}^2}{x_d k_4 - x_{md}} \quad (2-179)$$

$$x_{Q1} = \frac{x_{mq} T_q'' - x_{mqx} T_{q0}''}{T_{q0}'' - T_q''}; \quad r_{Q1} = \frac{(x_{Q1} + x_{mq})}{\omega_n T_q''} \quad (2-180)$$

Réciproquement, l'application de l'algorithme proposé dans (Kamwa et al 1997) permet de déterminer rigoureusement pour un nombre arbitraire de circuits rotoriques, toutes les constantes de temps et les réactances de court-circuit de la machine y compris celles du circuit de champ. Les routines *lg3* et *ldlq* de l'annexe 8 sont des outils numériques conçus à ce sujet.

## 2.2 Cas non linéaires

Les modèles non linéaires des structures à paramètres admittances et hybrides-inverses seront examinés ensemble à cause du caractère dominant de la commande en tensions armatures de ces structures. Les modèles à paramètres hybrides et impédances seront également étudiés ensemble; les courants armatures de commande qui les caractérisent leur confèrent plusieurs points communs.

### 2.2.1 Structures à paramètres admittances et hybrides-inverses

Nous avons établi à la section 1.7 que le couple électrique dans les structures admittances et hybrides inverses peut s'exprimer comme un produit matriciel (1-74). Si l'on remplace l'expression du couple électrique (1-73) dans l'équation mécanique (1-69) et on met ensemble (1-69,1-70) et (2-5) pour le modèle admittance ou (1-69,1-70) et (2-5) pour le modèle hybride-inverse, on aboutit au système non linéaire (2-181)

$$p(z_g^l) = A_g^l z_g^l + B_g^l v_g^l \quad (2-181)$$

-Pour le modèle à paramètres admittances:  $l = v$

$$z_g^v = \begin{bmatrix} x_g^T & \omega_m & \delta \end{bmatrix}^T; \quad g = i, \psi \quad (2-182)$$

$$v_g^v = \begin{bmatrix} u_g^T & T_m & 1 \end{bmatrix}^T; g = i, \psi \quad (2-183)$$

$$A_g^v = \begin{bmatrix} a_g^v & O_{n,2} \\ Z_{g,2,n}^v & R_{2,2} \end{bmatrix} \quad (2-184)$$

$$B_g^v = \begin{bmatrix} b_g^v & O_{n,2} \\ O_{2,n} & X_{2,2} \end{bmatrix} \quad (2-185)$$

$$Z_{g,2,n}^v = \frac{1}{2H} \begin{bmatrix} \varepsilon \cdot g^T \cdot G_g^v \\ O_{1,n} \end{bmatrix} \quad (2-186)$$

$$X_{2,2} = \frac{1}{2H} \begin{bmatrix} -\varepsilon & 0 \\ 0 & -2H\omega_n \end{bmatrix} \quad (2-187)$$



$$R_{2,2} = \frac{1}{2H} \begin{bmatrix} -D & 0 \\ 2H\omega_n & 0 \end{bmatrix} \quad (2-188)$$

**-Pour le modèle à paramètres hybride-inverse:  $l = v, i$**

$$z_g^{v,i} = \begin{bmatrix} g_{sA}^T & \omega_m & \delta \end{bmatrix}^T ; g = i, \psi \quad (2-189)$$

$$v_g^{v,i} = \begin{bmatrix} (u^{v,i})^T & T_m & 1 \end{bmatrix}^T ; g = i, \psi \quad (2-190)$$

$$A_g^{v,i} = \begin{bmatrix} a_g^{v,i} & O_{n-1,2} \\ Z_{g,2,n-1}^{v,i} & R_{2,2} \end{bmatrix} \quad (2-191)$$

$$B_g^{v,i} = \begin{bmatrix} b_g^{v,i} & O_{n-1,2} \\ O_{2,n-1} & X_{2,2} \end{bmatrix} \quad (2-192)$$

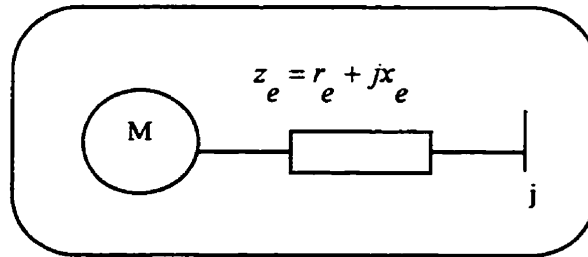
$$Z_{g,2,n-1}^{v,i} = \frac{1}{2H} \begin{bmatrix} \varepsilon \cdot g^T \cdot G_g^{v,i} \\ O_{1,n-1} \end{bmatrix} \quad (2-193)$$

$X_{2,2}$  et  $R_{2,2}$  sont définies par (2-187) et (2-188). La routine *ccnh* citée en annexe 8 est appropriée pour les exemples d'étude non linéaires de la machine commandée en tensions.

#### 2.2.1.1 Machine connectée à un réseau

En général, la machine en opération est connectée à une barre du réseau à travers une ligne de transmission d'impédance équivalente  $z_e = r_e + jx_e$  (Figure 2.2). Le modèle de machine considéré ici est le modèle à paramètres admittances. Lorsque l'on regarde la

machine de la barre  $j$ , l'impédance d'armature devient  $Z_a = (r_a + r_e) + j(x_a + x_e)$  et la tension terminale de commande est égale à celle de la barre  $j$  dont les composantes sont  $v_{dj} = V_j \sin \delta$ ,  $v_{qj} = V_j \cos \delta$ .



**Figure 2.2:** Machine connectée à une barre d'un réseau

Le système (2-181) prend la forme

$$p(z_g) = \bar{A}_g z_g + \bar{B}_g \hat{v}_g \quad (2-194)$$

Les matrices  $\bar{A}_g$ ,  $\bar{B}_g$ ,  $\hat{a}_g^v$  et  $\hat{b}_g^v$  sont obtenues en remplaçant les paramètres  $r_a$  par  $r_a + r_e$  et  $x_a$  par  $x_a + x_e$  dans les matrices  $a_g^v$  et  $b_g^v$ . Le vecteur d'excitation  $\hat{v}_g$  est déterminé en remplaçant dans  $v_g$  le vecteur  $v_s = \begin{bmatrix} v_d & v_q & v_h \end{bmatrix}^T$  par le vecteur

$\hat{v}_s = \begin{bmatrix} v_{dj} & v_{qj} & 0 \end{bmatrix}^T$ . Le vecteur d'excitation contient des composantes non linéaires

qui ne peuvent servir de commande. Dans ce cas, l'étude de la stabilité se fait en calculant une fonction appropriée de Lyapunov. On peut cependant faire une analyse du comportement de la machine suite à une perturbation autour d'un point de fonctionnement en déterminant une version linéarisée du modèle précédent. En général, on considère que la machine est connectée à un réseau puissant et influence très peu la

tension à la barre de connexion. Dans un fonctionnement en alternateur, si la barre  $j$  est reliée à la terre à l'aide d'un conducteur d'impédance négligeable ( $V_j = 0$ ), la machine est dite autonome avec une charge  $z_e = r_e + jx_e$ . Lorsque la machine est en fonctionnement symétrique dans le réseau, un point d'équilibre est caractérisé par:

$$z_{i0}^T = \begin{bmatrix} i_{d0} & i_{q0} & 0 & i_{f0} & O_{1,n_d+n_q} & \omega_{m0} & \delta_0 \end{bmatrix} \quad (2-195)$$

Le développement en série de Taylor du système (2-194) autour de  $z_{i0}^T$  avec les grandeurs courants comme variables d'état conduit au système suivant

$$p(z_i) = M \cdot z_i + N \cdot \tilde{v}_i \quad (2-196)$$

où

$$M = \begin{bmatrix} \hat{a}_i^v & \hat{b}_i^v \cdot K_{n,2} \\ X_{2,2} \cdot Y_{2,n} & X_{2,2} \cdot R_{2,2} \end{bmatrix} \quad (2-197)$$

$$N = \begin{bmatrix} \hat{b}_i^v & O_{n,2} \\ O_{2,n} & X_{2,2} \end{bmatrix} \quad (2-198)$$

$$Y_{2,n} = \begin{bmatrix} y_{dqh} & y_{rd} & y_{rq} \\ O_{1,3} & O_{1,n_d+1} & O_{1,n_q} \end{bmatrix} \quad (2-199)$$

$$K_{n,2} = \varepsilon \begin{bmatrix} kd_{1,2} \\ kq_{1,2} \\ 0_{1,2} \\ O_{n-3,2} \end{bmatrix} \quad (2-200)$$

avec

$$y_{dqh} = \varepsilon \begin{bmatrix} (x_d - x_q)^i_{q0} & (x_q - x_d)^i_{d0} & 0 \end{bmatrix} \quad (2-201)$$

$$y_{rd} = \varepsilon x_{md}^i_{q0} J_{1,n_d+1} \quad (2-202)$$

$$y_{rq} = -\varepsilon x_{mq}^i_{d0} J_{1,n_q} \quad (2-203)$$

$$kd_{1,2} = \begin{bmatrix} \varepsilon(x_q + x_e)^i_{q0} & -V_j \cos \delta_0 \end{bmatrix} \quad (2-204)$$

$$kq_{1,2} = \begin{bmatrix} \varepsilon(x_d + x_e)^i_{d0} + x_{md}^i_{f0} & V_j \sin \delta_0 \end{bmatrix} \quad (2-205)$$

$$\tilde{v}_i = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \Delta v_f & O_{1,n_d+n_q} & \Delta T_m & 0 \end{bmatrix}^T \quad (2-206)$$

$J_{i,j}$  est une matrice d'ordre  $i \times j$  où toutes les entrées sont égales à 1. Il est important de remarquer que lorsqu'on veut étudier le comportement de la machine seule autour d'un point d'équilibre, le modèle linéarisé se déduit de (2-196) en remplaçant  $\tilde{v}_i$  par  $v_i$ ,  $kd_{1,2}$  et  $kq_{1,2}$  respectivement par

$$Kd_{1,2} = \begin{bmatrix} \varepsilon(x_q + x_e)^i_{q0} & 0 \end{bmatrix} \quad (2-207)$$

$$Kq_{1,2} = \begin{bmatrix} \varepsilon(x_d + x_e)^i_{d0} + x_{md}^i_{f0} & 0 \end{bmatrix} \quad (2-208)$$

Les entrées de commande dans ce cas ainsi que les variables d'état sont de petites variations autour du point d'équilibre. Si la machine est connectée à un réseau et ses paramètres bien connus, le point de fonctionnement est déterminé à partir des résultats d'écoulement de puissance à la barre de connexion. Le modèle linéarisé étant disponible, il est aisé d'analyser la stabilité d'un réseau par diagonalisation (calcul des valeurs

propres) de  $M$ . On peut alors déterminer au besoin les fonctions de transfert qui seront utilisées dans le dimensionnement des régulateurs. Les routines *msl* ou *mslin* en annexe 8 permettent d'étudier le modèle linéarisé de la machine synchrone commandée en tensions.

### 2.2.2 Structure à paramètres hybrides et impédances

En général, les essais de commande en courants armatures (modèles à paramètres hybrides et impédances) partent d'un régime permanent équilibré. L'expression du couple électrique (1-72) devient alors

$$\begin{aligned} T_e &= \varepsilon \psi_d^i q - \varepsilon \psi_q^i d + \frac{\varepsilon}{\omega_m} r_a (i_d^2 + i_q^2) \\ &= \varepsilon \psi_d^i q - \varepsilon \psi_q^i d \end{aligned} \quad (2-209)$$

Les pertes résistives de la première ligne de (2-209) constantes et négligeables ( $r_a \ll 1$ ) n'apportent de ce fait rien de particulier dans la dynamique de la machine. Le modèle électromécanique est obtenu comme précédemment en substituant les flux d'armature (2-38) pour le modèle hybride, ou (2-85) pour le modèle à paramètres impédances dans (2-209) et en regroupant les équations mécaniques et le modèle linéaire hybride ou à paramètres impédances suivant les sorties désirées. On obtient après réorganisation le système suivant

$$p(X^l) = \begin{bmatrix} a_{\Psi}^l & O_{n-3,2} \\ L_{2,n-3}^l & R_{2,2} \end{bmatrix} X^l + \begin{bmatrix} b_{\Psi}^l & O_{n-3,2} \\ T_{2,3} & X_{2,2} \end{bmatrix} V^l \quad (2-210)$$

$$Z_g^l = \begin{bmatrix} c_g^l & O_{3,2} \\ O_{2,n-3} & I_2 \end{bmatrix} X^l + \begin{bmatrix} d_g^l & O_{3,2} \\ O_{2,3} & O_{2,2} \end{bmatrix} V^l \quad g = \Psi, v \quad (2-211)$$

où l'on distingue suivant le cas:

**-Modèle à paramètres hybrides:  $l = i, v$**

$$X^{i,v} = \begin{bmatrix} \Psi_r^T & \omega_m & \delta \end{bmatrix}^T; \quad V^{i,v} = \begin{bmatrix} (u^{i,v})^T & T_m & 1 \end{bmatrix}^T \quad (2-212)$$

$$Z_g^{i,v} = \begin{bmatrix} Y_g^T & \omega_m & \delta \end{bmatrix}^T \quad g = \Psi, v \quad (2-213)$$

$$L_{2,n-3}^{i,v} = \frac{1}{2H} \begin{bmatrix} \varepsilon \cdot \left( c_{\Psi d_{21}}^{i,v} \cdot i_q - c_{\Psi q}^{i,v} \cdot i_d \right) \\ O_{1,n-3} \end{bmatrix} \quad (2-214)$$

$$T_{2,3}^{i,v} = \frac{1}{2H} \begin{bmatrix} 0 & \varepsilon \cdot \left( d_{\Psi d_{22}}^{i,v} \cdot i_q - d_{\Psi q}^{i,v} \cdot i_d \right) \\ O_{1,3} \end{bmatrix} \quad (2-215)$$

où les matrices  $c_{\Psi d_{21}}^{i,v}$ ,  $c_{\Psi q}^{i,v}$ ,  $d_{\Psi d_{22}}^{i,v}$  et  $d_{\Psi q}^{i,v}$  sont des sous-matrices définies en (2-41,2-42) et (2-46).

**-Modèle à paramètres impédances:  $l = i$**

$$X^i = \begin{bmatrix} \Psi_A^T & \omega_m & \delta \end{bmatrix}^T; \quad V^i = \begin{bmatrix} (u^i)^T & T_m & 1 \end{bmatrix}^T \quad (2-216)$$

$$Z_g^i = \begin{bmatrix} Y_g^T & \omega_m & \delta \end{bmatrix}^T \quad g = \Psi, v \quad (2-217)$$

$$L_{2,n-3}^i = \frac{1}{2H} \begin{bmatrix} \varepsilon \cdot \left( c_{\Psi d_{21}}^i \cdot i_q - c_{\Psi q}^i \cdot i_d \right) \\ O_{1,n-3} \end{bmatrix} \quad (2-218)$$

$$T_{2,3}^i = \frac{1}{2H} \begin{bmatrix} 0 & \varepsilon \cdot \left( d_{\Psi d_1}^i \cdot i_q - d_{\Psi q}^i \cdot i_d \right) \\ & O_{1,3} \end{bmatrix} \quad (2-219)$$

où  $c_{\Psi d_1}^i$  et  $d_{\Psi d_1}^i$  sont respectivement les premières lignes des matrices  $c_{\Psi d}^i$  et  $d_{\Psi d}^i$  de (2-92, 2-93). En remarquant que si  $X_{Df_1} = [x_{dD_1} \ x_{dD_1} \ \dots]$  et  $X_{df_1} = [x_{dd} \ x_{df}]$  désignent dans l'ordre les premières lignes de  $X_{Df}$  et de  $X_{df}$  de (2-88), on peut en déduire que

$$c_{\Psi d_1}^i = X_{Df_1} \cdot X_{Ad}^{-1} \quad (2-220)$$

$$d_{\Psi d_1}^i = X_{df_1} - X_{Df_1} \cdot X_{Ad}^{-1} \cdot X_{Df_1}^T \quad (2-221)$$

$c_{\Psi q}^i$  et  $d_{\Psi q}^i$  sont définies en (2-100, 2-101). Les modèles définis en (2-210, 2-211)

bien que reflétant les transitoires électromécaniques de la machine ont la particularité d'être linéaire; en effet, les courants de commande  $i_d$  et  $i_q$  sont constants. Les constantes mécaniques peuvent ainsi être identifiées en même temps que les autres paramètres de la machine dans un processus d'identification à partir d'un modèle linéaire. Ce concept nouveau est intéressant dans la prédiction des tensions ou des flux d'armature lors d'essais consistant en échelons de courant d'armature. La routine *cmod* en annexe 8 permet d'étudier le modèle électromécanique hybride de la machine synchrone.

### 2.3 Modèle de saturation de la machine synchrone

Le modèle de saturation croisée est proposé ici (Tahan et al, 1995). Il est basé sur l'hypothèse selon laquelle la saturation de la machine résulte de l'effet croisé de la saturation de chacun des axes d- et q-. La méthode développée résulte de la théorie publiée dans (Tahan et al 1993; Tahan et al 1995) et appliquée au modèle en flux et non au modèle en courants comme variables d'état. Le modèle en flux possède l'avantage d'éviter les réactances incrémentales qu'introduit le modèle en courant développé dans (Tahan et al, 1995), en plus de simplifier l'analyse et son implantation numérique.

#### 2.3.1 Modèle de saturation croisée à facteur de saturation

La saturation magnétique de la machine synchrone est prise en compte en modifiant le niveau de magnétisation des inductances  $x_{md}$  et  $x_{mq}$ , alors traversées par les courants de magnétisation (2-222) et responsables des flux magnétiques (2-223)

$$I_d = \sum_{\mu} i_{\mu}; (\mu \in M_{rd}); \quad I_q = \sum_{\mu'} i_{\mu'}; (\mu' \in M_{rq}) \quad (2-222)$$

$$\psi_d = \mathcal{E}_d i_d + \phi_d(I_d, I_q); \quad \psi_q = \mathcal{E}_q i_q + \phi_q(I_d, I_q) \quad (2-223)$$

$$I_{dq} = \sqrt{I_d^2 + \frac{1}{\Delta^2} I_q^2}; \quad \phi_{dq} = \sqrt{\phi_d^2 + \Delta^2 \phi_q^2} \quad (2-224)$$

L'effet croisé de la saturation consiste à substituer aux courants et aux flux précédents le courant et le flux définis en (2-224) . La réactance saturée devient

$$x_{ml}^S = K_{\psi}^S(\phi_{dq}) x_{ml}^0; \quad l = d, q \quad (2-225)$$



avec

$$K_{\psi}^s(\phi_{dq}) = \frac{\phi_{dq}}{x_{md}^0 I_{dq}} \quad (2-226)$$

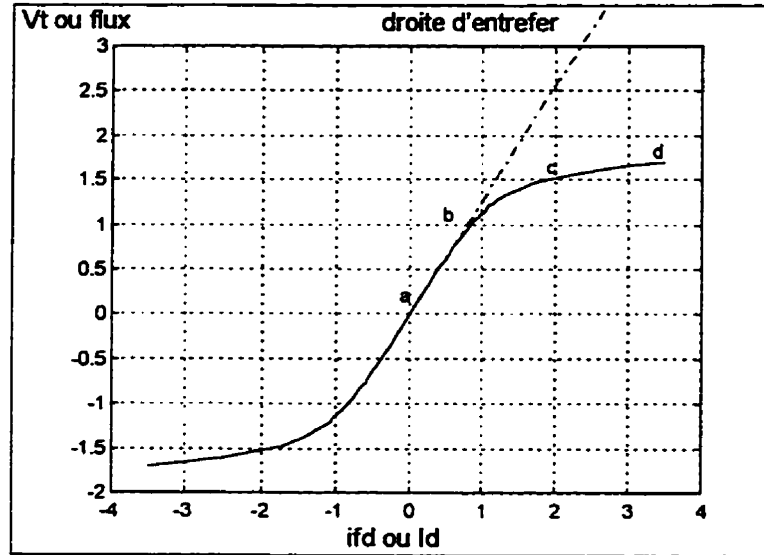
$$\Delta^2 = \frac{x_{md}^0}{x_{mq}^0} \quad (2-227)$$

où  $K_{\psi}^s$  est le facteur de saturation et  $\Delta^2$  le rapport de saillance. Pour un rotor cylindrique (machine à pôles lisses)  $\Delta^2 = 1$ , puisque  $x_{md}^0 = x_{mq}^0$  traduit l'homogénéité du circuit magnétique du rotor cylindrique. Le modèle proposé est une extension de la théorie de Potier à la machine synchrone à pôles saillants. Par ailleurs, une bonne partie de  $x_{mq}$  se trouve dans l'air, ce qui très souvent permet de tenir compte simplement de la saturation de l'axe d- (Kundur, 1994).

### 2.3.2 Identification des paramètres du modèle de saturation

En charge, la machine sature identiquement qu'à vide. Si la caractéristique à vide (voir Figure 2.2) est connue, les rapports de saturation à vide et en charge sont les mêmes, d'où l'égalité

$$K_{\psi}^s(\phi_{dq}) = \frac{\phi_{dq}}{I_{dq} x_{md}^0} = \frac{1}{x_{md}^0} \frac{V_t}{i_{fd}} \quad (2-228)$$



**Figure 2.2:** *Caractéristique à vide d'une machine synchrone*

où  $V_t(i_{fd})$  est la caractéristique à vide de la machine. Cette courbe caractéristique peut se décomposer en 3 sections (voir Figure 2.2): 2 parties linéaires, les sections (ab) correspondant à la droite d'entrefer et (cd) correspondant à une saturation excessive de la région de saturation normale (bc). On peut donc approximer (2-228) par la fonction polynomiale (2-229). Les coefficients  $\beta_z$  sont identifiés par ajustement de (2-229) aux moindres carrés à la caractéristique à vide sous la contrainte d'égalité (2-230).

$$K_{\psi}^S(\phi_{dq}) = \sum_{z=0}^N \beta_z (\omega_m \phi_{dq})^z \quad (2-229)$$

$$\max_{i_{fd}=0} K_{\psi}^S(\phi_{dq}) = \left( \frac{1}{x_{md}^0} \frac{dV_t}{di_{fd}} \right) = 1 \quad (2-230)$$

À chaque instant, (2-229) peut être évalué connaissant (2-224). Ceci permet de modifier le niveau de magnétisation dans les matrices d'état de la machine en réévaluant

itérativement les réactances (2-225). Un exemple numérique d'utilisation de ce modèle de saturation est fourni à la routine *ccnh* citée en annexe 8

## 2.4 Paramétrisation des modèles de machine

Il convient d'adopter un vecteur d'enregistrement des paramètres de la machine afin d'évaluer numériquement les matrices d'état des différents modèles développés. La structure d'enregistrement retenue est définie par le vecteur  $\theta_s$  formé des éléments des circuits équivalents de la Figure 1.3, plus en cas de nécessité, les constantes mécaniques.

$$\theta_s^T = \left[ \mathfrak{R}_d \quad \mathfrak{R}_q \quad r_h \quad \chi_d \quad \chi_q \quad x_h \quad \chi_{md} \quad \chi_{mq} \quad C_m \right] \quad (2-231)$$

où

$$\mathfrak{R}_d = \begin{bmatrix} r_a & r_f & r_{D_1} & \cdots & r_{D_{nd}} \end{bmatrix}; \mathfrak{R}_q = \begin{bmatrix} r_a & r_{Q_1} & r_{Q_2} & \cdots & r_{Q_{nq}} \end{bmatrix} \quad (2-232)$$

$$\chi_d = \begin{bmatrix} x_a & x_f & x_{D_1} & \cdots & x_{D_{nd}} \end{bmatrix}; \chi_q = \begin{bmatrix} x_a & x_{Q_1} & x_{Q_2} & \cdots & x_{Q_{nq}} \end{bmatrix} \quad (2-233)$$

$$\chi_{md} = \begin{bmatrix} x_{md} & x_{kf_1} & \cdots & x_{kf_{nd}} \end{bmatrix} \quad (2-234)$$

$$\chi_{mq} = \begin{bmatrix} x_{mq} & x_{kq_1} & \cdots & x_{kq_{nq-1}} \end{bmatrix} \quad (2-235)$$

$$C_m = \begin{bmatrix} D & H & \delta_0 \end{bmatrix} \quad (2-236)$$

Appelé comme paramètre par une routine appropriée en même temps que les nombres  $n_d$  et  $n_q$  d'amortisseurs, la fréquence  $f_n$  du réseau à laquelle est connectée la machine

tournant à la vitesse mécanique  $\omega_m$ , le vecteur  $\theta_s$  permet ainsi de construire les matrices d'état  $a, b, c$ , et  $d$  du modèle linéaire de la structure étudiée (2-237) et d'en déduire au besoin les matrices d'état  $A$  et  $B$  du modèle non linéaire correspondant (2-238).

$$\begin{cases} \dot{x}(t, \theta_s) = a(\theta_s)x(t, \theta_s) + b(\theta_s)u(t), & x_0 = x(t_0) \\ y(t, \theta_s) = cx(t, \theta_s) + du(t) \\ w_l \left[ \theta_s; x(t, \theta_s); u(t) \right] \geq 0, & l = 1, 2, \dots, \lambda \end{cases} \quad (2-237)$$

$$\begin{cases} \dot{z}(t, \theta_s) = A(\theta_s(t))z(t, \theta_s(t)) + B(\theta_s(t))v(t), & z_0 = z(t_0) \\ w_l \left[ \theta_s; x(t, \theta_s); v(t) \right] \geq 0, & l = 1, 2, \dots, \lambda' \end{cases} \quad (2-238)$$

où  $\theta_s \in \mathbb{R}^q$ ,  $x \in \mathbb{R}^r$ ,  $u \in \mathbb{R}^m$ ,  $y \in \mathbb{R}^p$  et  $z \in \mathbb{R}^{r+2}$ , avec  $r = n = n_d + n_q + 4$  pour les structures à paramètres admittances et hybrides-inverses et  $r = n - 3$  pour les structures à paramètres impédances et hybrides;  $q = 3n$  alors que  $w_l$  est constitué des  $\lambda$  ou des  $\lambda'$  contraintes d'égalité ou d'inégalité qui dépendent d'une connaissance a priori des grandeurs  $x, z, u, v$  et  $\theta_s$ . Ces contraintes définissent les bornes de stabilité du système.

Il est nécessaire maintenant que l'on dispose des modèles utiles de prédiction du comportement de la machine synchrone dans les essais variés d'en illustrer quelques exemples d'utilisation. C'est l'objet du prochain chapitre.

## CHAPITRE III

### MISE EN OEUVRE NUMÉRIQUE DES MODÈLES ET EXEMPLES DE SIMULATION

#### 3.1 Calcul des matrices d'état d'une machine 3-3

##### 3.1.1 Modèle linéaire à paramètres admittances

Les paramètres de la machine étudiée sont donnés au Tableau 3.1. Lorsque la machine est contrôlée par des tensions dans un fonctionnement en alternateur, un appel à la routine *msvi* énoncée à la section 2.3 avec  $z_n = 0.02 + j0.0062$ , calcule les matrices d'état<sup>1</sup>.

**Tableau 3.1:** Paramètres de la machine étudiée

$x_{md}$	2.1520	$x_f$	0.0155	$x_{Q_1}$	1.6570
$x_{mq}$	2.0570	$r_f$	0.00094	$r_{Q_1}$	0.00592
$r_a$	0.0040	$r_{D_1}$	0.1142	$r_{Q_2}$	0.1081
$x_d$	2.324	$x_{D_2}$	0.0075	$x_{Q_3}$	0.4513
$x_q$	2.2290	$r_{D_2}$	0.0059	$r_{Q_3}$	0.0188
$f_n$	60 Hz	$x_{kf_1}$	-0.5215	$x_{kf_2}$	0.8975

<sup>1</sup> Les matrices d'état sont affichées sous format Matlab (Grace, 1992)

**Matrice d'état  $a_i^v$**

1.0e+003 \*

-0.0047	2.6403	0	-0.0003	-0.0313	-0.0033	-2.4365	-2.4365	-2.4365
-3.4016	-0.0059	0	3.1499	3.1499	3.1499	-0.0004	-0.1135	-0.0052
0	0	-0.1266	0	0	0	0	0	0
-0.0011	0.6048	0	-0.0155	-0.0044	0.0959	-0.5581	-0.5581	-0.5581
-0.0011	0.6111	0	0.0000	-0.0202	-0.0005	-0.5639	-0.5639	-0.5639
-0.0022	1.2449	0	0.0152	-0.0091	-0.0990	-1.1489	-1.1489	-1.1489
-0.1756	-0.0003	0	0.1626	0.1626	0.1626	-0.0013	0.0118	0.0005
-2.4396	-0.0042	0	2.2590	2.2590	2.2590	0.0006	-0.1780	0.0075
-0.6449	-0.0011	0	0.5972	0.5972	0.5972	0.0002	0.0432	-0.0137

**Matrice de commande  $b_i^v$**

1.0e+004 \*

-0.1185	0	0	0.0271	0.0274	0.0559	0	0	0
0	-0.1464	0	0	0	0	0.0076	0.1050	0.0277
0	0	-0.1978	0	0	0	0	0	0
-0.0271	0	0	1.6453	0.0039	-1.6199	0	0	0
-0.0274	0	0	0.0039	0.0177	0.0080	0	0	0
-0.0559	0	0	-1.6199	0.0080	1.6722	0	0	0
0	-0.0076	0	0	0	0	0.0220	-0.0109	-0.0029
0	-0.1050	0	0	0	0	-0.0109	0.1647	-0.0400
0	-0.0277	0	0	0	0	-0.0029	-0.0400	0.0730

**valeurs propres de  $a_i^v$  ou de  $a_\Psi^v$**

$1.0e+002 *$

$-0.0506 + 3.7640i \quad -1.8046 \quad -1.1387 \quad -0.2028$

$-0.0506 - 3.7640i \quad -0.0056 \quad -0.1180 \quad -0.0123 \quad -1.2659$

Les modèles avec variables d'état en courants et en flux vérifiant les relations de similarité prouvées en (2-11,...2-14), les valeurs propres du systèmes calculées avec  $a_i^v$  sont identiques à celles calculées avec  $a_\Psi^v$ . Il est intéressant de constater que la machine possède deux pôles complexes conjugués oscillant à la fréquence du réseau (60Hz). C'est une caractéristique essentielle des modèles de commande en tensions de la machine synchrone. Le modèle étudié est stable.

### 3.1.2 Modèle linéaire électromécanique à paramètres hybrides

Si l'on suppose que la machine précédente dans un fonctionnement en alternateur fournit une puissance  $S = 0.4 + j0.25 \text{ p.u}$  sous la tension nominale, on peut comme précédemment déterminer les matrices d'état du modèle hybride à l'aide de la routine *cmmod* citée en annexe 8. Les courants intervenant dans les matrices d'état de ce modèle sont calculés à l'aide des formules du régime permanent du chapitre 1.

**Matrice d'état  $A^{i,v}$**

$-15.4071 \quad 0.0225 \quad 15.3469$	$0$	$0$	$0$	$0$	$0$
$2.7350 \quad -12.9951 \quad 5.6298$	$0$	$0$	$0$	$0$	$0$
$96.6525 \quad 0.2918 \quad -97.4334$	$0$	$0$	$0$	$0$	$0$

**Matrice d'état  $A^{i,v}$  (suite)**

0	0	0	-1.2773	0.9660	0.2554	0	0
0	0	0	17.6386	-96.6096	64.7623	0	0
0	0	0	0.8109	11.2630	-12.7271	0	0
0	0	0	0	0	0	-0.0007	0
0	0	0	0	0	0	376.9911	0

**Matrice de commande d'état  $B^{i,v}$**

376.9911	-0.0812	0	0	0
0	-9.9645	0	0	0
0	-1.0523	0	0	0
0	0	-0.1152	0	0
0	0	-29.2272	0	0
0	0	-1.3437	0	0
0	0	0	0.0667	0
0	0	0	0	-376.9911

**Matrice de sortie d'état  $C_v^{i,v}$**

37.0882	-0.1447	-36.8267	0	0	0	0	0
0.1132	-0.0076	-0.1091	-0.0516	-0.7172	-0.1896	0	0
0.2291	0.2315	0.4715	0.0338	-0.1780	0.1168	0	0



**Matrice de sortie d'état  $C_v^{i,v}$  (suite)**

0	0	0	0	0	0	1.000	0
0	0	0	0	0	0	0	1.000

**Matrice de commande de sortie  $D_v^{i,v}$**

0	-0.2513	0	0	0
0.2291	-0.0035	-0.2576	0	0
0	0.3183	-0.0523	0	0
0	0	0	0	0
0	0	0	0	0

**valeurs propres  $A_v^{i,v}$**

-112.6942 -0.1201 -13.0213 -0.5330 -5.3860 -104.6951 0 -0.0007

Les matrices d'état confirment bien le caractère découplé du modèle hybride ainsi que le comportement linéaire du modèle électromécanique qui en résulte. Il en est de même pour le modèle à paramètres impédances. Les valeurs propres, toutes des réels négatifs démontrent que les variables de sortie de tels modèles n'ont pas de composantes oscillatoires comme dans le cas des modèles de commande en tensions.

Il convient d'accorder une importance particulière à l'implantation numérique des matrices d'état car elles constituent le poumon de tout processus d'analyse de la machine.

### 3.2 Calcul du circuit équivalent standard de l'alternateur A3 de la centrale La Grande 3 (Hydro-Québec) à partir de ses constantes de temps normalisées.

Les éléments du vecteur  $w$  nécessaires pour calculer les paramètres des circuits équivalents de l'alternateur étudié sont contenus dans le Tableau 3.2 ci-dessous.

L'application de l'algorithme énoncé en 2.1.5.4 dont une implantation numérique est la routine *lg3* donnée en annexe 8, conduit aux paramètres des circuits équivalents du Tableau 3.3.

**Tableau 3.2:** Paramètres de l'alternateur A3 de La Grande 3 (Hydro-Québec)

$w$	$T''_{q0}$	$r_f(\Omega)$	$x_a$	$x_d$	$x_q$	$x'_d$	$x''_d$	$T'_d$	$T''_d$	$x''_q$
	0.09	0.155	0.198	1.116	0.416	0.323	0.229	1.419	0.067	0.212

La valeur négative de la réactance de l'amortisseur de l'axe d- du Tableau 3.3 également obtenue par Canay (1993), représente une valeur algébrique traduisant le sens du flux. La réactance d'axe d- de Canay est fortement tributaire de la saturation de la machine; son signe dépend du niveau de saturation de celle-ci.

**Tableau 3.3:** Paramètres calculés des circuits équivalents de l'alternateur A3

$\theta_s(i)$	$x_{kf_1}$	$r_f$	$r_{D_1}$	$r_{Q_1}$	$x_a$
Std-M.	0.0036758	0.00043632	0.0040965	1.6190	0.198
$\theta_s(i)$	$x_f$	$x_{D_1}$	$x_{Q_1}$	$x_{md}$	$x_{mq}$
Std-M.	0.011977	-0.0033333	3.8348	0.906	0.502

### 3.3 Calcul des constantes standard de l'alternateur A3 de La Grande 3 (Hydro-Québec) à partir des paramètres des circuits équivalents.

Réciproquement en appliquant l'algorithme développé dans la référence (Kamwa et al, 1997) où les éléments des circuits équivalents précédents du Tableau 3.3 sont donnés en paramètres en mêmes temps que les nombres  $n_d$ ,  $n_q$  d'amortisseurs par axe et la fréquence  $f_n$  du réseau, et dont *ldlq* en annexe 8 est une version numérique, on détermine les diverses valeurs des constantes de temps normalisées. Les résultats obtenus par l'algorithme référence (Kamwa et al, 1997) sont comparés avec les valeurs tirées de l'essai standard de court-circuit (voir Tableau 3.4).

**Tableau 3.4:** *Constantes caractéristiques de court-circuit d'un modèle standard*

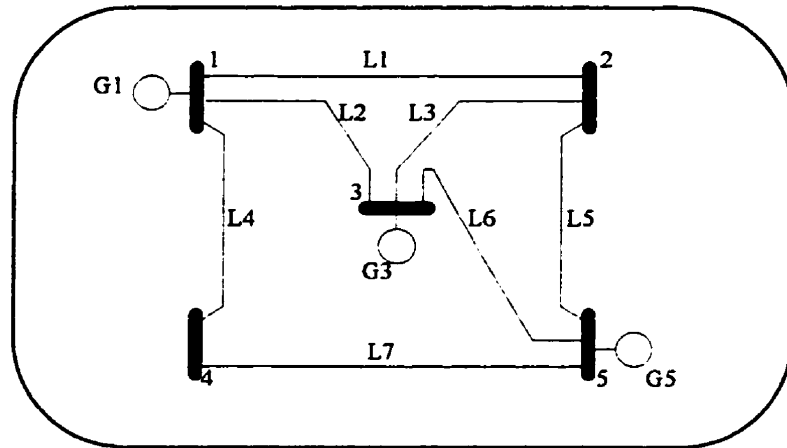
Paramètres	Calculées	Standard	Paramètres	Calculées	Standard
$x'_d$	0.325	0.323	$T'_d$	1.5848	1.419
$x''_d$	0.229	0.229	$T''_d$	0.06716	0.0669
$x'_f$	0.2713	non fournie	$T'_{d0}$	5.4584	5.620
$x''_f$	0.197	non fournie	$T''_{d0}$	0.09002	0.0900
$x''_q$	0.2125	0.020	$T'''_q$	0.06037	0.02
$T'''_{q0}$	0.1997	0.09	$T'_f$	0.36914	non fournie
$T''_f$	0.0616	non fournie	$T''_{f0}$	0.08085	non fournie
$T'_{f0}$	1.5315	non fournie	$T_{D1}$	0.00224	non fournie

Cette comparaison démontre la précision de la méthode de calcul utilisée. En plus, l'algorithme permet de calculer les constantes de temps et les réactances de court-circuit du circuit de champ comme en témoigne le Tableau 3.4. Il constitue avec l'algorithme énoncé en 2.1.5.4 deux outils précieux permettant d'avoir un estimé initial fiable dans un processus d'identification où le vecteur de paramètres est constitué des éléments des circuits équivalents ou des constantes de temps de court-circuit. Cet algorithme offre contrairement à la méthode classique (IEEE Std-115, 1983) l'avantage particulier de calculer toutes les constantes de court-circuit.

On obtient les matrices de transfert directement à partir du modèle d'état en appliquant simplement la relation (2-150). La fonction *ss2tf* est un bon outil offert par Matlab pour cela. Lorsque les constantes de court-circuit sont connues une méthode de calcul des admittances opérationnelles est préconisée dans (Kamwa, 1988).

### **3.4 Application du modèle linéarisé à l'étude de la stabilité dynamique d'un réseau électrique par analyse modale: méthode par connexion des composantes.**

La méthode d'analyse par connexion des composantes développée dans les références (Gaba 1992 ; Kamwa 1994) est une technique qui permet de construire le modèle d'état global interconnecté d'un réseau à partir du modèle d'état global non interconnecté. Dans notre exemple, le réseau électrique de la Figure 3.1 tiré de la référence (Marceau, 1995) possède les caractéristiques présentées aux Tableaux 3.4 et 3.5. Le modèle de ligne considéré est un modèle en  $\pi$ . Le réseau est constitué de trois génératrices identiques de paramètres connus et indiqués au Tableau 3.1. L'intérêt visé ici est de montrer comment intégrer les modèles linéarisés de circuits équivalents de la machine synchrone dans l'analyse de la stabilité des réseaux électriques. Puisque la stabilité d'un réseau dépend surtout du comportement des machines, seules les valeurs propres de celles-ci seront analysées.



**Figure 3.1:** Schéma unifilaire du réseau électrique

Pour le réseau:

$$S_{base} = 100 \text{ MVA}, V_{base} = 230 \text{ kV}$$

**Tableau 3.5:** Données d'écoulement de puissance

Barres	Pcharge (pu)	Qcharge (pu)	$ V $ (pu)	Pgen (pu)	Type de barre
1	1.21	-0.36	1.05	???	Équil.
2	1.2	0.28	???	0	PQ
3	1.66	0.50	1.02	2.00	PV
4	0.75	0.28	???	0	PQ
5	1.16	0.39	1.02	2.00	PV

Impédance de ligne =  $(0.211 + j0.851)\Omega/\text{mi}$ , Admittance shunt de ligne =  $2.61\mu\text{S}/\text{mi}$

**Tableau 3.6: Données des lignes**

L1	70.4 miles	L5	62.8 miles
L2	53.1 miles	L6	30.6 miles
L3	40.8 miles	L7	98.4 miles
L4	71.9 miles		

Pour les machines:  $S_{base} = 202 \text{ MVA}$ ,  $V_{base} = 13.8 \text{ kV}$ ,  $z_e = 0.01 + j0.2$

La démarche à suivre pour solutionner ce problème est la suivante:

1. Déterminer les puissances  $P_k$ ,  $Q_k$  et les tensions  $\bar{v}_k$ ,  $k = 1, 3, 5$  aux barres (1, 3 et 5) par un calcul d'écoulement de puissance. La méthode proposée dans (Marceau, 1995) a été utilisée pour ce problème.
2. Calculer le point de fonctionnement  $z_{i0}^T$  (2-195) et construire le modèle linéarisé pour chaque machine. Pour une barre  $k$  comportant les machines, on a les relations (3-1, 3-2).  $\bar{x}^*$  désigne le complexe conjugué de  $\bar{x}$ ;  $\bar{v}_{tk}$  et  $\bar{e}_{tk}$  sont respectivement la tension terminale en charge et la tension interne de la machine à la barre  $k$ . Le paramètre  $\varepsilon$  permet une extension de la méthode dans le cas où la machine se comporte comme une charge (compensateur synchrone par exemple).

$$\bar{i}_{0k} = \left( \frac{P_k + j.Q_k}{\bar{v}_k} \right)^* \times \frac{S_{base}(\text{réseau})}{S_{base}(\text{machine})} \quad (3-1)$$

$$\bar{v}_{tk} = \varepsilon . z_e . \bar{i}_{0k} + \bar{v}_k = V_{tk} \angle \gamma_{0k}^\circ \quad (3-2)$$

3. Calculer  $\bar{e}_{tk} = E_{tk} \angle \alpha_{0k}^\circ$  en appliquant (1-97) et évaluer  $\delta_{0k}^\circ = \alpha_{0k}^\circ - \gamma_{0k}^\circ$

4. Calculer  $i_{d0k}$  et  $i_{q0k}$  en appliquant (1-99)
5. Calculer  $i_{f0k}$  à l'aide de l'équation (1-100). On peut inclure la saturation de la machine en utilisant les valeurs saturées de  $x_{md}$  et  $x_{mq}$  du régime statique.
6. Calculer les matrices du modèle d'état linéarisé de chacune des machines à l'aide des valeurs du Tableau 3.1 et (2-196).
7. Construire les matrices d'état  $A_{ci}$ ,  $B_{ci}$ ,  $C_{ci}$ , et  $D_{ci}$  de chaque composante  $ci$  du réseau dans la référence de Park. Une méthode simple et élaborée de modélisation des composantes du réseau dans la référence de Park à partir des éléments du circuit équivalent est fournie en annexe 7.
8. Construire le modèle d'état global non interconnecté du réseau en appliquant

$$\begin{aligned} A &= \text{diag}(A_{c1}, A_{c2}, \dots, A_{cm}); & B &= \text{diag}(B_{c1}, B_{c2}, \dots, B_{cm}) \\ C &= \text{diag}(C_{c1}, C_{c2}, \dots, C_{cm}); & D &= \text{diag}(D_{c1}, D_{c2}, \dots, D_{cm}) \end{aligned} \quad (3-3)$$

9. Construire les matrices de connexion et le modèle d'état global interconnecté en suivant la méthodologie décrite dans (Gaba 1992, Kamwa 1994).
10. Calculer les valeurs propres de la matrice d'état du système interconnecté en utilisant le logiciel Matlab comme outil numérique.

La fonction *eig* appliquée aux matrices linéarisées des machines non interconnectées et interconnectées conduit aux résultats des Tableaux 3.7 et 3.8. Les valeurs propres obtenues des modèles de machines confirment que le réseau étudié est localement stable.

Cet exercice montre comment utiliser directement les paramètres des circuits équivalents d'un modèle d'ordre arbitraire de la machine synchrone dans l'étude de la

**Tableau 3.7: Valeurs propres des machines non interconnectées**

Machine 1	Machine 2	Machine 3
$-10.74 + 277.36i$	$-10.70 + 377.47i$	$-10.78 + 377.35i$
$-10.74 - 277.36i$	$-10.70 - 377.47i$	$-10.78 - 377.35i$
$-146.43$	$-146.64$	$-146.18$
$-113.40$	$-113.39$	$-113.40$
$-17.36$	$-17.21$	$-17.56$
$-9.87$	$-10.10$	$-9.56$
$-0.16 + 0.26i$	$-0.01 + 0.35i$	$-0.78 + 0.30i$
$-0.16 - 0.26i$	$-0.01 - 0.35i$	$-0.78 - 0.30i$
$-0.06$	$-0.09$	$-0.08 + 0.06i$
$-1.06$	$-1.16$	$0.08 - 0.06i$

**Tableau 3.8: Valeurs propres des machines interconnectées**

$-10.78 + 377.35i$	$-146.64$	$-1.06$
$-10.78 - 377.35i$	$-113.39$	$-1.16$
$-10.74 + 377.36i$	$-17.56$	$-0.08 + 0.06i$
$-10.74 - 377.36i$	$-9.56$	$-0.08 - 0.06i$
$-146.18$	$-17.36$	$-0.16 + 0.26i$
$-10.70 + 377.47i$	$-9.87$	$-0.16 - 0.26i$
$-10.70 - 377.47i$	$-17.21$	$-0.01 + 0.35i$
$-113.40$	$-10.10$	$-0.01 - 0.35i$
$-146.43$	$-0.78 + 0.3i$	$-0.06$
$-113.40$	$-0.78 - 0.3i$	$-0.09$

stabilité des réseaux électriques. Cette approche est plus simple. Elle est également plus rigoureuse que la méthode classique utilisant les constantes de temps normalisées .





La procédure numérique d'analyse et de prédiction du comportement de la machine est résumée par l'organigramme de la Figure 3.2. La méthode proposée est générale (modèles linéaires et non linéaires). L'étude en linéaire se déduit de l'organigramme par élimination de la saturation et du comportement mécanique. La grandeur  $\psi$  en indice des matrices indique qu'il est nécessaire d'utiliser les variables d'état en flux dans les modèles d'état si l'on veut tenir compte de la saturation magnétique.

### 3.5.1 Exemples d'application aux modèles linéaires

#### 3.5.1.1 Modèle à paramètres hybrides-inverses: prédiction des courants armatures d'une machine lors d'une ouverture brusque du circuit de champ.

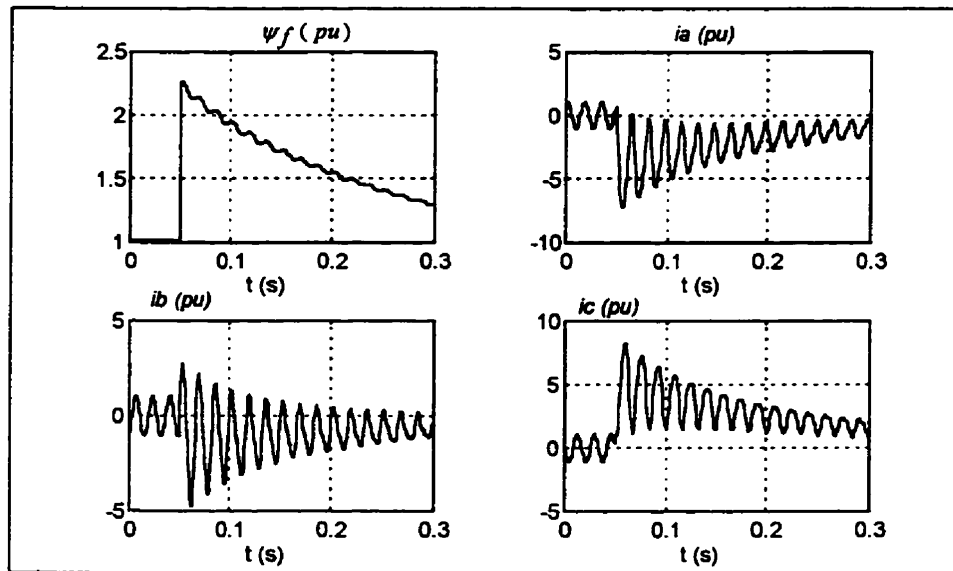
La machine précédente dont les paramètres sont indiqués au Tableau 3.1 dans un fonctionnement en alternateur en régime permanent fournit une puissance de  $S = 0.4 + j0.25 (p.u)$  à vitesse et à tension nominales. La perturbation se fait par ouverture brusque du circuit de champ. Couper le circuit de champ suppose que l'on contrôle ce courant; d'où le choix du modèle à paramètres hybride-inverse. Les conditions initiales calculées à partir du régime permanent de la section 1.8 sont

$$i_{sA0} = [i_{d0} \quad i_{q0} \quad 0 \quad 0_{1,5}]^T = [-0.4695 \quad -0.0455 \quad 0 \quad 0_{1,5}]^T. \text{ Le vecteur de}$$

$$\text{commande est } u_i^{v,i} = [v_d \quad v_q \quad 0 \quad 0_{1,5}]^T = [0.4961 \quad 0.9683 \quad 0 \quad 0_{1,5}]^T$$

Après le calcul des matrices d'état, l'application de la procédure de la Figure 3.2 conduit aux résultats de la Figure 3.3. Cet essai non standard dans un processus d'identification conduit à la détermination des constantes de temps à circuit ouvert. Quelques essais pouvant être réalisés à l'aide de ce modèle sont:

1. L'essai d'extinction du circuit de champ avec le circuit d'induit en court-circuit (essai normalisé par la CEI (1985))
2. L'essai de court-circuit stator avec le circuit de champ préalablement ouvert. Dans ce dernier essai, la machine a le même comportement qu'une machine à réluctance avec amortisseurs en court-circuit.



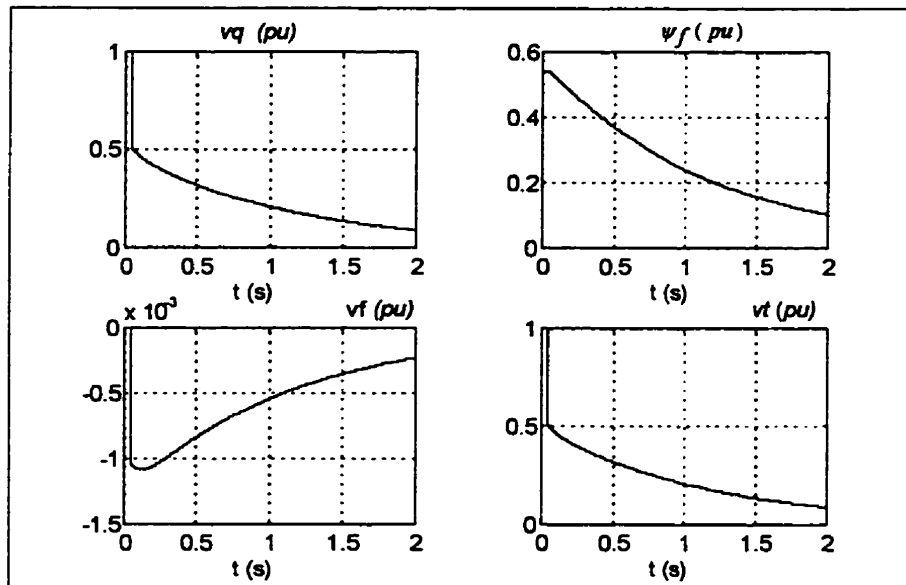
**Figure 3.3:** Variables d'armature et de champ lors d'un essai d'ouverture brusque du circuit de champ d'un alternateur en charge.

### 3.5.1.2 Modèle linéaire à paramètres impédances: essai de décroissance de flux statorique à circuit de champ ouvert

La machine précédente dans un fonctionnement en moteur avec une puissance  $S = j0.25 \text{ p.u}$  tournant à vitesse nominale, est alimentée par un système triphasé. Son circuit de champ étant préalablement ouvert, l'essai est obtenu en ouvrant les circuits d'armature. La commande  $u_{\psi}^i = [i_d \quad i_f \quad i_q]^T$  et les conditions initiales

$\Psi_{A0} = [\psi_{D_1 0} \ \psi_{D_2 0} \ \psi_{Q_1 0} \ \psi_{Q_2 0} \ \psi_{Q_3 0}]^T$  sont telles que  $u_{\psi}^i = [0.25 \ 0 \ 0]^T$

et  $\Psi_{A0} = [0.538 \ 0.5380 \ 0.0003 \ 0.0003 \ 0.0003]^T$ . L'utilisation de la routine *ms\_sim* citée en annexe 8 aboutit aux résultats de la Figure 3.4. Cet essai non standard a déjà été mentionné dans (Shacskshaft, 1974). Il conduit à la détermination de la constante de temps des amortisseurs. Dans la catégorie des essais nécessitant un modèle de commande en courants d'armature et de champ, on peut citer l'essai de décroissance de flux au rotor avec le stator en circuit ouvert. Le principe de cet essai est fourni au chapitre 4.

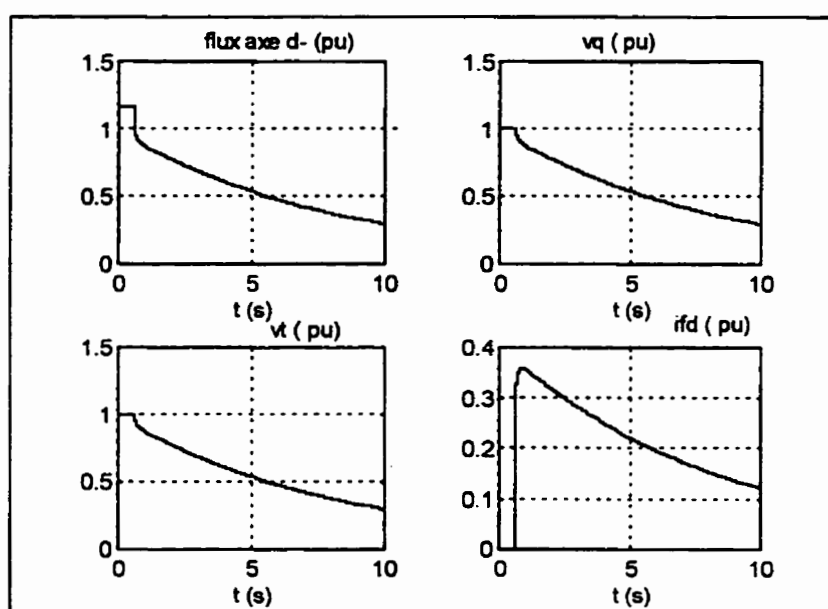


**Figure 3.4:** Variables d'armature et de champ lors d'un essai de décroissance des tensions statoriques à circuit de champ ouvert.

### 3.5.1.3 Modèle linéaire à paramètres hybrides: essai de décroissance des flux statoriques avec circuit de champ en court-circuit

Cet essai a été également mentionné par Shacskshaft, 1974). La machine précédente

opérant comme compensateur synchrone à la vitesse synchrone et à la tension nominale est excitée par une alimentation triphasée avec un courant terminal de  $0.5 \text{ p.u.}$ . Le circuit de champ est préalablement court-circuité. L'échelon de réponse est obtenu en coupant les courants armatures. Le comportement de la machine est illustré par les courbes de la Figure 3.5. D'autres essais associés au modèle à paramètres hybrides sont discutés et analysés au chapitre 4.



**Figure 3.5 :** Variables d'armature d'axe d- et de champ lors de l'essai de décroissance de flux statorique avec circuit de champ en court-circuit

### 3.5.2 Exemples d'application au modèle non linéaire: transitoires électromécaniques d'une machine saturée lors d'un court-circuit triphasé

Un court-circuit triphasé symétrique est réalisé sur la machine précédente opérant cette fois à la tension nominale avec un courant de  $0.5 \text{ p.u.}$  et  $0.85$  de facteur de puissance arrière.

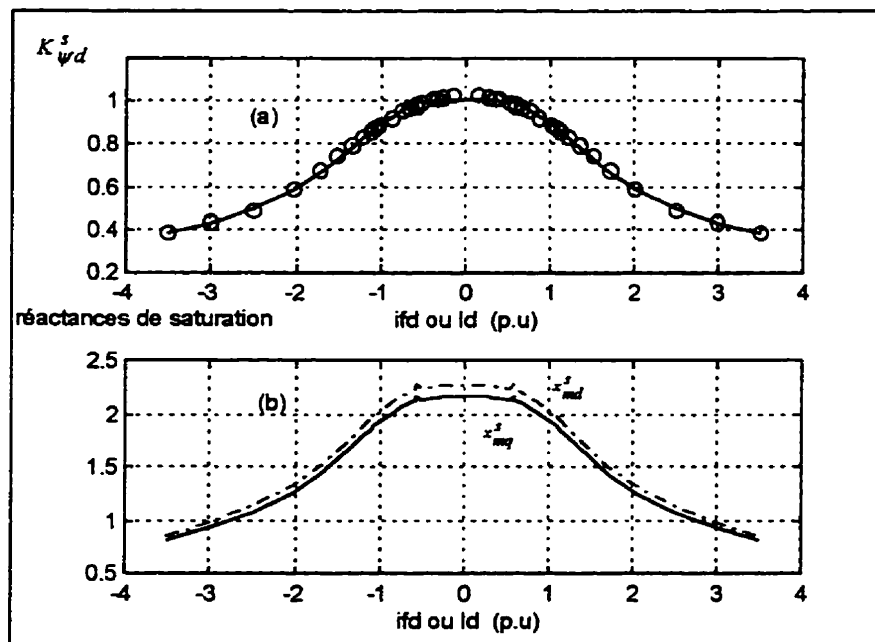
**Tableau 3.9: Caractéristique à vide de la machine<sup>3</sup>**

$i_{fd}$	.1481	.2724	.3416	.4038	.5137	.5758	.5877	.6594	.7454
$v_t$	.1906	.3504	.4372	.5155	.6507	.7412	.7423	.8211	.9148
$i_{fd}$	.8720	1.027	1.078	1.113	1.214	1.338	1.503	1.720	2.031
$v_t$	1.036	1,164	1.217	1.226	1.283	1.342	1.402	1.468	1.529

Les données du Tableau 3.9 sont les caractéristiques à vide supposées de la machine.

### 3.5.2.1 Identification des paramètres du modèle de saturation

Les paramètres  $\beta_z$  de la saturation calculés à l'aide des moindres carrés appliqués à



**Figure 3.6: Variables de la saturation : (a)  $\infty$  approximation polynomiale;  
 \_\_\_ caractéristique à vide**

<sup>3</sup> Cette caractéristique est fictive et a été ajustée pour des raisons de simulation

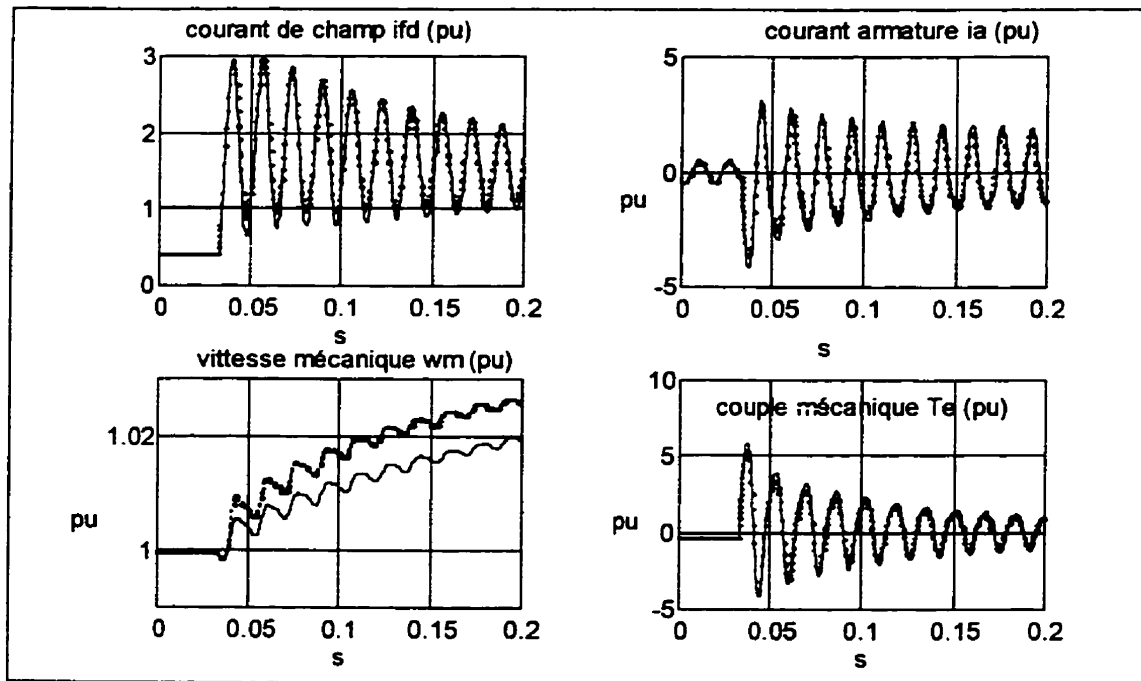
la fonction polynomiale d'ordre 6 (2-229) sont enregistrés au Tableau 3.10. Le facteur de saturation  $K_{\psi}^s$  estimé et celui obtenu de la caractéristique à vide sont représentés à la Figure 3.6-a. La Figure 3.6-b montre l'évolution des réactances de magnétisation  $x_{md}^s$  et  $x_{mq}^s$  en fonction du courant de magnétisation.

**Tableau 3.10: Paramètres estimés de la saturation**

$\beta_z (z = 1,3,5)$	$\beta_0$	$\beta_2$	$\beta_4$	$\beta_6$
0.0000	1.0307	-0.1493	0.0097	0.0020

### 3.5.2.2 Oscillogrammes du court-circuit triphasé symétrique d'une machine saturée

La mise en court-circuit des trois phases de la machine est théoriquement équivalente à  $v_{abc} = [0 \ 0 \ 0]$ ; une application rigoureuse de l'algorithme de la Figure 3.2 donne les résultats de la Figure 3.7. L'analyse détaillée des résultats obtenus est fournie dans la référence (Wamkeue et al, 1996) également donnée en annexe 3. Les résultats obtenus comparés à ceux présentés dans (Tahan et al, 1993) utilisant un modèle de machine avec les courants pris comme variables d'état, sont probants. On peut observer à la Figure 3.7 comment la saturation influence la vitesse du rotor et le couple électrique. On constate en effet que le couple électrique diminue avec la saturation de la machine. Ce résultat est approuvé par l'expression du couple donnée par (1-73) où la matrice de couple  $G_g^v$  est inversement proportionnelle aux réactances de magnétisation  $x_{md}$  et  $x_{mq}$ . Par ailleurs, la machine étant en régime alternateur, la diminution du couple électrique entraîne l'augmentation de la vitesse du rotor telle qu'illustrée par  $\omega_m$  de la Figure 3.7.



**Figure 3.7:** Oscillogrammes de l'essai de court-circuit triphasé d'un alternateur en charge, ... *Modèle saturé*, \_\_\_ *Modèle linéaire*

Après ces quelques exemples de simulation, la question qui vient à l'esprit est de savoir lesquels de tous ces essais sont ils appropriés pour l'identification de la machine synchrone. La tentative de réponse à cette question constitue l'essentiel du chapitre 4 qui suit.



## CHAPITRE IV

### CONCEPTION ET MISE EN OEUVRE D'EXPÉRIENCES OPTIMALES POUR L'IDENTIFICATION DE LA MACHINE SYNCHRONE

#### 4.1 L'essai optimal pour identifier la machine synchrone

La question qui s'est toujours posée dans l'identification d'un système est de trouver le meilleur essai permettant de l'identifier optimalement. Dans le cas de la machine synchrone, plusieurs essais, normalisés ou non ont été proposés et même expérimentés pour l'estimation de ses paramètres (Kamwa, 1994). Quels sont dans cette liste, les essais offrant la meilleure représentation de la machine synchrone? La réponse évidente inhérente à l'identification de tout système linéaire est le choix d'un bruit blanc comme entrée (Foulard et al, 1987). L'identification à partir de l'essai à l'arrêt de séquence binaire aléatoire a été expérimentée par (Kamwa, 1988). S'il possède le précieux avantage d'exciter suffisamment les modes de la machine à l'arrêt, il ne tient pas compte de l'effet de couplage et de rotation. De plus, la conception déterministe du signal d'entrée n'est pas du tout aisée.

#### 4.2 Limites de l'essai standard de court-circuit triphasé symétrique

Précision et maximum d'information constituent le critère d'optimalité dans le choix d'essais d'identification; l'essai populaire jusque là choisi par les auteurs est le court-circuit triphasé symétrique (Kamwa et al, 1994; Zhu et al, 1996). Nous l'examinerons à la lumière des deux aspects que sont la précision et le maximum d'information. L'expression analytique du courant de la phase  $\alpha$ ,  $i_\alpha$  lors d'un court-circuit triphasé symétrique de la Figure 3.7 est donnée par:

$$\begin{aligned}
 i_a(t) = & -V \left[ \frac{1}{x_d} + \left( \frac{1}{x'_d} - \frac{1}{x_d} \right) e^{-t/T'_d} + \dots + \left( \frac{1}{x_d^{(n+1)}} - \frac{1}{x_d^{(n)}} \right) e^{-t/T_d^{(n+1)}} \right] \cos(\omega_0 t + \beta_0) \\
 & + V e^{-t/T_a} \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{1}{x''_d} + \frac{1}{x''_q} \right) \cos \beta_0 + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{x''_d} - \frac{1}{x''_q} \right) \cos(2\omega_0 t + \beta_0) \right]
 \end{aligned}
 \tag{4-1}$$

où  $T_a$  est la constante de temps de l'induit (Lesenne et al, 1981) et  $n = 2$ . En dehors de la constante de temps des amortisseurs de l'axe d-, l'expression du courant de champ (Lesenne et al, 1981) ne donne aucun paramètre nouveau par rapport à (4-1). Bien que  $i_a$  (4-1) prenne en compte l'effet de couplage et de rotation, on constate qu'il ne fournit pas beaucoup d'information sur l'axe q-. Les paramètres du circuit de champ sont également mal connus de cet essai. En effet, le court-circuit triphasé rejoint la classe des essais d'échelon d'excitation, bien connus pour leur limite dans l'excitation efficace de tous les modes de la machine. Par ailleurs l'ouverture séquentielle du disjoncteur triphasé qui dans ses différentes séquences d'ouverture passe pendant des instants relativement courts, du court-circuit phase-phase au court-circuit phase-neutre puis au court-circuit triphasé effectif (voir Figure 4.2), a pour effet de produire des courants harmoniques qui polluent les paramètres estimés (Kamwa et al 1994; Salvatore et al 1981; Sriharan 1977). On remarque à la Figure 4.2 que le court-circuit n'est effectif que lorsque le courant du neutre est nul. Finalement, l'essai de court-circuit ne semble pas vérifier optimalement les critères que sont la précision et le maximum d'information.

#### 4.3 Conception d'essais originaux et optimaux de contrôle en tensions: l'essai de court-circuit asymétrique en charge.

Les essais asymétriques tels que le court-circuit phase-phase, phase-phase-neutre et phase-neutre peuvent permettre pour les raisons suivantes, d'éviter les problèmes

précédents du court-circuit triphasé.

1. En charge, ils prennent en compte les effets de rotation et de couplage des axes d-, q- et h-, et l'effet centrifuge des amortisseurs.
2. Ils offrent des résultats précis et permettent d'identifier l'axe q- et le circuit de champ. En effet les tensions de commande n'étant pas symétriques au moment de la perturbation, les entrées de commande ne sont pas des échelons mais plutôt des signaux sinusoïdaux possédant un spectre assez riche en fréquence; ce qui constitue une meilleure source d'excitation des pôles de la machine dans les deux axes.
3. Ils permettent d'éviter les courants harmoniques précédemment associés au court-circuit triphasé, dans la mesure où un seul disjoncteur bipolaire suffit pour réaliser chaque essai au niveau des phases.

#### 4.3.1 Principe de l'essai de court-circuit asymétrique

Si nous reprenons le schéma de la Figure 1.1 en y intégrant les enroulements  $(v_1, v_2, v_3)$  pour mieux tenir compte des fonctionnements alternateur et moteur de la machine, nous obtenons le schéma de principe de la Figure 4.1 où (a) est une source d'alimentation ou une charge triphasée de tensions  $(v_1, v_2, v_3)$  définies à chaque instant par:

$$v_z = v_m \cos(\omega_n t - (z-1)\frac{2}{3}\pi); z = 1,2,3 \quad (4-2)$$

et (b) la machine synchrone. La tension de référence  $v_{ref}$  est supposée nulle. Tous les systèmes de neutre énoncés au chapitre 1 sont pris en compte ici. Une étude comparative entre la modélisation de Nasar pour une machine impédante ( $z_n = \infty$ ) (Boldea et al, 1986) et la notre est illustrée au Tableau 4.1. Pour une machine non connectée à la terre on a les relations:

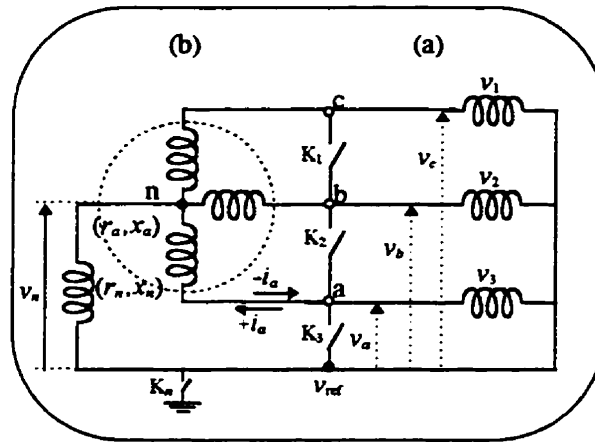


Figure 4.1: Schéma de principe de l'essai de court-circuit asymétrique

- Court-circuit phase-neutre (phase a)

$$v_h = \frac{1}{3}(v_a + v_b + v_c) = 0 \quad (4-3)$$

$$v_b - v_c = v_2 - v_3; \quad v_c - v_a = v_3$$

- Court-circuit phase-phase (phase a et b)

$$v_h = \frac{1}{3}(v_a + v_b + v_c) = 0 \quad (4-4)$$

$$v_c - v_b = v_3 - v_2; \quad v_a = v_b$$

- Court-circuit phase-phase-neutre (phase a et b)

$$v_h = \frac{1}{3}(v_a + v_b + v_c) = 0 \quad (4-5)$$

$$v_c - v_a = v_3; \quad v_c - v_b = v_3$$

Avant la perturbation, la machine est en régime permanent, tous les interrupteurs de la Figure 4.1 sont ouverts ( $k_1 = k_2 = k_3 = 0$ ). Le principe de chaque essai est donné au Tableau 4.1. Pour le principe 2, ( $z_n = \text{constante}$ ) la constante pouvant s'étendre à l'infini.

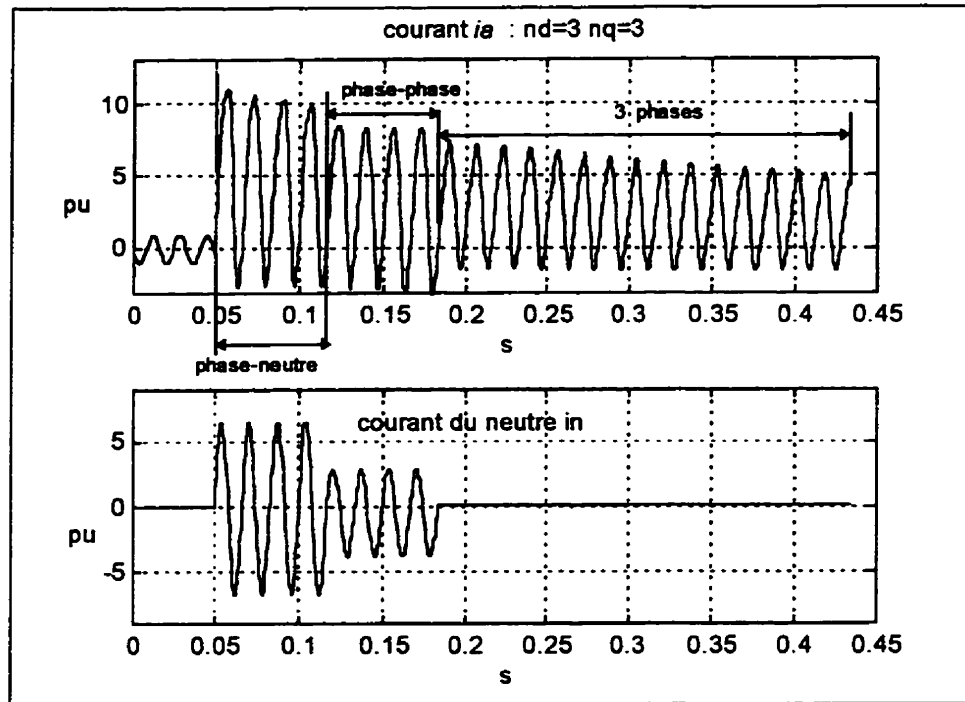
**Tableau 4.1 : Défauts triphasés et principe de mise en oeuvre**

Identification de l'essai	Application du défaut	Principe 1 ( $z_n = \infty$ ) <sup>4</sup>	Principe 2 $z_n = \text{constante}$
<b>court-circuit triphasé symétrique</b>	$(k_1 = k_2 = k_3 = 1)$	$v_a = v_b = v_c = 0$	$v_a = v_b = v_c = 0$
<b>court-circuit phase-neutre</b>	$(k_1 = k_2 = 0, k_3 = 1)$	$v_c = \frac{1}{3}(2v_3 - v_2)$ $v_b = v_3 - 2v_c$ $v_a = v_c - v_3$	$v_a = 0$ $v_b = v_2$ $v_c = v_3$
<b>court-circuit phase-phase</b>	$(k_1 = k_3 = 0, k_2 = 1)$	$v_a = \frac{1}{3}(v_2 - v_3)$ $v_b = v_a$ $v_c = -2v_a$	$v_a = v_1$ $v_b = v_1$ $v_c = v_3$
<b>court-circuit phase-phase-neutre</b>	$(k_2 = k_3 = 1, k_1 = 0)$	$v_c = \frac{2}{3}v_3$ $v_b = v_c - v_3$ $v_a = v_b$	$v_a = 0$ $v_b = 0$ $v_c = v_3$

#### 4.3.2 Exemples d'application

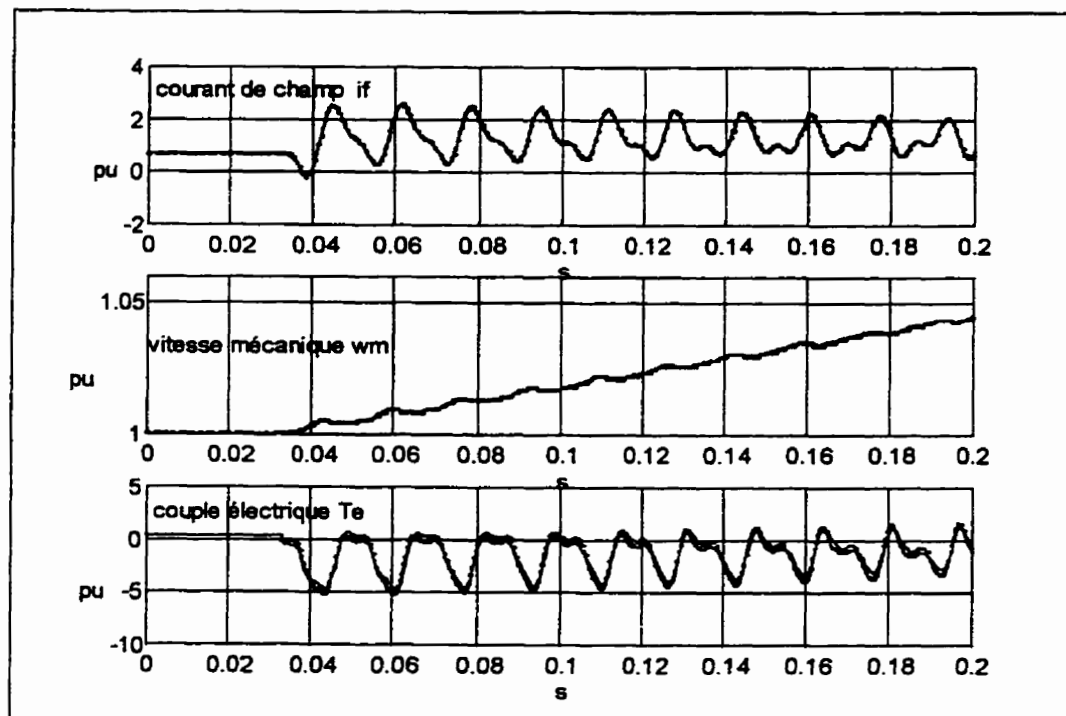
Les essais de court-circuit asymétriques sont effectués sur la machine dont le régime permanent est le même qu'en (3.5.2.2) mais dans un fonctionnement en moteur.

<sup>4</sup> Méthode de Boldea et Nasar (1986) pour une machine impédante

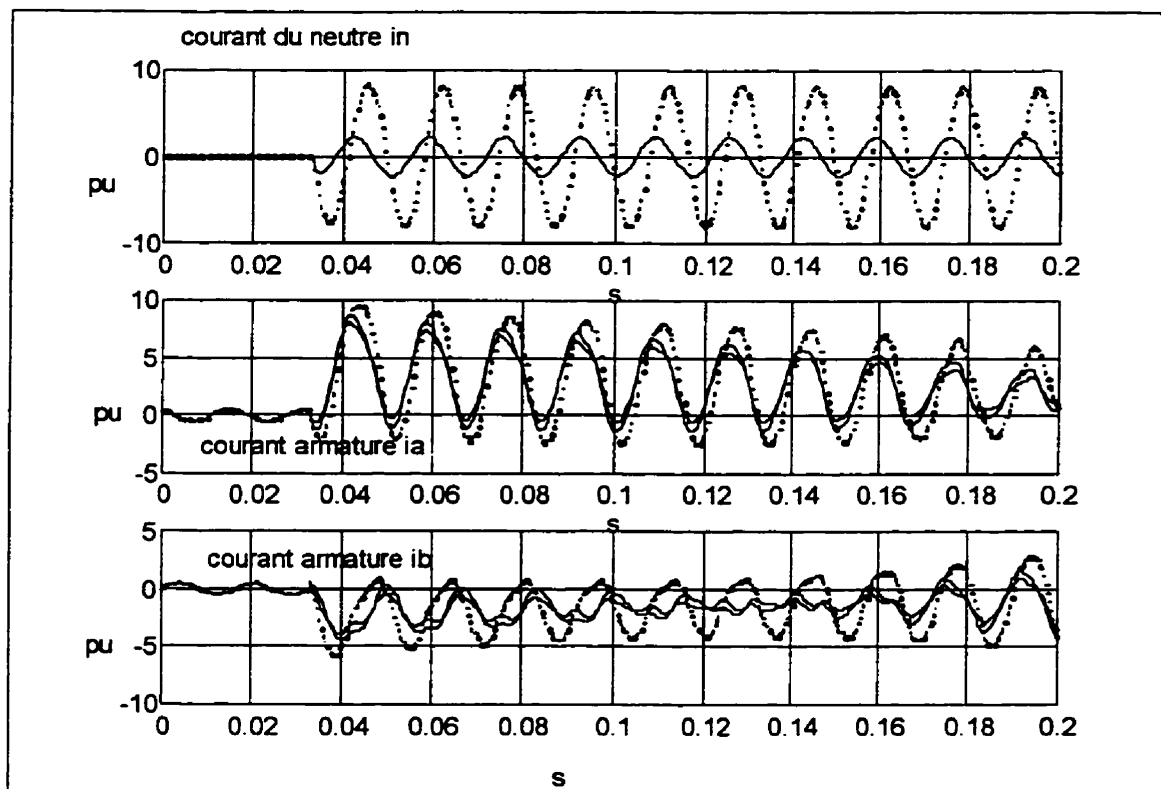


**Figure 4.2 :** *Courants d'armature et du neutre lors d'un court-circuit réel (fermeture séquentielle des phases) d'une machine synchrone à 3 amortisseurs par axe ( $z_n = 0.01$ ).*

Les deux groupes de régimes de neutre sont considérés ( $z_n = \infty$ ) et ( $z_n = 0.01$ ). En appliquant la méthode suggérée à la Figure 3.2, les résultats de simulation sont illustrés par les Figures 4.3-4.8. Pour tous les essais, on constate que pour différentes valeurs de l'impédance du neutre, les variables rotoriques restent inchangées (Figures 4.3, 4.5, 4.7); plus généralement, le neutre n'influence pas les grandeurs de Park dans la mesure où l'axe homopolaire est découplé des axes d- et q-. Par contre, il est essentiel de spécifier la valeur de l'impédance du neutre dans la prédiction des grandeurs d'armature comme l'illustre les divergences observées pour différentes valeurs de l'impédance du neutre les Figures 4.4, 4.6 et 4.8. Les courants de phase diminuent avec l'augmentation de  $z_n$ .

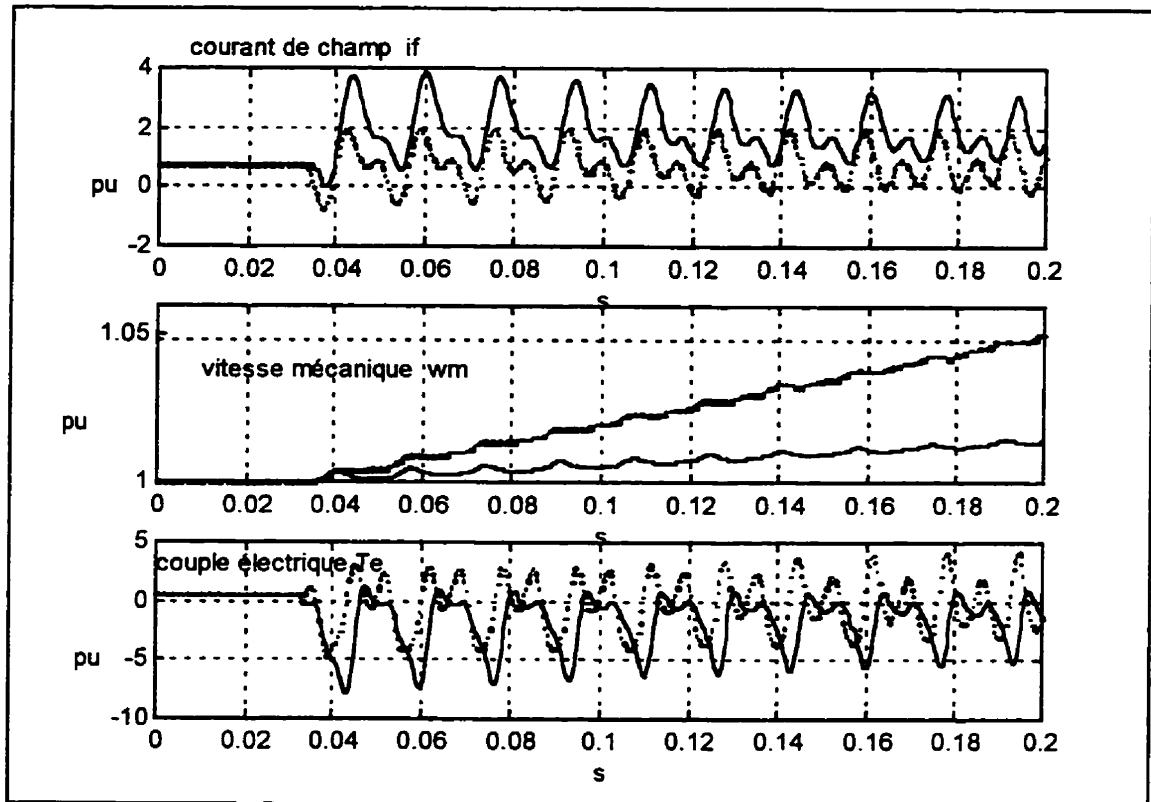


**Figure 4.3:** *Courant de champ et variables électromécaniques de l'essai de court-circuit phase-neutre ( $\underline{\quad} z_n = \infty ; \dots z_n = 0.01 ; \text{---} z_n = 0.1$ ).*

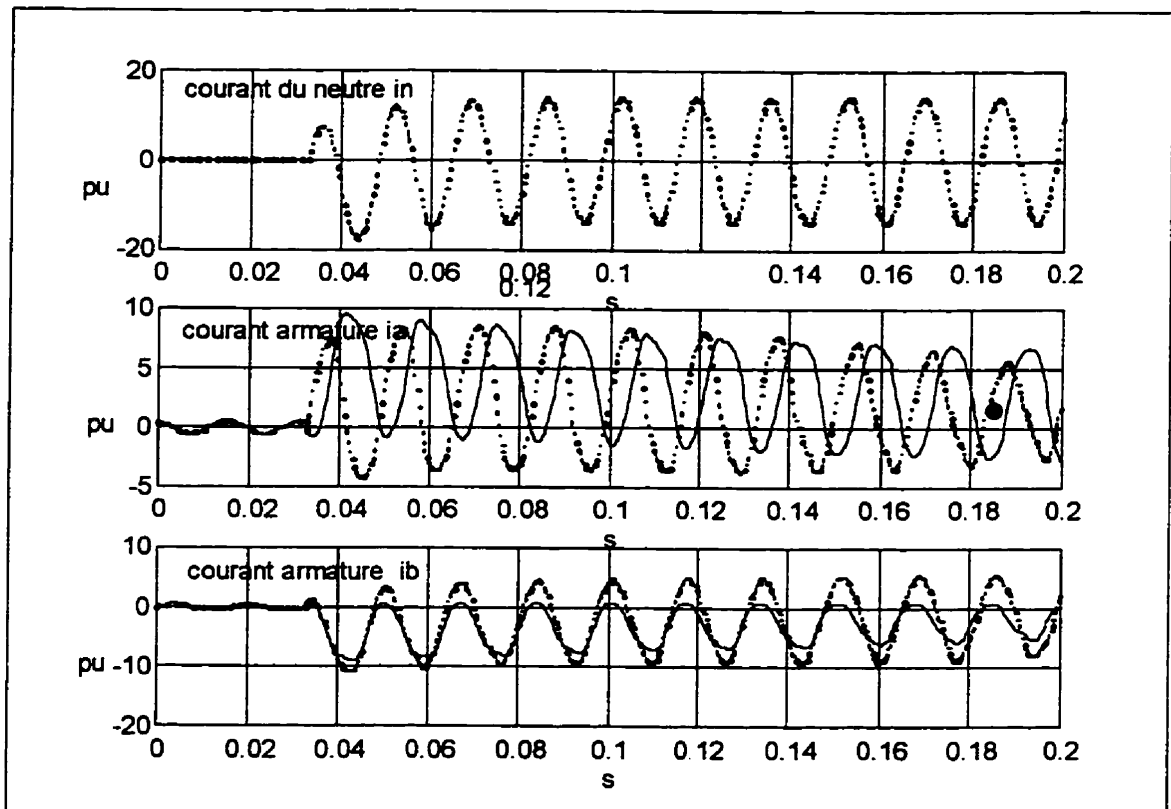


**Figure 4.4:** Courants d'armature de l'essai de court-circuit phase-neutre ( $\text{---} z_n = \infty$ ;  $\cdots z_n = 0.01$ ;  $\text{--} z_n = 0.1$ )

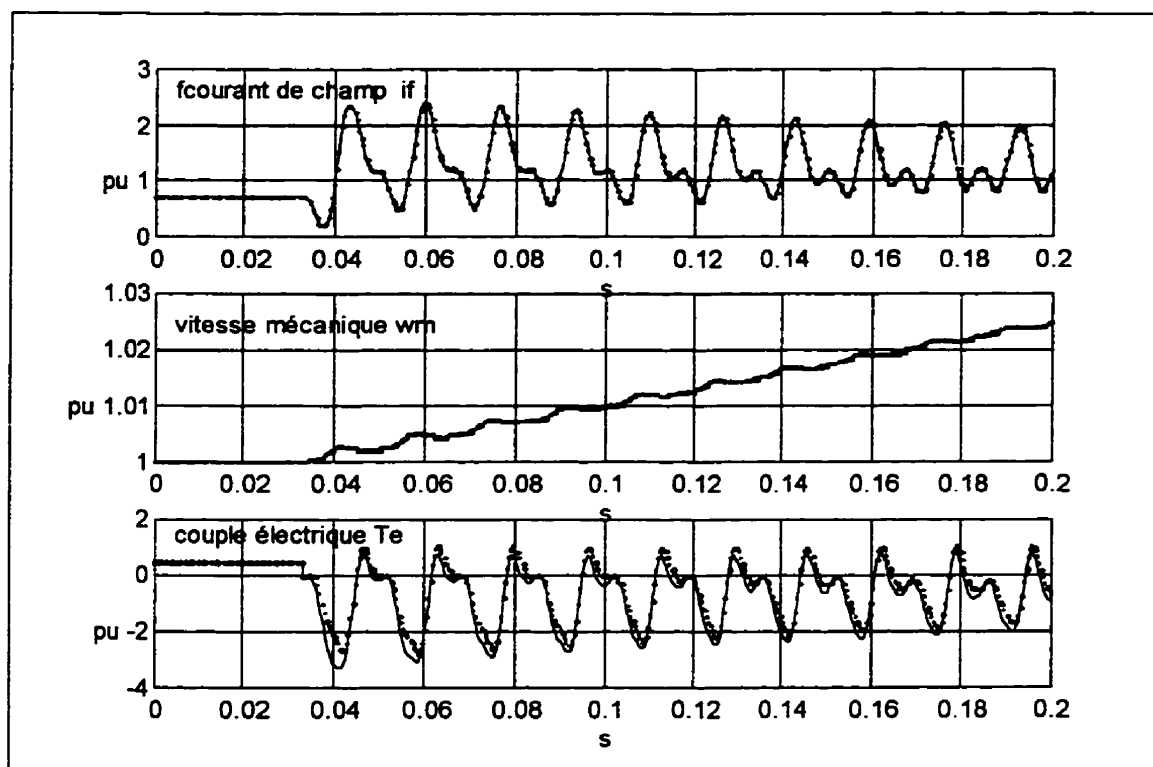




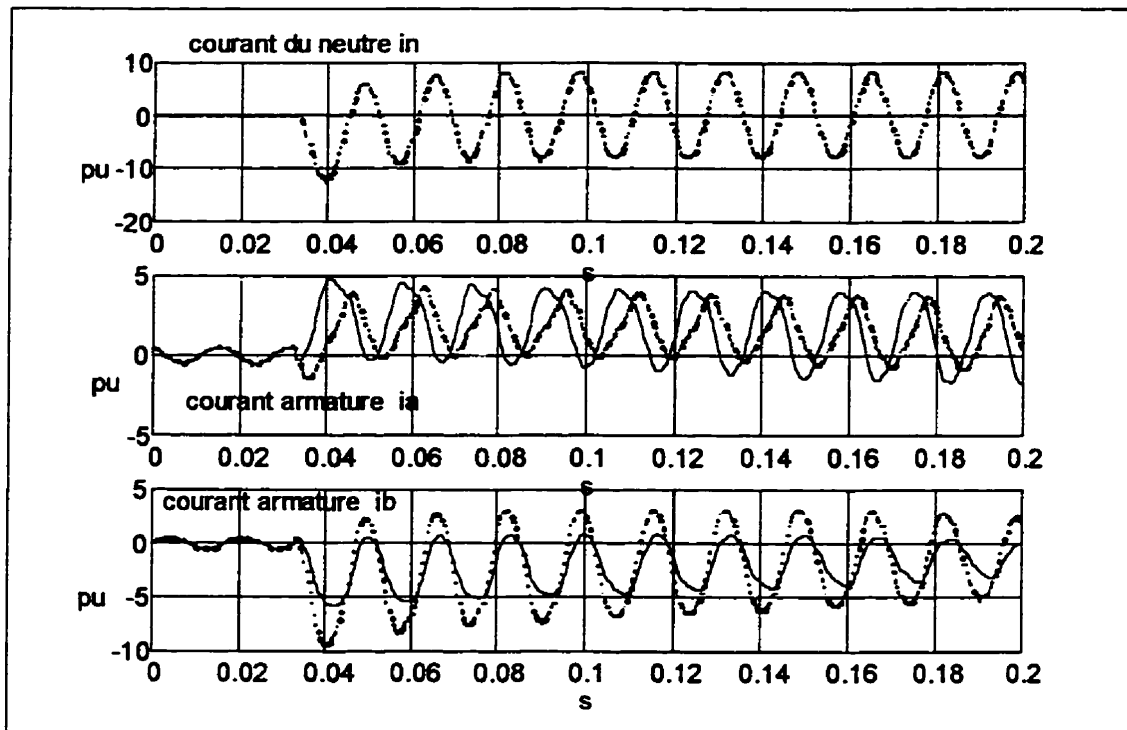
**Figure 4.5:** Courant de champ et variables électromécaniques de l'essai de court-circuit phase-phase ( $z_n = \infty ; \dots ; z_n = 0.01$ )



**Figure 4.6:** *Courants d'armature de l'essai de court-circuit phase-phase ( $z_n = \infty; \dots z_n = 0.01$ )*



**Figure 4.7:** Courant de champ et variables électromécaniques de l'essai de court-circuit phase-phase-neutre ( $\underline{z}_n = \infty ; \dots z_n = 0.01$ )



**Figure 4.8 :** *Courants d'armature de l'essai de court-circuit phase-phase-neutre*

$$(\text{--- } z_n = \infty ; \dots z_n = 0.01)$$

#### 4.4 Conception d'essais originaux de contrôle en courants d'armature

L'essai de décroissance de flux statorique avec le champ en court-circuit de la Figure 3.5, bien que n'ayant pas bénéficié d'une étude approfondie a été cité par Shackshaft (1974). Nous avons montré au chapitre 2 que tout essai appartenant à la structure hybride comme celui-ci peut au besoin se découpler dans les deux axes d- et q- de la machine. L'essai précédent effectué dans l'axe d- est le dual du court-circuit triphasé. Le flux étant nul dans l'axe q-, la tension terminale est la même que celle de cet axe et a pour expression analytique (Kamwa et al, 1997; Shackshaft, 1974)

$$v_q(t) \approx \psi_d(t) = v_{q0} \left[ \left( 1 - \frac{x'_d}{x_d} \right) e^{-t/T'_{d0}} + \dots + \left( \frac{x_d^{(n)}}{x_d} - \frac{x_d^{(n+1)}}{x_d} \right) e^{-t/T_d^{(n+1)}} \right] \quad (4-6)$$

$$v_a(t) = v_q(t) \cos(\omega_0 t + \beta_0) \quad (4-7)$$

avec  $n = 2$ . On remarque que si le courant de court-circuit conduit à l'identification des constantes de temps de court-circuit apparaissant dans l'expression (4-1), la tension de phase (4-7) issue de l'essai de décroissance de flux permet d'identifier les constantes de temps à circuit ouvert de la machine.

#### 4.4.1 Principe des essais de contrôle en courants d'armature

Soit la Figure 4.9 ci-dessous où M représente une machine synchrone, L1 et L2 des charges ou des alimentations triphasées. Les interrupteurs  $k_1 \dots k_4$  permettent de réaliser l'essai désiré. Seuls les essais dans l'axe d- ont été spécifiés; les essais dans l'axe q- se conduisant de la même façon mais pour une charge résistive. Les conditions de charge dans chacun des axes sont discutées en 4.4.3.

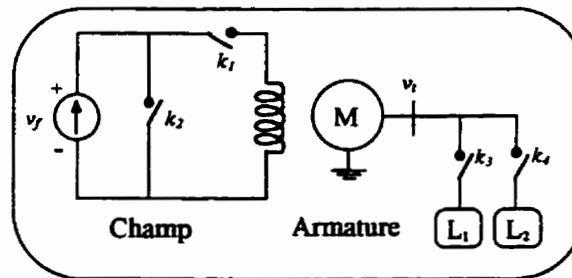


Figure 4.9: Schéma de principe d'essai de décroissance de flux

#### 4.4.1.1 Essais de contrôle en courants d'armature et courant de champ

Sont nommés essais de contrôle en courant d'armature et courant de champ tous les essais dont la mise en oeuvre numérique nécessite un modèle d'état issu d'une structure à paramètres impédances. L'essai 2 du Tableau 4.2 est représenté à la Figure 3.4.

**Tableau 4.2:** *Principe des essais usuels avec contrôle de courants d'armature et courant de champ*

Nom de l'essai	Conditions initiales	Principe d'essai	Paramètres déduits
<i>Décroissance de flux rotorique avec circuit stator ouvert</i>	$\varepsilon = \pm 1$ $k_1 = 1, k_2 = 0$ $k_3 = 0, k_4 = 0$	$\varepsilon = \pm 1$ $k_1 = 0, k_2 = 0$ $k_3 = 0, k_4 = 0$	$T_{do}^{(1)}, \dots, T_{do}^{(nd+1)}$ $T_f$
<i>Décroissance de flux statorique avec circuit rotor ouvert</i>	$\varepsilon = +1$ $k_1 = 0, k_2 = 0$ $k_3 = 1, k_4 = 0$	$\varepsilon = +1$ $k_1 = 0, k_2 = 0$ $k_3 = 0, k_4 = 0$	$T_{D_1}, \dots, T_{D_{nd}}$

#### 4.4.1.2 Essais de contrôle en courants d'armature et tension de champ

Comme précédemment, les essais de cette famille sont réalisés par le modèle associé à la structure à paramètres hybrides. Le Tableau 4.3 résume le principe de deux de ces essais dont le plus connu est l'essai de délestage de charge. Les essais des Tableaux 4.2 et 4.3 sont des essais d'échelon de courant d'armature ou de champ d'amplitude nulle. Le principe de ces essais demeure valable lorsque l'échelon est d'amplitude quelconque inférieure à celle associée à la charge initiale.

**Tableau 4.3:** *Principe des essais usuels avec contrôle de courants d'armature et tension de champ*

Nom de l'essai	Conditions initiales	Principe d'essai	Paramètres déduits
<i>Décroissance de flux statorique avec rotor en court-circuit</i>	$\varepsilon = +1$ $k_1 = 1, k_2 = 1$ $k_3 = 1, k_4 = 0$	$\varepsilon = +1$ $k_1 = 1, k_2 = 1$ $k_3 = 0, k_4 = 0$	$x_d^{(1)}, \dots, x_d^{(nd+1)}$ $T_{do}^{(1)}, \dots, T_{do}^{(nd+1)}$
<i>Essai de délestage de charge</i>	$\varepsilon = \pm 1$ $k_1 = 1, k_2 = 0$ $k_3 = 1, k_4 = 1$	$\varepsilon = \pm 1$ $k_1 = 1, k_2 = 0$ $k_3 = 0, k_4 = 0$	$x_d^{(1)}, \dots, x_d^{(nd+1)}$ $T_{do}^{(1)}, \dots, T_{do}^{(nd+1)}$

#### 4.4.1.3 Essai de délestage de charge

De tous les essais nécessitant un contrôle de courants armatures, l'essai de délestage est le plus usuel et le plus connu. Plusieurs travaux ont porté sur cet essai pour la détermination graphique des constantes de temps à circuit ouvert et pour la prédiction des tensions armatures et le courant de champ (De Mello et al, 1977; Kamwa et al, 1990; Sugiyama et al, 1982). Les dynamiques des deux essais du Tableau 4.3 sont identiques pour les mêmes charges dans la mesure où seules diffèrent les amplitudes des courants de commande.

#### 4.4.2 Modélisation des courants d'entrée de commande

En régime permanent symétrique, la machine est traversée par un courant dont les composantes de Park sont données par le vecteur (4-8). L'essai consiste à supprimer une fraction  $\alpha$  de cette charge. La charge restante de la machine est l'échelon de commande défini par (4-9).

$$i_{(dqh)}^0 = \varepsilon \begin{bmatrix} i_t \sin(\varphi + \delta_0) & i_t \cos(\varphi + \delta_0) & 0 \end{bmatrix}^T \quad (4-8)$$

$$i_{(dqh)}^\alpha = \varepsilon \begin{bmatrix} i_{(dqh)}^0 - \alpha \cdot i_{(dqh)}^0 \end{bmatrix}; (0 \leq \alpha \leq 1) \quad (4-9)$$

#### 4.4.3 Caractéristiques de la charge dans les axes d-q de la machine de Park

##### 4.4.3.1 Essai dans l'axe d-

Lorsque l'on s'intéresse aux paramètres de l'axe d-, on peut effectuer l'essai seulement dans cet axe; au niveau du modèle, seul le sous-système portant l'indice  $d$  de (2-38) pour le modèle hybride ou de (2-118) pour le modèle à paramètres impédants est utilisé. Puisque le courant et le flux se trouvent seulement dans l'axe d- dans ce cas, la tension de l'axe d- et le courant de l'axe q- sont nuls. Les relations suivantes sont alors vérifiées.

$$i_{(dqh)}^0 = \varepsilon \begin{bmatrix} i_t \sin(\varphi + \delta_0) & i_t \cos(\varphi + \delta_0) & 0 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} \varepsilon i_t & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (4-10)$$

$$v_d = v_t \sin \delta_0 \approx -\psi_q = -x_q(p)i_q = 0 \quad (4-11)$$

La résolution de (4-10,...4-12) en  $\varphi$  et  $\delta_0$  conduit à  $\varphi = \pm \frac{\pi}{2}$  et  $\delta_0 = 0$ . En d'autres termes, les essais dans l'axe d- nécessitent que la charge soit purement réactive et l'angle interne du rotor nul. Ils permettent de déterminer les paramètres des circuits équivalents et les constantes de temps de l'axe d-. La tension terminale dans ce cas est très proche de la tension de l'axe q- qui est l'image du flux dans l'axe d-.



$$v_t = v_q \approx \psi_d \quad (4-12)$$

#### 4.4.3.2 Essai dans l'axe q-

Comme précédemment, l'essai dans l'axe q- se fait avec le sous-système d'indice  $q$  de (2-60) pour le modèle hybride ou de (2-120) pour le modèle à paramètres impédances. Le courant d'armature de l'axe d- est nul, mais le flux n'est pas nul dans cet axe à cause du flux de champ. Cette condition conduit à l'équation (4-13) dont la solution est  $\varphi = -\delta_0 + \lambda\pi, (\lambda = 0, 1, \dots)$ . En particulier, lorsque  $\varphi = \delta_0 = 0$  (cas d'une charge résistive), on obtient l'essai dans l'axe q-.

$$i_{(dqh)}^0 = \varepsilon \begin{bmatrix} i_t \sin(\varphi + \delta_0) & i_t \cos(\varphi + \delta_0) & 0 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 0 & i_t & 0 \end{bmatrix}^T \quad (4-13)$$

#### 4.4.3.3 Essai dans un axe arbitraire

Un essai dans un axe arbitraire est tel que la charge comporte une partie réactive et une partie résistive. Dans ces conditions tout le système défini par (2-29) pour le système hybride ou par (2-111) pour le système à paramètres impédances est utilisé pour réaliser l'essai. On peut également séparer l'essai suivant les deux axes d- et q- et superposer les résultats partiels pour obtenir l'essai désiré. L'exécution pratique de l'essai de délestage de charge est bien expliquée dans (EPRI report, 1988).

#### 4.4.4 Exemples d'application

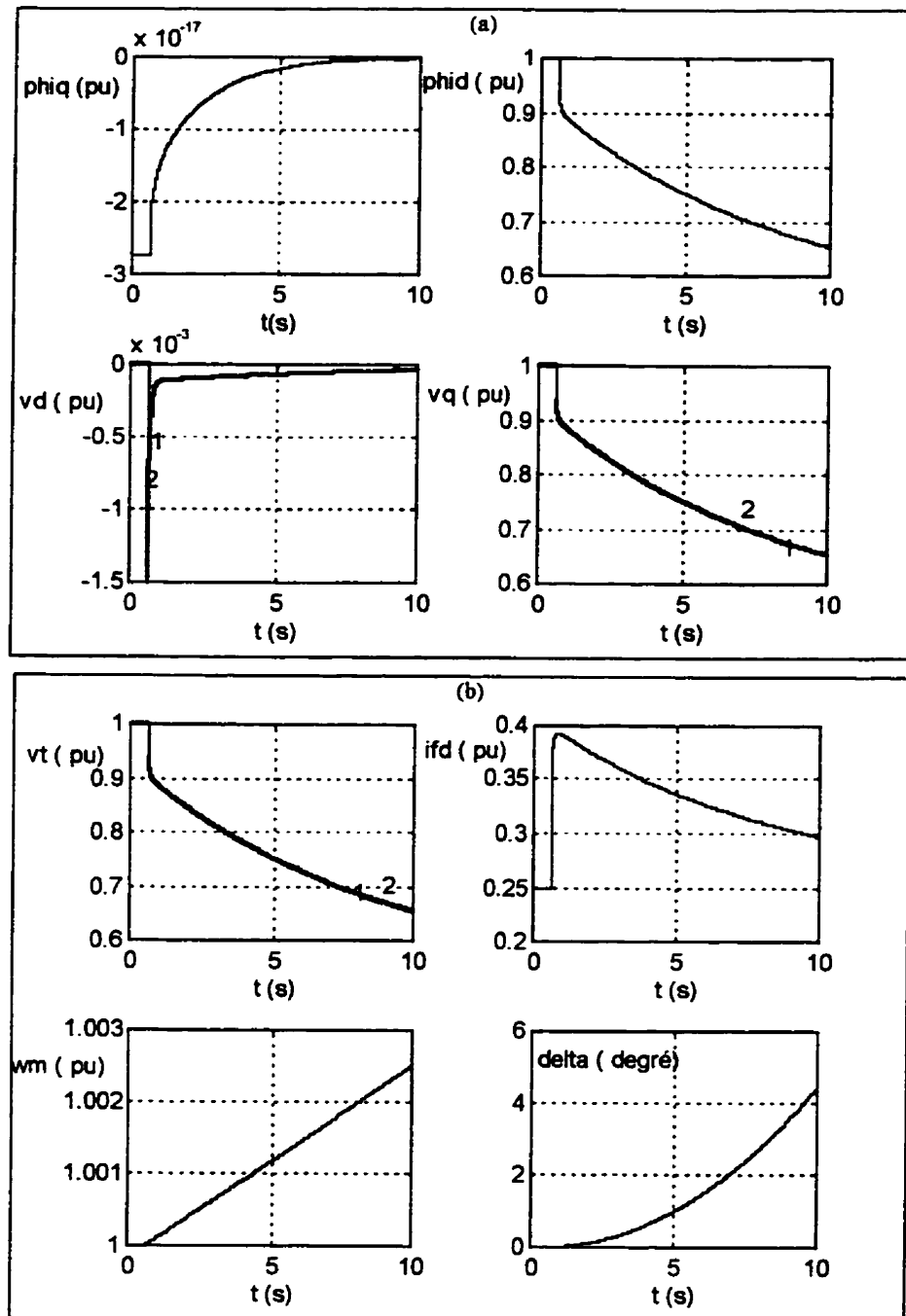
##### 4.4.4.1 Essai de délestage d'une charge purement inductive: $Charge = +0.2j (pu)$

L'essai de délestage est réalisé sur le turboalternateur précédent opérant à la tension

nominale et à la vitesse synchrone. La machine est excitée par une tension de champ maintenue constante pendant tout le test. Le test est réalisé dans l'axe d- avec une charge de  $+0.2j$  (pu) conformément à la méthode préconisée dans (EPRI report, 1988). L'essai à 100% de délestage est obtenu en supprimant la charge précédente et en mesurant les tensions armatures et le courant de champ. Le modèle global électromécanique de la machine a été utilisé pour montrer la cohérence des résultats avec l'analyse théorique. En effet, la Figure 4.10-a montre que le flux dans l'axe q- et la tension dans l'axe d- sont nuls. Par contre le flux dans l'axe d- et la tension dans l'axe q- sont sensiblement égaux. Le couple électrique est nul, puisque la puissance active l'est aussi. La vitesse mécanique est pratiquement constante. Le comportement mécanique n'influence pas beaucoup la tension terminale dont l'amplitude pour une machine avec un nombre arbitraire d'amortisseurs dans l'axe d- est donnée par (4-14). Les courbes portant l'indice 1 indiquent que la vitesse mécanique est supposée constante; par contre, l'indice 2 indique que la variation de la vitesse mécanique est prise en compte. Dans les deux cas de figure les signaux obtenus sont confondus tels que le montre la Figure 4.10. Les expressions (4-6) et (4-14) sont les mêmes pour une machine donnée. Un complément d'analyse est fourni dans la référence (Wamkeue et al, 1996) donnée en annexe 4. L'avantage de cet essai est qu'il est facile à réaliser et garde la vitesse pratiquement constante. Le support numérique utilisé

$$v_t(t) = v_q(t) \approx \psi_d(t) = v_{q0} \sum_{i=0}^{n_d} \left( \frac{x_d^{(i)}}{x_d} - \frac{x_d^{(i+1)}}{x_d} \right) e^{-t/T_d^{(i+1)}} \quad (4-14)$$

pour cet essai est la routine *cm0d* consignée en annexe 8.



**Figure 4.10 :** Les variables d'axe d- et d'axe q- dans un essai de délestage à 100% de charge inductive pure (1: à vitesse constante, 2: à vitesse variable)

#### 4.4.4.2 Essai de délestage d'une charge résistive: $Charge=0.2 \text{ (pu)}$

L'essai de délestage à 100% de charge résistive pure est difficile à obtenir. La charge choisie est fixée conformément au rapport EPRI (1988). L'essai est effectué dans les mêmes conditions que précédemment. La Figure 4.11 montre que contrairement à l'essai dans l'axe d- précédent, bien que le courant  $i_d$  soit nul, le flux dans l'axe d- est entretenu par la tension de champ, ce qui fait que la tension de l'axe q- ne peut donc être nulle; mais elle est sérieusement influencée par la variation de la vitesse du rotor (voir Figure 4.11). Comme la charge est résistive, la variation de la tension  $v_q$  est faible si on ne tient pas compte de l'influence de la vitesse mécanique. Mais la prédiction réelle de la tension doit tenir compte de cette variation de vitesse contrairement aux affirmations faites dans certains travaux (Figure 4.11-2) (De Mello et al, 1977; EPRI 1988, Sugiyama et al, 1982)

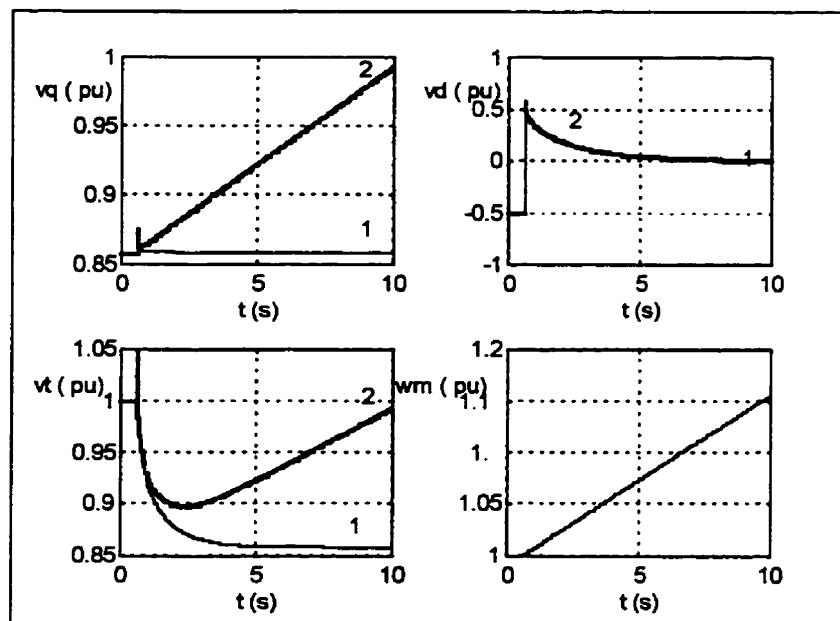


Figure 4.11 : Variables d'axe d- et d'axe q- dans un essai de délestage à 100% de charge résistive pure: (1: à vitesse constante, 2: à vitesse variable)

Pour l'identification, l'essai doit être réalisé dans les 3 premières secondes pour éviter un fonctionnement en asynchronisme de la machine. La dynamique de la tension terminale est alors dictée par la tension de l'axe d- de telle manière que l'on peut écrire dans la période d'essai

$$\bar{v}_d(t) = \bar{v}_t(t) - v_{q0} \quad (4-15)$$

#### 4.4.4.3 Essai de décroissance de flux stator dans l'axe q- avec le champ en court-circuit: $Charge = 0.5(pu)$

Une manière de contourner les problèmes de l'essai de délestage dans l'axe q- est d'opérer en moteur synchrone avec le circuit de champ initialement en court-circuit. La machine se comporte comme une machine à réluctance car le circuit de champ est alors identique à un amortisseur de plus dans l'axe d-.

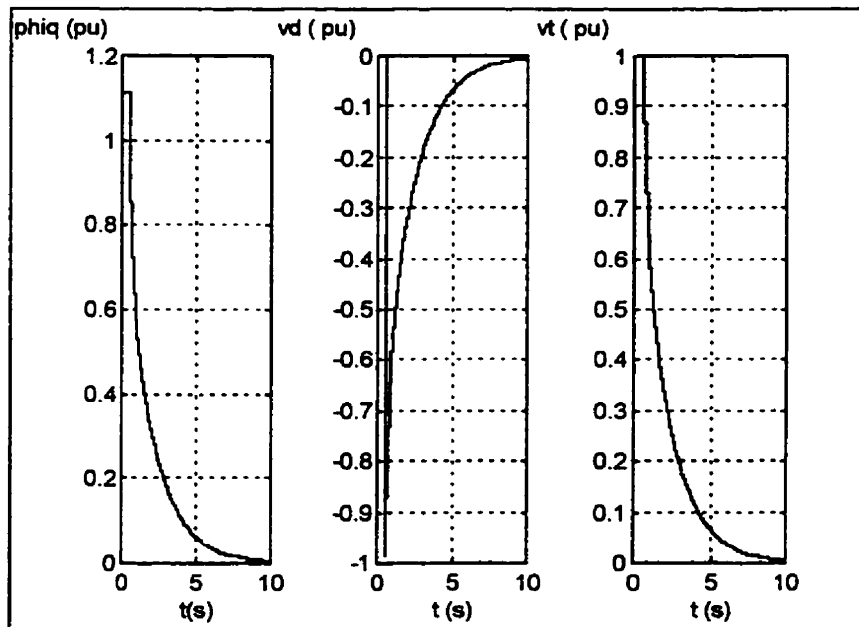


Figure 4.12 : Variables d'armature d'axe q- lors de l'essai de décroissance de flux statorique avec circuit de champ en court-circuit (charge résistive)

Ceci garantit un flux nul dans l'axe d- et une tension nulle dans l'axe q- pour 100% de délestage de charge résistive comme l'illustre la Figure 4.12 où un courant de  $0.5 p.u$  sous tension nominale alimente la machine. On remarque en effet que dans les deux cas où la vitesse est constante (idéal) et lorsqu'elle varie (réel), la tension de l'axe d- demeure inchangée (voir Figure 4.11). La tension d'axe d- qui est l'image du flux dans l'axe q- dans les deux essais (Figures 4.11 et 4.12) peut s'écrire sous la forme (4-16).

$$v_d(t) = -\psi_q(t) = v_{d0} \sum_{i=0}^{n_q} \left( \frac{x_q^{(i)}}{x_q} - \frac{x_q^{(i+1)}}{x_q} \right) e^{-t/T_{q0}^{(i+1)}} \quad (4-16)$$

Les tensions de phase se calculent pour une charge quelconque (essai d'axe arbitraire) à partir des composantes des tensions d'axe d- et d'axe q- (4-14,...4-16) en utilisant la transformée de Park (1-1).

$$v_a(t) = v_d(t) \cos(\omega_0 t + \beta_0) + v_q(t) \sin(\omega_0 t + \beta_0) \quad (4-17)$$

$$v_a(t) = \left[ v_{d0} \sum_{i=0}^{n_q} \left( \frac{x_q^{(i)}}{x_q} - \frac{x_q^{(i+1)}}{x_q} \right) e^{-t/T_{q0}^{(i+1)}} \right] \cos(\omega_0 t + \beta_0) + \left[ v_{q0} \sum_{j=0}^{n_d} \left( \frac{x_d^{(j)}}{x_d} - \frac{x_d^{(j+1)}}{x_d} \right) e^{-t/T_{d0}^{(j+1)}} \right] \sin(\omega_0 t + \beta_0) \quad (4-18)$$

Cette expression revêt une importance dans l'identification par traitement graphique ou automatisé des constantes de temps à circuit ouvert à partir de (4-18). (4-18) peut également être considéré comme la prédiction du courant armature dans un processus d'identification où le vecteur des paramètres est constitué de toutes les constantes contenues dans l'expression (4-18). La tension terminale est définie par (4-19).

$$v_t(t) = \sqrt{\left(v_d(t) \cos(\omega_0 t + \beta_0)\right)^2 + \left(v_q(t) \sin(\omega_0 t + \beta_0)\right)^2} \quad (4-19)$$

Son enveloppe est donnée par:

$$\text{env}(v_t(t)) = \sqrt{\left(v_d(t)\right)^2 + \left(v_q(t)\right)^2} \quad (4-20)$$

Ce chapitre, en plus des trois premiers complètent l'étude qualitative de la machine synchrone. Dans le prochain chapitre nous poserons les fondements aboutissant à son analyse quantitative qui est l'estimation de ses paramètres électriques.

## CHAPITRE V

### CARACTÉRISATION DES MODÈLES DE LA MACHINE SYNCHRONE

#### 5.1 Principe d'identification

Le principe d'identification par modèle de connaissance basée sur l'erreur de prédiction peut se résumer par le schéma de la Figure 5.1 où  $n$  et  $m$  sont des bruits stochastiques introduits par le système d'acquisition de données respectivement sur l'entrée et sur la sortie du système lors d'un essai donné.  $ss$  désigne l'ensemble des contraintes sur le système que doit respecter le critère  $J$ .

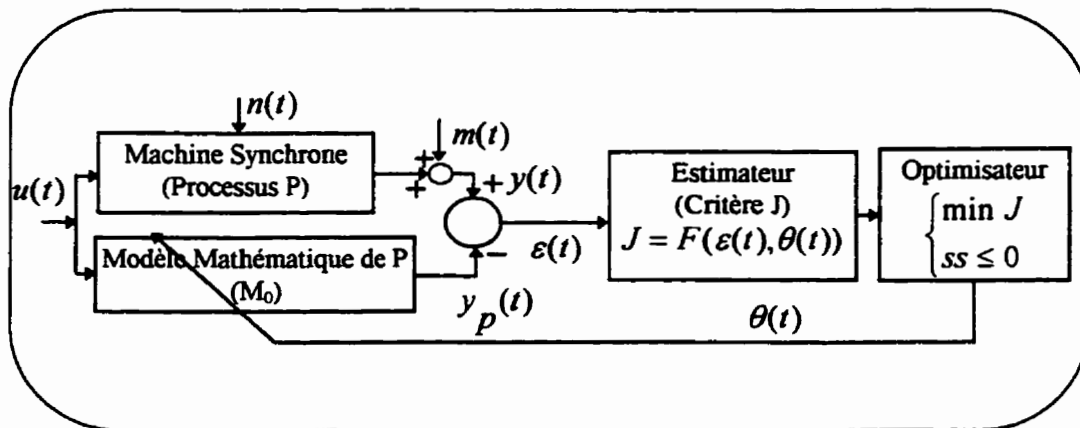


Figure 5.1 : Schéma du principe d'identification par modèle de connaissance

#### 5.2 Modèle linéaire discret déterministe/stochastique de la machine synchrone

Les sorties  $y(k)$  obtenues d'un test sur la machine sont échantillonnées dans l'intervalle d'essai  $\{t_k = t_0 + k\tau, k = 0, 1, \dots, N\}$ , où  $\tau$  est le pas d'échantillonnage et  $N$  le nombre d'observations. Le modèle déterministe (2-237) peut alors être remplacé par la



représentation déterministe/stochastique discrète (5-1) qui est une combinaison des modèles déterministe et stochastique purs de la machine.

$$\begin{aligned}
 x_0 &= x(0) \\
 x(k+1, \theta) &= a(\tau, \theta)x(k, \theta) + b(\tau, \theta)u(k) + F(\tau, \theta)n(k, \theta) \\
 y(k, \theta) &= cx(k, \theta_s) + du(k) + G(k)m(k) \\
 w_l[\theta, x(k, \theta); u(k)] &\geq 0, \quad l = 1, 2, \dots, \lambda;
 \end{aligned} \tag{5-1}$$

Les hypothèses suivantes sont généralement admises sur les caractéristiques des bruits  $n$  et  $m$  et la condition initiale  $x_0 = x(0)$ .

- $\{n(k)\}$  est une séquence de bruit blanc et gaussien vérifiant

$$E[n(k)] = 0; \quad E[n(k)n(k)^T] = Q; \quad E[n(k)n(j)^T] = 0 \quad \text{si } k \neq j \tag{5-2}$$

- $\{m(k)\}$  est également une séquence de bruit blanc et gaussien vérifiant

$$E[m(k)] = 0; \quad E[m(k)m(k)^T] = R_0; \quad E[m(k)m(j)^T] = 0 \quad \text{si } k \neq j \tag{5-3}$$

- Les séquences  $\{n(k)\}$  et  $\{m(j)\}$  sont indépendantes entre elles et indépendantes de  $x_0 = x(0)$  quels que soient  $k$  et  $j$ ; autrement dit:

$$E[n(k)m(j)^T] = 0; \quad E[x_0 n(k)^T] = 0; \quad E[x_0 m(k)^T] = 0 \tag{5-4}$$

- L'état initial  $x(0)$  du système est un vecteur aléatoire gaussien qui vérifie

$$E[x(0)] = 0; \quad P_0 = E[x(0)x(0)^T] \quad (5-5)$$

Les matrices  $R_0$  et  $Q$  sont définies positives.  $E(.)$  est l'espérance mathématique. Le vecteur  $\theta$  des paramètres à estimer issu du modèle déterministe/stochastique (5-6) prend la forme étendue (5-6) où  $\theta_w$  est le vecteur des paramètres du bruit de modèle caractérisé par  $Q$  et  $\theta_s$  le vecteur des paramètres du système déterministe (2-237).

$$\theta^T = \begin{bmatrix} \theta_s^T & \theta_w \end{bmatrix} \quad (5-6)$$

Les matrices discrètes  $a(\tau, \theta)$  et  $b(\tau, \theta)$  sont déduites de  $a(\theta_s)$  et  $b(\theta_s)$  par les relations

$$a(\tau, \theta) = e^{a(\theta_s)\tau} = I + a(\theta_s)\tau + \frac{1}{2!}(a(\theta_s)\tau)^2 + \frac{1}{3!}(a(\theta_s)\tau)^3 + \dots \quad (5-7)$$

$$b(\tau, \theta) = \left( \int_0^\tau e^{a(\theta_s)T} dT \right) b(\theta_s) = \left( I\tau + \frac{1}{2!}a(\theta_s)\tau^2 + \frac{1}{3!}a^2(\theta_s)\tau^3 + \dots \right) b(\theta_s) \quad (5-8)$$

Toute méthode d'identification prenant en compte les caractéristiques précédentes du bruit est dite *statistique*. Dans la simulation du modèle (5-1), une prédiction des observations bruitées s'avère nécessaire. Aussi, le degré de pollution du signal observé doit être limité par filtrage dans un rapport signal/bruit adéquat.

### 5.3 Prédiction et correction des observations bruitées

#### 5.3.1 Le filtre classique de Kalman

Le filtrage de Kalman (Chui, 1990; De Lara Jayme 1995) est une méthode populaire pour obtenir des estimés à variance minimale des signaux à partir de mesures bruitées. Partant de l'estimé initial  $x_e(0) = x_0$  et connaissant un meilleur estimé  $x_e(k)$  de l'état à l'instant  $k$ , la prédiction de l'état  $x_p(k+1)$  à l'instant  $k+1$  est déduite du système déterministe discret de la manière suivante

$$x_p(k+1, \theta) = a(\tau, \theta)x_e(k, \theta) + b(\tau, \theta)u(k) \quad (5-9)$$

$$y_p(k, \theta) = cx_p(k, \theta) + du(k) \quad (5-10)$$

Les indices  $e$  et  $p$  désignent les valeurs estimées et prédites. Les estimés futurs  $x_e(k+1)$  de l'état à l'instant  $k+1$  sont obtenus de manière récursive en utilisant les mesures pour améliorer les variables prédites  $x_p(k+1)$ .

$$x_e(k, \theta) = x_p(k, \theta) + K(k)\varepsilon(k, \theta) \quad (5-11)$$

où  $\varepsilon(k, \theta) = y(k) - y_p(k, \theta)$  est le vecteur des innovations dont la matrice de covariance est connue de (5-12) et  $K$  le gain de Kalman défini par (5-13).

$$R(k, \theta) = E[\varepsilon(k, \theta)\varepsilon(k, \theta)^T] = R_0 + cP_p(k, \theta)c^T \quad (5-12)$$

$$K(k, \theta) = P_p(k, \theta) c^T R(k, \theta)^{-1} = \min_K P_e(k, \theta) \quad (5-13)$$

Définissant l'erreur de prédiction d'état  $e_p(k, \theta) = x_p(k, \theta) - x(k)$  et l'erreur d'estimation d'état  $e_e(k, \theta) = x_e(k, \theta) - x(k)$ , les matrices de covariance qui en découlent sont les suivantes

$$P_p(k+1, \theta) = E[e_p(k+1, \theta).e_p(k+1, \theta)^T] = a(k, \theta)P_e(k, \theta)a(k, \theta)^T + Q \quad (5-14)$$

$$Q = \int_0^\tau e^{-a\sigma} F F^T e^{-a^T \sigma} d\sigma \quad (5-15)$$

$$P_e(k+1, \theta) = E[e_e(k+1, \theta).e_e(k+1, \theta)^T] = (I - K(k+1)c)P_p(k+1, \theta) \quad (5-16)$$

### 5.3.2 Le filtre de Kalman en régime permanent

Si l'on considère la valeur limite du gain de Kalman

$$K = \lim_{k \rightarrow +\infty} K(k) \quad (5-17)$$

on obtient le gain statique de Kalman. Conséquemment, la matrice de covariance des erreurs de prédiction  $P_p(k+1, \theta) \rightarrow P$  lorsque  $k \rightarrow +\infty$ . Par ailleurs,  $P$  est solution de l'équation de Riccati définie en (5-18) (Chui, 1990; Maine et Iliff, 1981); les expressions de la matrice de covariance des innovations et du gain de Kalman sont données en (5-19). Les équations (5-9,... 5-19) peuvent se mettre alors sous la forme d'état (5-20).

$$P = a(k, \theta) [P - Pc^T R^{-1} cP + Q] a^T(k, \theta) \quad (5-18)$$

$$R = R_0 + cPc^T; K = Pc^T R^{-1} \quad (5-19)$$

$$\begin{cases} x_p(k+1, \theta) = [a(\tau, \theta) - a(\tau, \theta)Kc]x_p(k, \theta) + [b(\tau, \theta) - a(\tau, \theta)Kd] \begin{bmatrix} u(k) \\ y(k) \end{bmatrix} \\ y_p(k, \theta) = cx_p(k, \theta) + \begin{bmatrix} d & 0_{1,p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u(k) \\ y(k) \end{bmatrix} \end{cases} \quad (5-20)$$

La matrice de covariance de l'erreur de modèle  $Q$  est calculée suivant (5-15). En pratique  $Q = \tau FF^T$ , où  $\tau$  doit être plus faible que les constantes de temps du système. Le filtre statique de Kalman est équivalent au précédent et présente l'avantage de réduire le temps de calcul en plus d'être asymptotiquement optimal. Le filtre de Kalman permet à la fois de filtrer (correction) et de prédire les signaux de sortie. Il demeure le meilleur filtre pour les systèmes linéaires, en présence de bruits gaussiens à paramètres connus.

#### 5.4 Identifiabilité d'un modèle

Toutes les méthodes d'identification statistique sont basées sur la minimisation d'un critère fonction du vecteur des innovations  $\varepsilon(k, \theta) = y(k) - y_p(k, \theta)$  qui dépend également du vecteur de paramètres  $\theta = \begin{bmatrix} \theta_1 & \theta_2 & \dots \end{bmatrix}$ . Quand une valeur  $\theta = \hat{\theta}$  rend la séquence  $\{\varepsilon(k, \theta)\}$  blanche, alors  $\hat{\theta}$  est le vecteur de paramètres du vrai modèle (5-1).

**Définition 1:** Le paramètre  $\theta_i$  est dit identifiable sur  $\begin{bmatrix} t_0 & t_f \end{bmatrix}$  s'il existe un nombre fini de solutions pour  $\theta_i$  vérifiant (5-1). Si tous les  $\theta_i$  sont identifiables quelque soit  $i$ , le modèle est dit identifiable ( $\theta_i$  désigne la  $i$ ème composante de  $\theta$ ).

**Définition 2:** Le paramètre  $\theta_i$  est dit non identifiable sur  $\begin{bmatrix} t_0 & t_f \end{bmatrix}$  s'il existe un nombre infini de solutions pour  $\theta_i$  vérifiant (5-1). S'il existe au moins un  $\theta_i$  non identifiable, le modèle est dit non identifiable.

Si les définitions précédentes permettent d'avoir un sens physique clair de l'identifiabilité d'un système, elles ne disent pas comment évaluer le nombre de solutions pour  $\theta_i$ . Un critère numérique basé sur le concept de distinguabilité des sorties, déduite du calcul de sensibilité est proposé à ce sujet dans (Kamwa, 1988). Il y est prouvé que la non identifiabilité d'un modèle peut résulter de sa surparamétrisation. Dans le cas du modèle (5-1) de la machine synchrone étendu à un nombre arbitraire  $n_{dq} = n_d + n_q$  d'amortisseurs, la question est de savoir à partir de quel ordre on peut le considérer comme étant à la limite de l'identifiabilité. Bien qu'un modèle d'ordre élevé soit nécessaire pour certaines applications telles que la prédiction des transitoires torsionnels et l'étude du comportement harmonique de la machine, les études de stabilité transitoire n'en ont pas besoin. Pour les machines à pôles saillants, la norme IEEE-Std. 1110 (1991) estime que le modèle standard à un amortisseur par axe est suffisant pour représenter de manière précise la machine. Dans le cas des turboalternateurs à rotor massif, certains auteurs estiment que l'on peut raisonnablement obtenir la précision nécessaire avec un amortisseur dans l'axe d- et deux dans l'axe q- avec une limite de cinq amortisseurs, soient deux dans l'axe d- et trois dans l'axe q- (1988). Une technique très élaborée d'estimation structurale par réalisation minimale des réponses indicielles a récemment été utilisée par (Maine et Illif, 1981) pour déterminer l'ordre minimal d'un turboalternateur. Bien que cette méthode tranche avec les techniques empiriques basées sur l'expérience et le sens commun, elle conduit aux mêmes résultats, c'est à dire deux amortisseurs dans l'axe d- et trois dans l'axe q-.

On reconnaît au modèle d'ordre optimal de la machine d'être précis dans la prédiction des observations; mais il est aussi plus complexe et introduit à cet effet plus de paramètres à estimer dans les algorithmes d'identification. Il se pose là un autre type de surparamétrisation à résoudre.

## 5.5 Flexibilité et parcimonie des modèles déterministes de machine synchrone

### 5.5.1 Flexibilité

On dit qu'un modèle est flexible si le nombre de paramètres convoités du système est inférieur à la somme de tous les paramètres intervenant dans la famille ou structure de modèles retenue. Par exemple, si l'on considère la représentation d'état à structure à paramètres admittances évoquée au chapitre 2 pour un modèle canonique ( $n_d = n_q = 1$ ), et si l'on admet que les seuls paramètres inconnus sont les entrées des matrices d'état  $a(\theta_s)$  et  $b(\theta_s)$ , alors le nombre de degrés de liberté est  $d = 2 \times (n_d + n_q + 4)^2 = 72$ . Par ailleurs, le nombre de paramètres à identifier de  $\theta_s$  est  $\text{card}(\theta_s) = 3 \times (n_d + n_q) + 7 = 13$ ; où les constantes mécaniques et l'angle interne ne sont pas inclus. On voit bien que les matrices considérées possèdent un nombre suffisant de degrés de liberté pour que la classe qu'elles représentent contienne le modèle recherché. La structure considérée est donc très flexible.

Mais si le nombre de degrés de liberté  $d = 72$  est suffisant, n'est-il pas trop grand, du moins suffisamment pour plus ou moins provoquer une surparamétrisation de la machine? Sûrement oui. Cette situation précédemment abordée rend le modèle non identifiable. Comment donc donner au modèle le nombre de degrés de liberté minimal ?

### 5.5.2 Parcimonie

Une meilleure connaissance de la machine montre que les axes d-q-h sont orthogonaux et que l'axe h- est découplé des axes d- et q- (voir les matrices en 3.1.1). Ceci permet, en plus de quelques symétries, de réduire considérablement le nombre de degrés de liberté précédent. On dira qu'une paramétrisation du modèle (2-237) est parcimonieuse si elle fait intervenir le nombre minimal de degré de liberté requis pour que la famille  $\{\theta_s\}$  des valeurs possibles de  $\theta_s$  contienne le vrai modèle  $\hat{\theta}_s$  du système. Un modèle non parcimonieux introduit plus de calculs. Il va de soit que les contraintes  $w_l$  contribueront à réduire le nombre de degré de liberté de (2-237). La parcimonie du modèle déterministe/stochastique (5-1) peut ainsi être accrue en lui adjoignant des contraintes sur les caractéristiques du bruit et celles assurant sa stabilité interne. (5-1) devient ainsi (5-21) où  $\bar{\lambda}_j(a(\tau, \theta))$  représente la jième valeur propre de  $a(\tau, \theta)$ . De plus, certains paramètres de la machine sont directement mesurables (résistance de champ et d'armature, réactance de fuite de l'induit, etc.) ce qui diminue davantage son nombre de degrés de liberté. On peut ainsi augmenter aisément la parcimonie de la représentation d'état qui, mieux que les autres, met en évidence la structure physique de la machine.

Dans le cadre de ce travail, la structure modulaire des modèles permet aisément de déterminer l'ordre de la machine par ajustement des circuits amortisseurs autour des valeurs optimales précédentes (un à deux amortisseurs pour l'axe d- et un à trois amortisseurs pour l'axe q-) dans la procédure d'identification de manière à satisfaire le compromis flexibilité/parcimonie.



$$\begin{aligned}
 x_0 &= x(0) \\
 x(k+1, \theta) &= a(\tau, \theta)x(k, \theta) + b(\tau, \theta)u(k) + F(\tau, \theta)n(k, \theta) \\
 y(k, \theta) &= cx(k, \theta_s) + du(k) + G(k)m(k) \\
 \text{ss} \left\{ \begin{aligned}
 &w_l[\theta, x(k, \theta); u(k)] \geq 0, l = 1, 2, \dots, \lambda; \\
 &\operatorname{Re}(\bar{\lambda}_j(a(k, \theta))) < 0, j = 1 \dots n \\
 &Q(k, \theta) \geq 0 \\
 &R(k, \theta) \geq 0
 \end{aligned} \right. \quad (5-21)
 \end{aligned}$$

## CHAPITRE VI

### IDENTIFICATION PARAMÉTRIQUE DE LA MACHINE SYNCHRONE

#### 6.1 Estimation au maximum de vraisemblance de la machine synchrone

##### 6.1.1 L'estimateur au maximum de vraisemblance

###### 6.1.1.1 Formule de Bayes

De nos jours foisonnent une multitude de méthodes d'identification de la machine synchrone (De Lara Jayne, 1995; Keyhani et al, 1990; Naciri, (1984) ; Zhu et al, 1996; Ma et al, 1994). La justification de leur choix est souvent subjective en ce sens qu'elle dépend de l'habileté de l'utilisateur pour tel ou tel algorithme d'identification. En général, pour les méthodes stochastiques, l'estimateur au maximum a récemment été très sollicité. Le maximum de vraisemblance est tiré de la formule de Bayes suivante (Schouskens et al, 1990)

$$\Pr(\theta / y) = \frac{\Pr(y / \theta) \Pr(\theta)}{\Pr(y)} = \frac{\Pr(\text{mesures} / \text{parametres}) \Pr(\text{parametres})}{\Pr(\text{mesures})} \quad (6-1)$$

où  $\Pr$  est la fonction densité de probabilité. L'estimé  $\theta_B$  de Bayes est la valeur de  $\theta$  qui maximise  $\Pr(\theta)$  connaissant les mesures  $y$ . L'estimé de Bayes suivant (6-1) nécessite à la fois les densités de probabilité des mesures et celle des paramètres inconnus.

###### 6.1.1.2 La fonction de vraisemblance

Si l'on ne connaît pas la densité de probabilité  $\Pr(\theta)$  des paramètres, le choix convenable

est de supposer qu'ils sont uniformément distribués, autrement dit  $\Pr(\theta) = C^{te}$ . La formule de Bayes (6-1) devient

$$\Pr(\theta / y) = \frac{\Pr(y / \theta) \Pr(\theta)}{\Pr(y)} = C^{te} \Pr(y / \theta) \quad (6-2)$$

**Définition 1:** On appelle fonction de vraisemblance la fonction  $L(\theta) = \Pr(y / \theta)$ .

### 6.1.1.3 L'estimateur au maximum de vraisemblance

Si  $\hat{y}$  désigne la valeur exacte des mesures et si l'on admet que  $\varepsilon = y - \hat{y}$  est de distribution normale gaussienne ( $\Pr_n$ ), la fonction de vraisemblance devient

$$\begin{aligned} L(\theta) = \Pr(y / \theta) &= \prod_{k=1}^N \Pr(y(k) / \hat{y}) = \prod_{k=1}^N \Pr_n(y(k) - \hat{y}(k)) = \prod_{k=1}^N \Pr_n(\varepsilon(k)) \\ &= \frac{\exp \left\{ -\frac{1}{2} \sum_{k=1}^N \left( -\frac{1}{2} \varepsilon(k, \theta)^T R(\theta)^{-1} \varepsilon(k, \theta) \right) \right\}}{\sqrt{[(2\pi)^P \det(R(\theta))]^N}} \end{aligned} \quad (6-3)$$

**Définition 2:** L'estimé au maximum de vraisemblance  $\theta_M$  est la valeur de  $\theta$  qui maximise la fonction de vraisemblance  $L(\theta)$ . De manière équivalente, et pour rester conforme avec les conventions utilisées en optimisation,  $\theta_M$  est également la valeur de  $\theta$  qui minimise l'opposé du logarithme de  $L(\theta)$  défini par (6-4), où les termes constants sont omis.

$$V(\theta) = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N \left( \varepsilon(k, \theta)^T R(\theta)^{-1} \varepsilon(k, \theta) \right) + \frac{1}{2} N \log(\det(R(\theta))) \quad (6-5)$$

Il est important de remarquer que  $R(\theta)$  de (6-5) est inconnue. On distingue selon  $R(\theta)$  les différents cas suivants.

- Si  $R(\theta) = R = C^{te}$  est la matrice de covariance supposée connue des résidus, alors (267) devient l'estimateur de Markov.
- Si  $R(\theta) = R = C^{te}$  est une matrice quelconque fixée, alors (6-5) est l'estimateur aux moindres carrés pondérés.
- Si  $R(\theta) = R = I$ , alors le bruit est blanc et l'estimateur précédent devient les moindres carrés ordinaires.

## 6.2 Les faiblesses de l'approche classique de l'identification au maximum de vraisemblance

L'estimateur au maximum de vraisemblance a fait l'objet de plusieurs travaux tant dans le domaine fréquentiel que temporel (Keyhani et al, 1990; Maine et Iliff, 1981; Tsai et al, 1995; Zhu et al, 1996). Mais son utilisation nécessite quelques précautions. Malheureusement, quelle que soit la qualité des résultats obtenus, l'application de l'estimateur au maximum de vraisemblance telle que proposée par certains auteurs suscite quelques réflexions. Dans les travaux (Keyhani et al, 1990) et (Zhu et al, 1996) les points sombres suivants sont à dénoncer.

- La méthode utilisée pour estimer la matrice de covariance de l'erreur de modèle  $Q$  n'est pas rigoureuse.

En effet, il n'est pas pertinent de considérer une valeur arbitraire de  $Q$  qui est normalement inconnue et doit être estimée au même titre que les paramètres de la

machine. Pour illustrer cela, supposons un processus stochastique où l'erreur de modèle est négligeable. Puisque la définition précédente du maximum de vraisemblance ne présente aucune restriction sur la présence des bruits de modèle et de mesure, nous aurons de (5-1) et (5-5)  $F = 0$  et  $P_e = P_p = P_0 = 0$ . Le filtre de Kalman n'est d'aucune utilité dans ce cas et (5-12) nous conduit à  $R(\theta) = R_0 = C^{te}$ , correspondant aux *moindres carrés pondérés* qui est un estimateur connu décrit précédemment et un cas particulier du maximum de vraisemblance.

Plus généralement, lorsque la matrice de covariance de l'erreur de modèle  $Q$  est fixée, l'utilisation de l'estimateur au maximum de vraisemblance tel que défini en (267) est inappropriée et abusive.

- L'estimation de  $R(\theta)$  obtenue à partir du filtre de Kalman (5-12) est douteuse et imprécise.

Les résultats optimaux du filtre de Kalman exigent une connaissance des valeurs exactes des matrices de covariance des bruits de modèle et de mesure (Mehra, 1970). En ce sens, rien ne permet d'affirmer que le filtre utilisé dans les travaux (Keyhani et al 1990; Zhu et al 1996) marche de façon optimale. En d'autres termes  $R(\theta)$  dans ce cas peut prendre n'importe quelle valeur. Pour montrer qu'il n'est pas réaliste d'estimer  $R(\theta)$  à partir du filtre de Kalman, supposons comme précédemment un processus où les mesures ont été prises sans aucune perturbation extérieure. Nous aurons suivant (5-1), (5-3) et (5-12)  $G = 0$ ,  $d = 0$ ,  $R_0 = 0$ , et  $R(k, \theta) = cP_p(k, \theta)c^T$ . L'application du maximum de vraisemblance (6-5) exige une inversion de  $R(\theta)$ , donc que  $c$  soit inversible. En d'autres termes, toutes les variables d'état doivent être mesurables. Malheureusement, dans le cas de la machine synchrone les courants d'amortisseurs sont inaccessibles. Ceci prouve une fois de plus que cette méthode est imprécise et restrictive. Conséquemment, le blanchiment des résidus, preuve de la convergence de  $\theta$  vers la valeur exacte des

paramètres, n'est pas garanti. Ceci explique d'ailleurs pourquoi dans la plupart des travaux exhibant cet estimateur, le comportement des résidus n'est pas présenté à la fin du processus d'identification.

### 6.3 Nouvelle approche de l'identification au maximum de vraisemblance

Rigoureusement, dans la formulation originale de l'estimateur au maximum de vraisemblance, les matrices de covariance  $Q$  et  $R(\theta)$  sont normalement inconnues et doivent être estimées en même temps que les paramètres de telle sorte que le bruit soit blanc à la fin de la procédure, la valeur de  $R(\theta)$  obtenue étant optimale (Mehra, 1970; Seber et al, 1988).

#### 6.3.1 Les moindres carrés itérativement repondérés.

Soient  $p$  observations  $(x_i, y_i)$   $i = 1, 2, \dots, p$  d'un modèle donné (linéaire ou non) et soit une fonctionnelle  $h$  connue, alors on a

$$Y = H(\hat{\theta}) + \varepsilon; \quad E[\varepsilon] = 0 \quad (6-6)$$

Où  $\hat{\theta}$  est la valeur exacte du vecteur inconnu de paramètres,  $Y$  et  $H$  sont des vecteurs colonnes de  $y_i$  et  $h(x_i, \hat{\theta})$  respectivement:

$$Y = \begin{bmatrix} y_1 & y_2 & \dots & y_p \end{bmatrix}^T; \quad H = \begin{bmatrix} h(x_1, \hat{\theta}) & h(x_2, \hat{\theta}) & \dots & h(x_p, \hat{\theta}) \end{bmatrix}^T \quad (6-7)$$

**Définition 3:** L'estimateur aux moindres carrés généralisés de  $\hat{\theta}$  est la valeur de  $\theta$  qui minimise la fonction quadratique définie par (Seber et al, 1988)

$$\begin{aligned}
 M(\theta) &= \sum_k^N \varepsilon(k, \theta)^T R(\theta)^{-1} \varepsilon(k, \theta) \\
 &= (Y - H(\theta))^T R(\theta)^{-1} (Y - H(\theta))
 \end{aligned}
 \tag{6-8}$$

On peut observer que si  $R(\theta)$  pouvait être estimée à chaque itération  $k$ , (6-7) et (6-8) seraient équivalent comme critère d'optimisation. En d'autres termes, l'estimé  $\theta_G$  aux moindres carrés généralisés serait égal à l'estimé  $\theta_M$  au maximum de vraisemblance. Par ailleurs il est prouvé qu'à  $\theta_G$  un meilleur estimé de  $R(\theta)$  est donné par (Mehra, 1970; Seber et al, 1988)

$$R_e(\theta) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \varepsilon(k, \theta)^T \varepsilon(k, \theta) \tag{6-9}$$

Un problème d'estimation aux moindres carrés généralisés peut se résoudre par la procédure à trois étapes suivantes (Goodwin et al, 1977; Seber et al, 1988)

1. Fixer  $R(\theta) = I$  et minimiser (6-8) par rapport à  $\theta$
2. Calculer  $R(\theta)$  à partir de (6-9) en utilisant les résidus de l'étape 1
3. Construire la fonction coût à partir de (6-9) et résoudre le problème de minimisation posé.

Les étapes 2 et 3 peuvent être répétées jusqu'à convergence à la valeur optimale des paramètres. À chaque itération,  $R(\theta)$  est mise à jour par (6-9). (6-8) se comporte alors comme l'estimateur aux moindres carrés pondérés, aux erreurs itérativement repondérées pendant les itérations subséquentes; d'où la dénomination *moindres carrés itérativement repondérés*. Cette procédure décrite par Seber et al. (1988) et par Goodwin et al. (1977)

assure le blanchiment des résidus et permet alors d'inférer de manière statistique les paramètres estimés.

### 6.3.2 Extension des moindres carrés itérativement repondérés au maximum de vraisemblance

On peut appliquer la procédure précédente à trois étapes au maximum de vraisemblance en remplaçant simplement la fonction (6-8) par la fonction (6-5) dans les étapes 1 et 3. Le filtre de Kalman en régime permanent sera utilisé dans la prédiction des variables d'état. Puisque la matrice du bruit de modèle  $Q_0$  n'est pas connue, on ne peut pas calculer  $Q$  de (5-15). Une valeur adéquate de  $Q$  sera choisie pour initialiser le filtre. Les futurs estimés de  $Q$  dont les entrées sont les éléments de  $\theta_w$  seront obtenus en même temps que les paramètres  $\theta_s$  selon (5-6). La valeur mise à jour de  $Q$  sera remplacée à chaque itération dans (5-18). Puisque  $R(\theta)$  est calculée selon (6-9), sa valeur est indépendante de  $Q$ . Ultiment, la valeur de  $F$  peut être déterminée à la fin de la procédure de (5-15) connaissant  $Q$ . La procédure d'identification peut donc être organisée en deux phases:

#### Phase 1:

Cette phase est essentiellement celle du calcul de la fonction de vraisemblance (fonction coût) donnée par (6-5). Elle est structurée de la manière suivante

##### 1. Initialisation: ( $k = 0$ )

$$Q_{ini}; \theta_{ini} = \begin{bmatrix} \theta_{s_{ini}} & \theta_{w_{ini}} \end{bmatrix}; \theta_{w_{ini}} = \text{diag}(Q_{ini}); R_{ini}; x(0) = x_0$$



pour chaque indice de temps  $t_k, k = 1 \dots N$

2. Résoudre l'équation de Riccati en régime statique (5-18)
3. Calculer le gain statique  $K$  de Kalman (5-19)
4. Calculer la prédiction  $y_p$  à l'aide du système (5-20)
5. Calculer le vecteur d'innovation  $\varepsilon = y - y_p$
6. Construire la fonction coût  $V(\theta)$  de (6-5)

La routine *mmfit* de l'annexe 8 offre la mise en oeuvre numérique de la phase 1

### Phase 2:

Elle est constituée principalement de la procédure à 3 étapes précédente.

#### Étape 1:

1. Poser :

$$Q_{ini} = Q_0; \theta_{w0} = \text{diag}(Q_0); \theta_{ini} = \begin{bmatrix} \theta_{s0}^T & \theta_{w0} \end{bmatrix}; R_{ini} = I_p; x(0) = x_0$$

2. Définir les contraintes d'optimisation  $ss$
3. Calculer en utilisant un algorithme d'optimisation approprié et la procédure de la phase 1 le vecteur de paramètres optimal  $\theta_{opt1} = [\theta_{s_{opt1}}^T \quad \theta_{w_{opt1}}]$  associé à cette étape. Cette étape est équivalente aux moindres carrés ordinaires.

#### Étape 2:

Calculer  $Q_1 = \text{diag}(\theta_{w_{opt1}})$  et  $R_1 = R(\theta_{opt1})$  à partir de (6-9) en utilisant l'innovation

$\varepsilon_1 = \varepsilon(\theta_{opt1})$  de l'étape 1.

(1 en indice ici réfère à l'étape 1)

Étape 3:

Initialisation:

$$R_{ini} = R_1 = R(\theta_{opt1}); \quad \theta_{ini} = \theta_{opt1} = [\theta_{s_{opt1}}^T \quad \theta_{w_{opt1}}]$$

$$Q_{ini} = Q_1 = \text{diag}(\theta_{w_{opt1}})$$

2. Calculer en utilisant le même algorithme d'optimisation qu'à l'étape 1 et la procédure de la phase 1 le vecteur de paramètres optimal escompté  $\theta_e = [\theta_{se}^T \quad \theta_{we}]$ . À chaque itération  $l (l \geq 1)$  de la procédure d'optimisation, si  $\theta_{el} = [\theta_{se_l}^T \quad \theta_{we_l}]$  désigne le vecteur de paramètres estimé à l'itération  $l$ , mettre-à-jour les variables suivantes:

- $R_{ini} = R_{el} = R(\theta_{el})$  à partir de (6-9)
- $Q_{ini} = Q_{el} = \text{diag}(\theta_{we_l})$

3. À  $l = l_f$  (nombre total d'itération)  $\theta_{el_f} = \theta_e = [\theta_{se}^T \quad \theta_{we}]$ ; en déduire :

- $Q_e = Q_{el_f} = \text{diag}(\theta_{we})$
- $R_e = R_{el_f} = R(\theta_e)$

Il faut noter qu'au point 3 de l'étape 1, la matrice de covariance de l'erreur de procédé  $Q$  est également mise-à-jour de la même manière qu'au point 2 de l'étape 3. En substituant

à l'étape 2  $\theta_{opt1}$  par  $\theta_e$  obtenu à la fin de l'étape 3 on peut faire plusieurs passes pour s'assurer une valeur garantie de  $\theta_e$ . Un exemple numérique d'utilisation de cette procédure d'identification est illustré dans *ml4demok* citée en annexe 8.

### 6.3.3 Cas des systèmes non linéaires

Pour les systèmes non linéaires tels que le modèle électromécanique saturé de la machine synchrone, la méthode numérique de Runge Kutta d'ordre 4 est conseillée pour la prédiction de  $H(\theta)$  selon (6-8). La procédure à trois étapes est ensuite utilisée pour l'estimation des paramètres.

### 6.3.4 Algorithme d'optimisation

Les méthodes d'optimisation avec contraintes sont une partie complexe, mais bien documentée de la programmation mathématique (Bates et watts, 1987; Culioli, 1994; Dennis et Schnabel, 1977). L'algorithme de Maine et Iliff (1981) était pressenti pour solutionner ce problème, mais plusieurs faiblesses ont été constatées. Notamment, l'optimisateur est l'algorithme de Newton-Balakrishnan qui est en fait un Newton-Raphson avec une expression de mise à jour obtenue par approximation linéaire du gradient et du hessien. De ce fait, il n'est pas robuste et ne permet pas d'inclure des contraintes de forme arbitraire. De plus, la méthode itérative de passage d'un vecteur de paramètres au suivant, comme beaucoup d'autres rudiments classiques inhérents aux algorithmes d'identification sont assez archaïques. Toutes ces lacunes fragilisent l'algorithme de Maine et Iliff (1981) qui pourtant possède un concept assez original d'identification. La minimisation de (6-5) est un problème d'optimisation non linéaire sous contrainte formulé de la manière suivant

$$\begin{aligned}
& \min V(\theta) \\
& \text{ss} \begin{cases} w_l[\theta, x(k, \theta); u(k)] \geq 0, l = 1, 2, \dots, \lambda; \\ \operatorname{Re}(\bar{\lambda}_j(a(\tau, \theta))) < 0, j = 1, \dots, n \\ Q(k, \theta) \geq 0 \\ R(k, \theta) \geq 0 \end{cases} \quad (6-10)
\end{aligned}$$

qui peut être résolu de manière itérative par des algorithmes du type Newton utilisant le Lagrangien projeté avec calcul du gradient et du hessien par différences finies centrales. Dans le cadre de cette étude, l'algorithme développé dans la référence (Grace, 1992) a été utilisé avec succès.

#### 6.4 Exemples d'application: identification simulée

##### 6.4.1 Génération de données d'essai simulées

Le modèle d'état linéaire discret de l'erreur de procédé tiré de (5-1) peut s'écrire comme suit

$$\begin{aligned}
z(k+1, \theta) &= a(\tau, \theta)z(k, \theta) + F(\tau, \theta)n(k, \theta) \\
v(k, \theta) &= cz(k, \theta)
\end{aligned} \quad (6-11)$$

$v(k, \theta)$  est la sortie de l'erreur de procédé. L'erreur sur la sortie du système est donnée par  $y_{bs} = G(k)m(k)$ . Nous pouvons l'exprimer également par (6-12) où  $r$  est un entier positif permettant le choix d'un rapport signal/bruit raisonnable.

$$y_{bs} = \frac{1}{r} y_d(k, \theta_s) m(k) \quad (6-12)$$

Les mesures bruitées simulées peuvent s'obtenir de la manière suivante :

$$y(k, \theta) = \underbrace{cx(k, \theta_s) + du(k)}_{\text{sortie déterministe } = y_d \text{ (2-237)}} + \underbrace{v(k, \theta)}_{\text{sortie bruit (6-11)}} + \underbrace{y_{bs}}_{\text{bruit de sortie}} \quad (6-13)$$

où  $\{n(k)\}$  et  $\{m(k)\}$  sont des séquences aléatoires, de moyenne nulle, de distribution gaussienne et de matrice de covariance unitaire. Les mesures simulées sont donc obtenues en appliquant (6-13) à l'aide des paramètres exactes ou supposés du système pris comme paramètres de référence. On peut remarquer que

$$\varepsilon = v + y_{bs} \quad (6-14)$$

L'équation (6-14) permet de comparer la valeur de référence de la matrice de covariance des résidus et la valeur estimée. Cette équation montre que le vecteur des innovations est une combinaison des bruits de procédé et de mesure. En pratique cette combinaison n'est pas aussi simple que laisserait croire (6-14).

#### 6.4.2 Estimation des paramètres d'une machine synchrone à partir d'un essai de délestage à 100% de charge quelconque.

La machine étudiée possède une charge  $S = 0.4 + j0.25$  dans un fonctionnement à tension et vitesse nominales. L'essai d'identification est un essai à 100% de délestage. Les conditions initiales sont telles que:  $x_0$  est calculé à partir du régime permanent,  $Q = Q_0 = 0.00001I_6$ ,  $R = I_3$ ,  $\theta_{s0} = 0.6\theta_{sref}$  ( $\theta_{ref}$  est la valeur supposée exacte de  $\theta$ ),  $\theta_{w0} = \text{diag}(Q_0)$ .  $w_I$  définit les contraintes sur les paramètres.

$$w_l \begin{cases} \theta - \theta_{\min} \geq 0 \\ \theta_{\max} - \theta \geq 0 \end{cases} \quad (6-15)$$

**Tableau 6.1:** Paramètres estimés des circuit équivalents: essai de délestage

Paramètres	Références	Initiaux	Étape 1	Estimés	Erreur %	Erreur %
$\theta_s(i)$	$\theta_{sref}(i)$	$\theta_{s0}(i)$	$\theta_{s_{opt1}}(i)$	$\theta_{se}(i)$	$\theta_{s_{opt1}}(i)$	$\theta_{se}(i)$
$r_f$	0.0009	0.0006	0.000911	0.0009	0.161913	0.1824
$r_{D_1}$	0.1142	0.0685	0.0461	0.1094	59.6111	4.2008
$r_{Q_1}$	0.0059	0.0036	0.0062	0.00591	4.0952	0.3805
$x_f$	0.0155	0.0093	0.0169	0.0156	8.7513	0.5817
$x_{D_1}$	2.7320	1.6392	1.9366	2.6988	29.1134	1.2139
$x_{Q_1}$	1.6570	0.9942	1.7591	1.6432	6.1588	0.8302
$x_{md}$	2.1520	1.2912	2.1560	2.1547	0.1868	0.1257
$x_{kf1}$	-0.5215	-0.3129	-0.5319	-0.5244	2.0034	0.5641
$x_{mq}$	2.0570	1.2342	2.1116	2.0488	2.6565	0.3989

L'application de la procédure définie en (6.3.2) conduit aux résultats illustrés par le Tableau 6.1-6.3 et Les Figures ci-dessous. Les résultats du Tableau 6.1 montrent bien que l'algorithme converge effectivement vers la valeur de référence du vecteur de paramètres.

**Tableau 6.2:** Paramètres estimés du bruit de procédé: essai de délestage

Paramètres $\theta_w(i)$	Initiaux $\theta_{w0}(i)$	Étape 1 $\theta_{w_{opt1}}(i)$	estmées Finaux $\theta_{we}(i)$
$\theta_w(1)$ sur $\psi_f$	0.00001	0.000009	0.0000023
$\theta_w(2)$ sur $\psi_{D1}$	0.00001	0.0000548	0.0000598
$\theta_w(3)$ sur $\psi_{D2}$	0.00001	0.0000455	0.00006789
$\theta_w(4)$ sur $\psi_{Q1}$	0.00001	0.0000123	0.00000987
$\theta_w(5)$ sur $\psi_{Q2}$	0.00001	0.0000145	0.000005
$\theta_w(6)$ sur $\psi_{Q3}$	0.00001	0.0000098	0.00000786

**Tableau 6.3:** Paramètres estimés de la matrice de covariance des résidus: essai de délestage

Résidus $R(i,i)$	Sorties	Initiaux $R(i,i) = I_3$	Étape 1 $R_1(i,i)$	Est. Finaux $R_e(i,i)$	Valeurs réf. $R_{ref}(i,i)$
$R(1,1)$	$i_{fd}$	1	0.0352	0.00000024	0.00000018
$R(2,2)$	$v_d$	1	0.0007	0.00001634	0.00001792
$R(3,3)$	$v_q$	1	0.0103	0.00000070	0.00000074

Deux passes des étapes 2-3 de la procédure à trois étapes ont été utilisées. Les paramètres estimés du bruit de procédé sur les différentes variables d'état sont donnés à au Tableau 6.2. De même, le Tableau 6.3 montre l'évolution des résidus sur chacune des variables de sortie.

**Tableau 6.4:** *Quelques éléments caractéristiques de l'identification: essai de délestage*

	Étape1	Étapes 2 -3	
		première passe	deuxième passe
Nombre d'itérations	329	342	330
Valeur du gradient	-0.01	$-4.19027 \times 10^{-6}$	$-2.43410 \times 10^{-7}$
Taux d'échantillonnage	0.001s		

Un nombre de passe supérieure à 2 n'apporte pas de changement appréciable sur les résultats obtenus. La pertinence des résultats se confirme au Tableau 6.3 et aux Figures 6.3 et 6.4 qui illustrent l'évolution des résidus jusqu'à leur blanchiment au vecteur optimal de paramètres. La valeur du gradient démontre que le résultat obtenu est bien un minimum. L'évolution de l'algorithme de la valeur initiale des paramètres jusqu'à convergence effective, illustrée par les Figures 6.1

(constatez l'écart entre les courbes) montre la qualité de l'estimation et l'efficacité de la méthode. L'amplitude des signaux étant assez faible, un bruit trop important peut provoquer la divergence de l'algorithme ou générer des résultats erronés, surtout sur le courant de champ. Le choix de l'essai de délestage sur un axe arbitraire a permis d'identifier les paramètres de l'axe d- et de l'axe q- en même temps que ceux du circuit de champ. Cet essai est suffisant pour déterminer tous les paramètres des circuits équivalents standard de la machine. Lorsqu'on ajoute quelques paramètres à la liste précédente des paramètres à estimer, l'algorithme devient de moins en précis. On peut apprécier aux Figures 6.1, 6.2 les performances du filtre de Kalman implanté. Une valeur adéquate de  $Q_0$  doit être choisie pour l'initialisation du filtre. Une valeur trop importante de  $Q_0$  introduit nécessairement plus de perturbation sur le système et augmente l'incertitude du modèle qui provoque la divergence de l'algorithme. De même une faible valeur de  $Q_0$  indique une faible incertitude sur la prédiction des états. Le choix de  $Q_0$  demeure empirique. Enfin une comparaison des valeurs estimées des matrices de



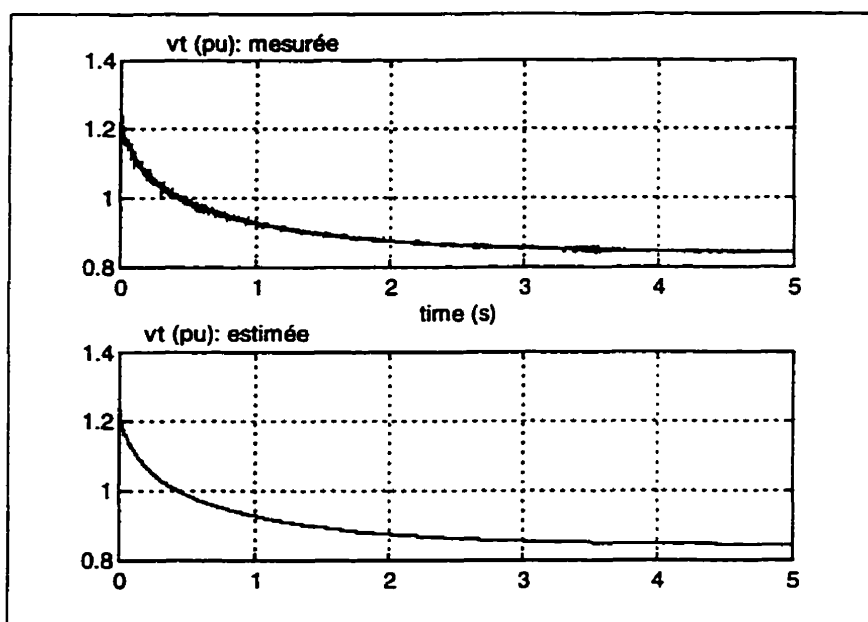


Figure 6.1: Résultats du processus d'identification: Enveloppe de la tension terminale

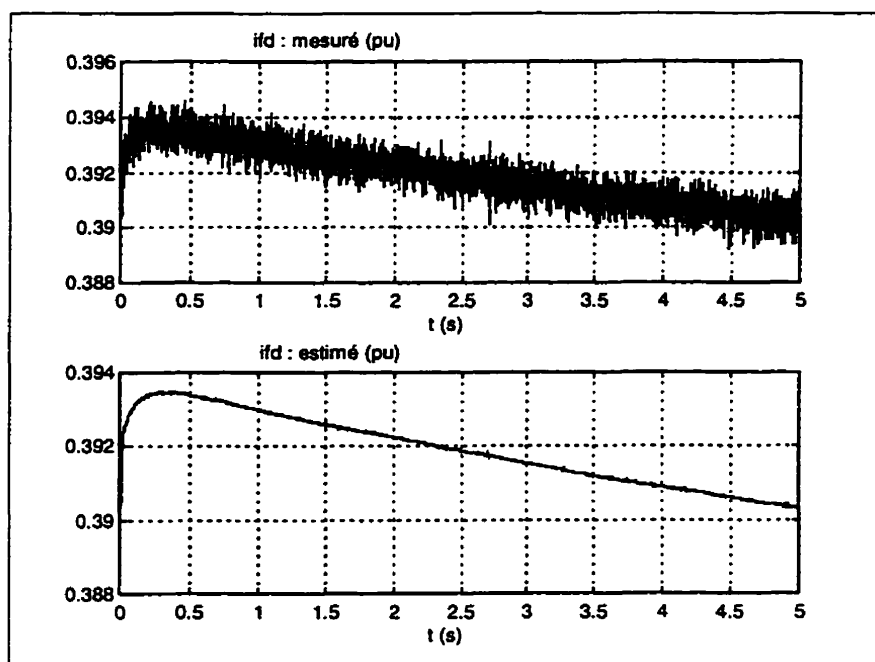


Figure 6.2 : Résultats du processus d'identification: courant de champ

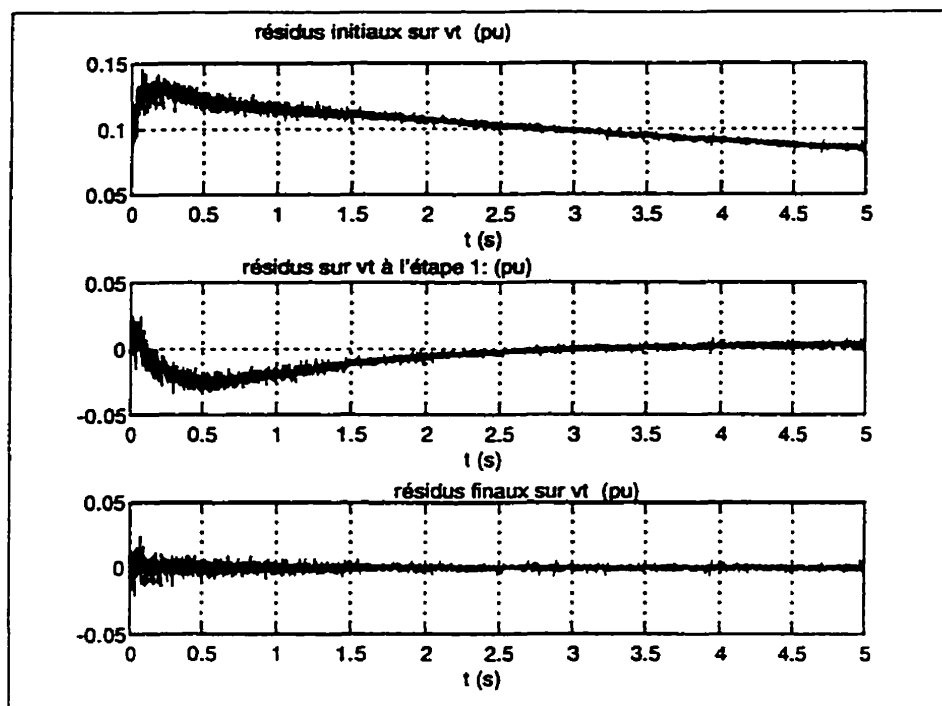


Figure 6.3: Évolution des résidus sur la tension terminale

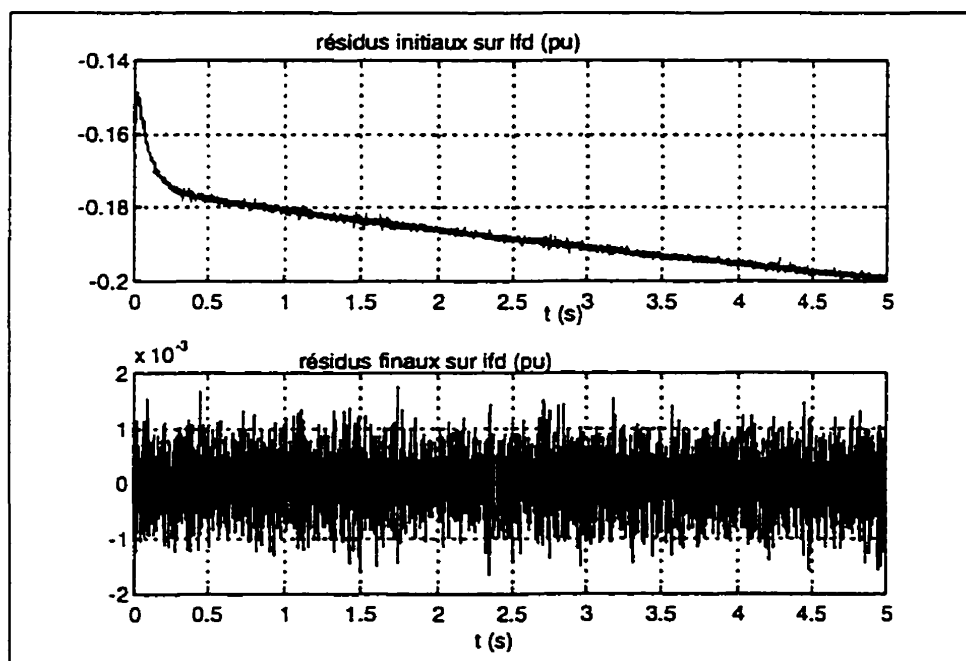


Figure 6.4: Évolution des résidus sur le courant de champ

**Tableau 6.5: Paramètres estimés: essai de court-circuit phase-phase**

Par. $\theta_s(i)$	Réf. $\theta_{sref}(i)$	Ini. $\theta_{s0}(i)$	Ét.1 $\theta_{s1}(i)$	Est. $\theta_{se}(i)$	E.% $\theta_{s1}(i)$	E.% $\theta_{se}(i)$
$r_f$	0.0009	0.0005	0.0010	0.0009	7.3485	0.2460
$r_{D_1}$	0.1142	0.0571	0.1507	0.1203	31.9864	5.2949
$r_{D_2}$	0.0059	0.0030	0.0067	0.0059	12.5761	0.0573
$r_{Q_1}$	0.0059	0.0030	0.0047	0.0057	20.2660	4.2339
$r_{Q_2}$	0.1081	0.0540	0.1146	0.1082	5.9741	0.1067
$r_{Q_3}$	0.0188	0.0094	0.0188	0.0194	0.0008	3.2145
$x_f$	0.0155	0.0078	0.0162	0.0159	4.2920	2.7423
$x_{D_1}$	2.7320	1.3660	3.0318	2.9247	10.9743	7.0516
$x_{D_2}$	0.0075	0.0038	0.0075	0.0076	0.6939	0.5045
$x_{Q_1}$	1.6570	0.8285	1.4439	1.6562	12.8609	0.0508
$x_{Q_2}$	0.1193	0.0596	0.1214	0.1190	1.7812	0.2692
$x_{Q_3}$	0.4513	0.2256	0.4104	0.4523	9.0597	0.2122
$x_{md}$	2.1520	1.0760	2.1429	2.1541	0.4208	0.0959
$x_{kf1}$	-0.5215	-0.2608	-0.4853	-0.5085	6.9453	2.4953
$x_{kf2}$	0.8975	0.4488	1.0597	0.9692	18.0753	7.9902
$x_{mq}$	2.0570	1.0285	2.1572	2.0565	4.8690	0.0221

### 6.4.3 Estimation des paramètres d'une machine synchrone à partir d'un essai de court-circuit phase-phase

Un essai de court-circuit phase-phase à 70% de tension nominale est effectuée sur la machine précédente. Les conditions initiales sur la charge sont fixées comme précédemment  $Q = Q_0 = 0.001I_9$ ,  $R = I_4$ . Les paramètres de références sont perturbés à 50% pour mieux éprouver l'algorithme avec l'essai de court-circuit phase-phase ( $\theta_{s0} = 0.5\theta_{sref}$ ). Les résultats de l'estimation sont donnés par les Figures 6.6-6.10. Cet essai sollicite mieux la machine que l'essai précédent.

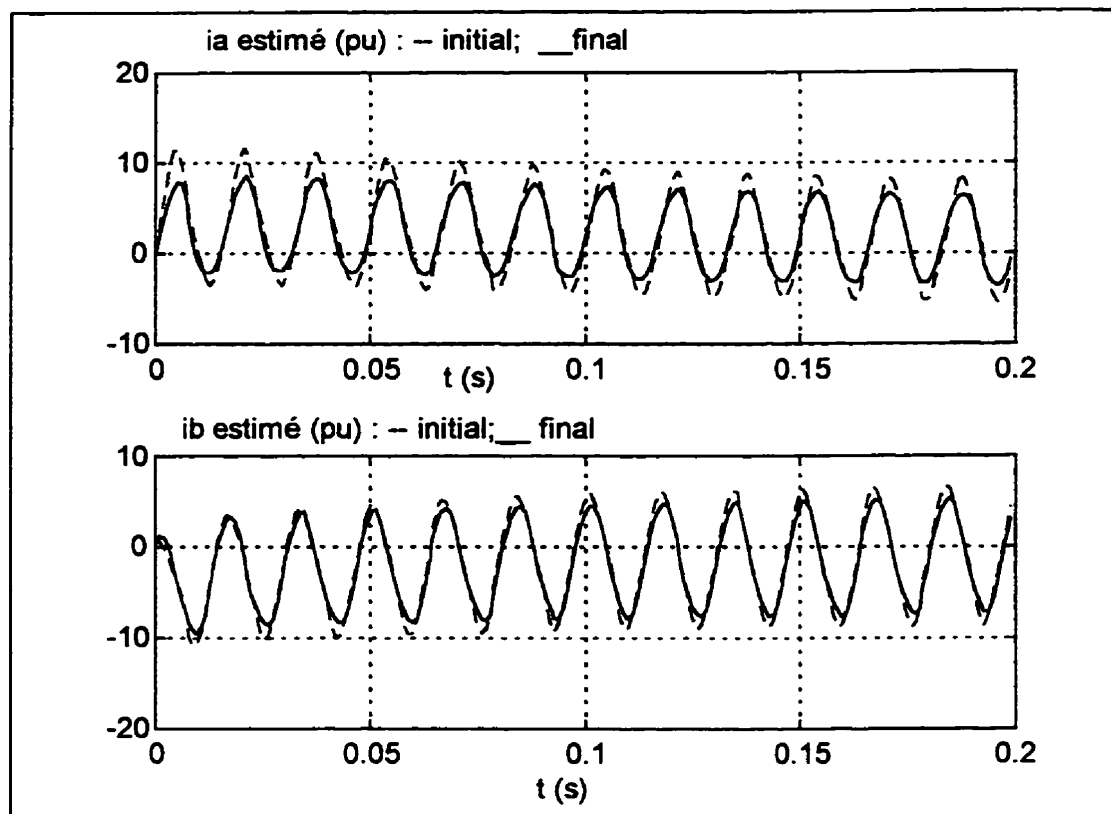
**Tableau 6.6:** Paramètres estimés du bruit de procédé: court-circuit phase-phase

Paramètres $\theta_w(i)$	Initiaux $\theta_{w0}(i)$	Étape 1 $\theta_{w_{opt1}}(i)$	estmées Finaux $\theta_{we}(i)$
$\theta_w(1)$ sur $i_d$	0.0001	0.000786	0.0001087
$\theta_w(2)$ sur $i_q$	0.0001	0.00654	0.004533
$\theta_w(3)$ sur $i_h$	0.0001	0.0000987	0.00000155
$\theta_w(4)$ sur $i_{fd}$	0.0001	0.000098	0.0000123
$\theta_w(5)$ sur $i_{D1}$	0.0001	0.000779	0.00679
$\theta_w(6)$ sur $i_{D2}$	0.0001	0.000889	0.00019
$\theta_w(7)$ sur $i_{Q1}$	0.0001	0.0000543	0.00000987
$\theta_w(8)$ sur $i_{Q2}$	0.0001	0.002388	0.004352
$\theta_w(9)$ sur $i_{Q3}$	0.0001	0.000548	0.0000547

**Tableau 6.7:** Paramètres estimés de la matrice de covariance des résidus: essai court-circuit phase-phase

Résidus $R(i,i)$	Sorties	Initiaux $R(i,i) = I_3$	Étape 1 $R_1(i,i)$	Est. Finaux $R_e(i,i)$	Valeurs réf. $R_{ref}(i,i)$
$R(1,1)$	$i_d$	1	0.0002043	0.0001084	0.0001166
$R(2,2)$	$i_q$	1	0.0006872	0.0001240	0.0001292
$R(3,3)$	$i_h$	1	0.0007221	0.0001408	0.0001300
$R(4,4)$	$i_{fd}$	1	0.0001014	0.0001014	0.0001019

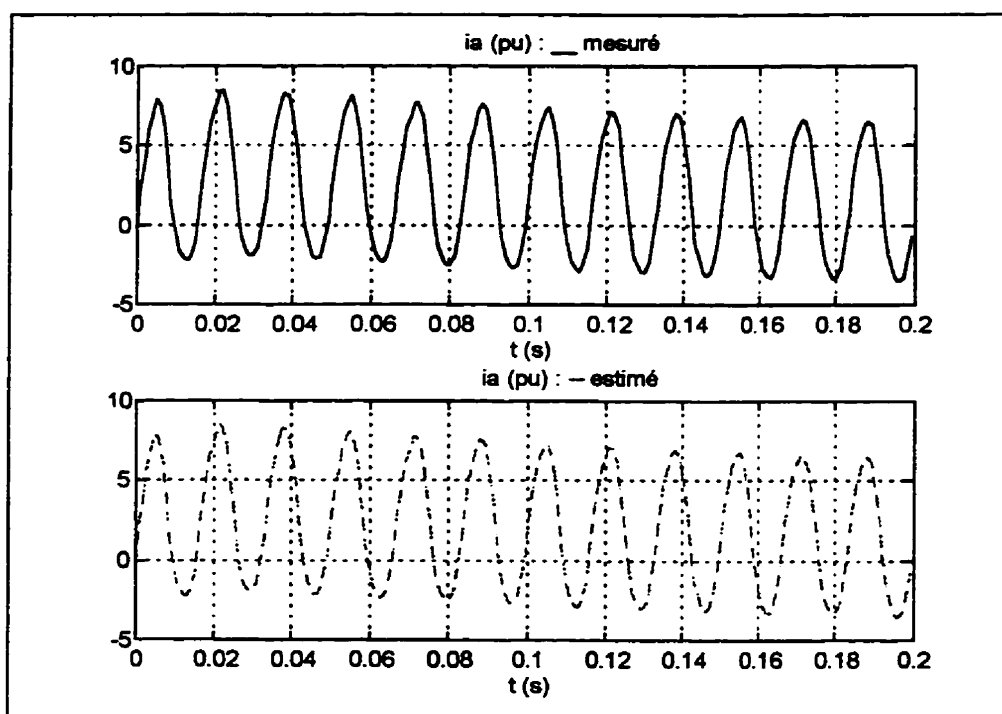
La liste des paramètres à identifier est plus longue dans ce cas que dans l'essai de délestage précédent. Tous les paramètres de la machine sont directement identifiés. L'évolution du processus d'identification de la valeur initiale des paramètres jusqu'au blanchiment des résidus est également bien illustré ici par les Figures 6.9 et 6.10 et les Tableaux 6.5 et 6.7. Une fois de plus on constate que l'algorithme d'identification aux moindres carrés itérativement repondérés est robuste et efficace comme en témoignent les résultats obtenus par simulation. Par ailleurs l'essai de court-circuit phase-phase permet de déterminer pratiquement tous les paramètres des circuits équivalents de la machine avec une précision acceptable (moins de 10%). L'essai de court-circuit phase-phase sollicite mieux les pôles de la machine que le court-circuit triphasé symétrique. En particulier, il permet de déterminer les paramètres de l'axe q- et du circuit de champ. Il est important ici encore de remarquer que les valeurs estimées et de références des matrices de covariances  $R_e$  et  $R_{ref}$  sont très voisines. La précision de l'algorithme est une fois de plus prouvée.



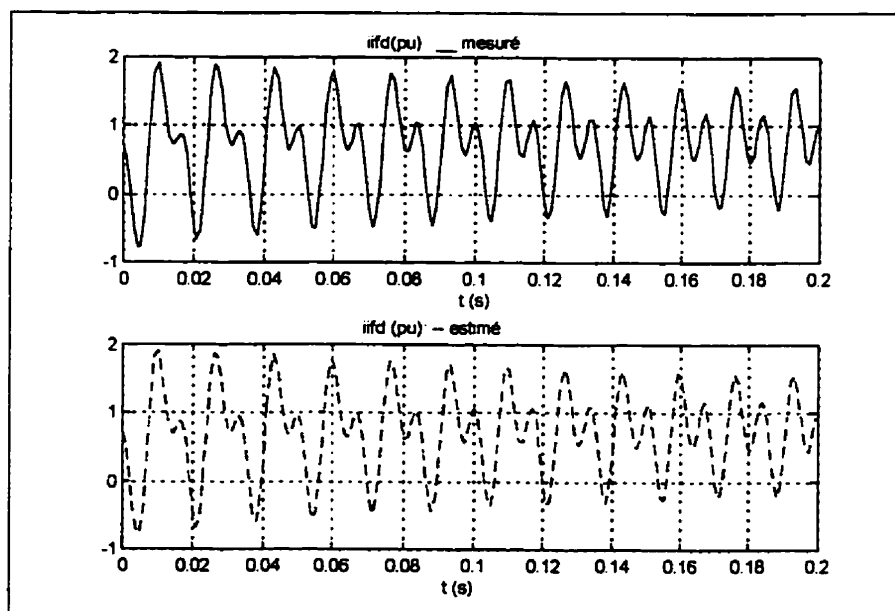
**Figure 6.6:** Courants d'armature pour  $\theta_0$  et  $\theta_e$  (estimé) dans un essai de défaut phase-phase

**Tableau 6.8:** Quelques éléments caractéristiques de l'identification: essai court-circuit phase-phase

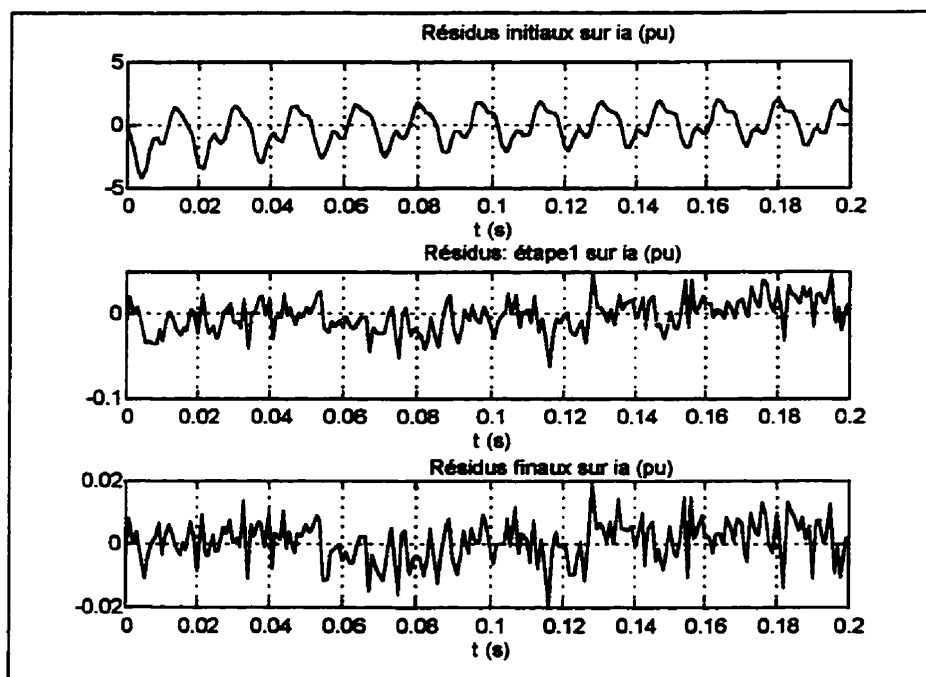
	Étape1	Étapes 2 -3	
		première passe	deuxième passe
Nombre d'itérations	339	348	342
Taux d'échantillonnage	0.001s		



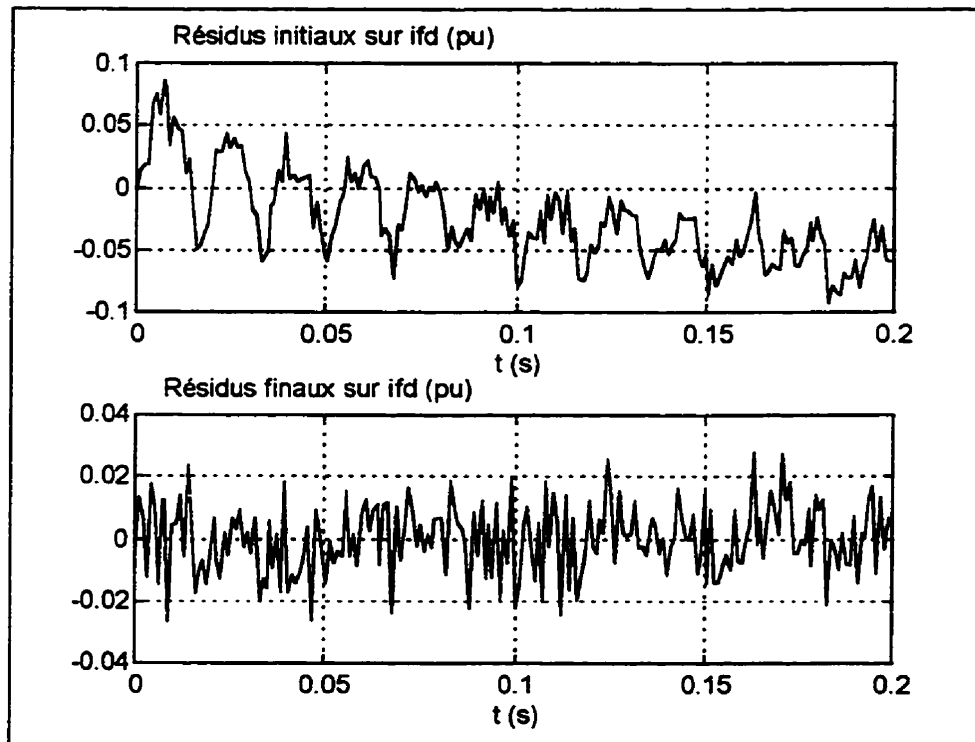
**Figure 6.7:** Courants d'armature pour  $\hat{\theta}$  (exact) et  $\theta_e$  (identifié) dans un essai de défaut phase-phase



**Figure 6.8:** Courants de champ pour  $\hat{\theta}$  (exact) et  $\theta_e$  (identifié) dans un essai de défaut phase-phase



**Figure 6.9:** *Évolution des résidus sur le courant de la phase a*



**Figure 6.10 :** *Évolution des résidus sur le courant de champ*



### 6.5 Inférences statistiques sur les paramètres estimés.

Il est mentionné dans (Bard, 1987) que pour une distribution normale de covariance connue  $R_e$ , la matrice de covariance des paramètres estimés est donnée par

$$C_{\theta} = H_e^{-1} \quad (6-16)$$

où  $H_e$  est le hessien de  $V(\theta)$  évalué à  $\theta_e$  et défini par

$$H_e = -\frac{\partial^2 V(\theta)}{\partial \theta^2} \approx \left[ \sum_{k=1}^N \left( \frac{\partial \varepsilon(k, \theta)}{\partial \theta} \right)^T R_e^{-1} \left( \frac{\partial \varepsilon(k, \theta)}{\partial \theta} \right) \right]_{\theta_e} \quad (6-17)$$

La variance de chaque paramètre  $j$  est alors donnée par

$$\sigma_j = \left[ C_{\theta}(j, j) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (6-18)$$

Dans les applications qui suivent, les variances des paramètres estimés sont fournies. On remarque suivant (6-18) que l'inférence statistique sur les paramètres dépend de la matrice de covariance identifiée des résidus.

Nous venons de montrer à partir des données d'essais simulés, l'efficacité de l'algorithme d'identification aux *moindres carrés itérativement repondérés*. Les chapitres qui suivent sont essentiellement ceux permettant de valider la méthode préconisée à partir des essais réels sur deux machines du réseau d'Hydro-Québec.

## CHAPITRE VII

### APPLICATION AUX ESSAIS RÉELS I: PERFORMANCES COMPARÉES DU MAXIMUM DE VRAISEMBLANCE DANS L'ESTIMATION DES PARAMÈTRES DE L'ALTERNATEUR A3 DE LA CENTRALE LA GRANDE 3 (HYDRO-QUÉBEC)

Des essais d'identification des paramètres du système d'excitation de la centrale La Grande 3 (LG3) ont été effectués au printemps 1993 par le service Essais et Études Technique d'Hydro-Québec. Ces essais réalisés en fonctionnement normal de l'alternateur sont contenus dans le rapport (Paiement, 1993).

#### 7.1 Dispositif expérimental

Le dispositif expérimental est donné à la Figure 7.1.

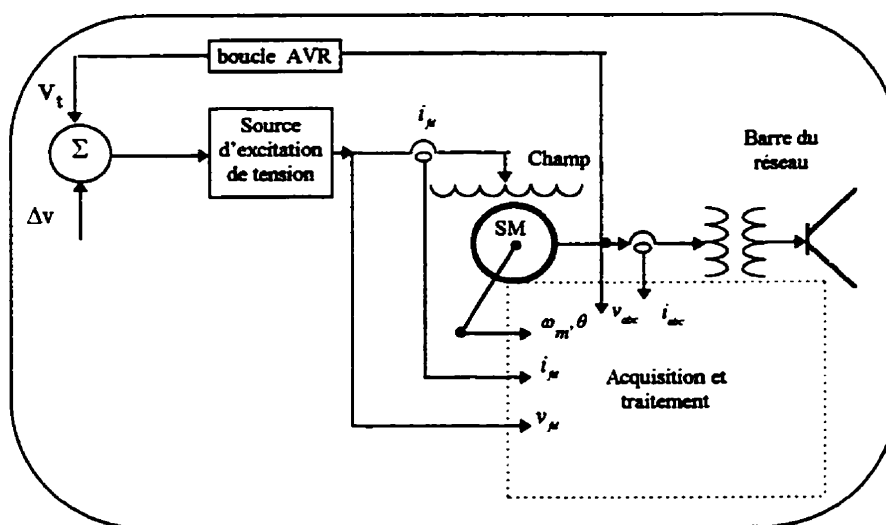
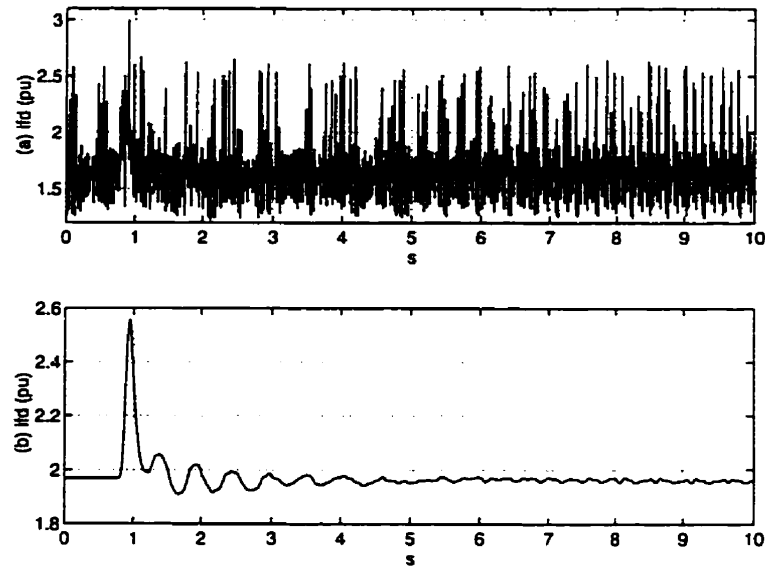


Figure 7.1 : Dispositif expérimental de l'essai de perturbation du champ.

La boucle AVR (Automatique Voltage Régulation) est celle de régulation de la tension. La machine sous test est un alternateur hydraulique de 202 MVA, 13.8 kV, 0.95 de facteur de puissance, 60 Hz et 60 pôles tournant à la vitesse synchrone de 112.5 tours/mn et connectée en étoile. Deux essais sont sélectionnés pour cette étude. L'essai d'identification est effectué sur une machine en opération normale en perturbant le circuit de champ. L'essai d'échelon est obtenu en perturbant le champ par une impulsion de tension de l'ordre 15% pendant six cycles de la fondamentale. Ce type de perturbation possède le précieux avantage d'influencer la saturation de la machine en plus de tenir compte de l'effet centrifuge des amortisseurs et de couplage des axes de la machine. Le second essai est sélectionné pour la validation croisée du modèle identifié. Deux types de validation seront effectués; le premier type assez classique consiste à comparer les signaux résultant du vecteur de paramètres optimal estimé aux mesures filtrées. Le second type qui détermine la classe de validité du modèle identifié est obtenu en comparant directement les signaux simulés utilisant les paramètres estimés avec les mesures recueillies pour une excitation donnée, non utilisée dans l'identification.

## **7.2 Traitement numérique des données**

La Figure 7.2 montre que les signaux recueillis lors des essais sont très bruités. Ce bruit essentiellement dû aux interférences électromagnétiques avoisinant l'environnement d'essai, au dispositif de régulation de la tension de champ et à l'enregistreur numérique de marque BAKER utilisé comme système d'acquisition des données. Par ailleurs, chaque essai brut contient 60,000 points/signal avec un taux d'échantillonnage variable et très élevé dont le maximum atteint est de 64kHz pour une durée d'environ une seconde. La réduction du taux d'échantillonnage et le filtrage des données sont nécessaires avant toute



**Figure 7.2 : Courant de champ (a) brut, (b) filtré**

procédure d'identification. La technique de traitement des données de LG3 se résume comme suit (Kamwa, 1995)

### 7.2.1 Compression et lissage des données

Le premier niveau de traitement consiste à réduire le taux d'échantillonnage et à filtrer les données. Un taux final de 4 points/cycle soit 240Hz est escompté ; ce qui correspond à une décimation de 1:13 entre le taux à l'entrée et la sortie.

$$\begin{bmatrix} g_{\alpha}(t) \\ g_{\beta}(t) \\ g_0(t) \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g_a(t) \\ g_b(t) \\ g_c(t) \end{bmatrix} \quad (7-1)$$

Les grandeurs efficaces  $V, I, P$  et  $Q$  échantillonnées à une cadence de 240Hz sont tirées de la transformation normée de Clarke d'un système triphasé  $(g_a, g_b, g_c)$  (7-1). Le phaseur instantané  $g_{cl}(t) = g_\alpha(t) + jg_\beta(t)$  contient toute l'information nécessaire à la description des séquences + et - du système triphasé à toutes les fréquences harmoniques présentes dans  $(g_a, g_b, g_c)$  (Watanabe et al, 1993) De ce fait, on peut définir rigoureusement les grandeurs  $V, I, P$  et  $Q$  de la manière suivante (Toivonene et Mörsky, 1994).

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int \frac{1}{T} (i_{cl} \cdot i_{cl}^*) dt} \quad V = \sqrt{\frac{1}{T} \int \frac{1}{T} (v_{cl} \cdot v_{cl}^*) dt} \quad (7-2)$$

$$P = \frac{1}{T} \int (p_{cl}(t)) dt; \quad Q = \frac{1}{T} \int (q_{cl}(t)) dt; \quad (7-3)$$

où

$$i_{cl}(t) = i_\alpha(t) + ji_\beta(t); \quad v_{cl}(t) = v_\alpha(t) + jv_\beta(t) \quad (7-4)$$

$$s_{cl}(t) = v_{cl}(t) i_{cl}(t)^* = p_{cl}(t) + jq_{cl}(t) \quad (7-5)$$

sont des phaseurs de Clarke.  $g^*$  désigne le complexe conjugué de  $g$ . La solution numérique utilisée pour calculer (7-2) et (7-3) est inspirée de (Toivonene et Mörsky, 1994). Il permet de réaliser le moyennage par un filtre passe-bas dont la bande passante est dictée par l'application. Cette technique possède l'avantage sur la méthode classique d'être plus efficace vis-à-vis des harmoniques d'ordre 2 introduits par la conjugaison (ou la mise au carré); en plus, elle est insensible aux variations de fréquence fondamentale. La procédure de décimation est donnée à la Figure 7.3.

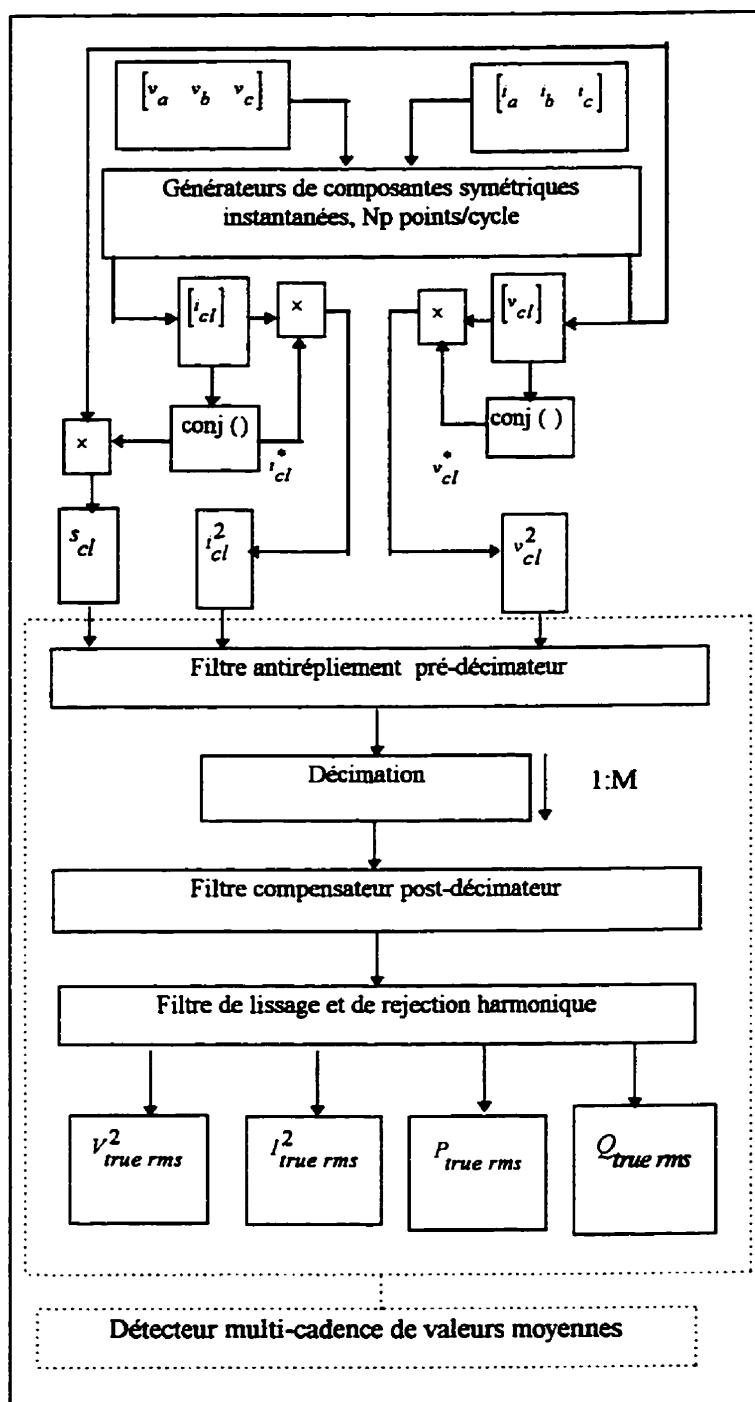


Figure 7.3: Procédure de décimation et de lissage des données.

### 7.2.2 Calcul des conditions initiales du régime permanent

Pour déterminer les grandeurs du régime permanent, il faut prendre la moyenne des différents signaux instantanés calculés en (7-2,7-3) sur une fenêtre correspondant à la tête du signal et qui exclut l'instant d'application du défaut. Connaissant les valeurs de  $V, I, P$  et  $Q$  pour le régime permanent, l'angle interne en régime statique peut s'écrire comme en (7-6)

$$\delta_0 = a \tan \left( \frac{x_{qs} I \cos(\phi) + r_a I \sin(\phi)}{V + r_a I \cos(\phi) - x_{qs} I \sin(\phi)} \right); \quad \phi = a \cos \left( \frac{P}{VI} \right) \quad (7-6)$$

Les autres variables se calculent suivant (7-7,...7-9)

$$i_d = I \sin(\delta_0 + \phi); \quad i_q = I \cos(\delta_0 + \phi) \quad (7-7)$$

$$v_d = V \sin(\delta_0); \quad v_q = V \cos(\delta_0) \quad (7-8)$$

$$i_{fd}^c = \frac{v_q - \varepsilon_a i_q - \varepsilon \left( x_a + x_{mds}(i_{fd}) \right) i_d}{x_{mds}(i_{fd})}; \quad v_{fd} = r_f i_{fd} \quad (7-9)$$

Puisque que la courbe de saturation à vide (saturation de l'axe d-) est disponible, et  $i_{fd}$  a été mesuré lors des essais,  $x_{mds}(i_{fd})$  est connu. De plus, on peut négliger la variation de la résistance  $r_a$  avec la température en régime permanent. La seule incertitude sur les formules (7-6,...7-9) vient de  $x_{qs}$  qui n'est pas disponible. On peut contourner cette difficulté en établissant que la valeur du courant de champ calculée en (7-9) devra être

égale à la valeur mesurée. Pour  $i = 1, 2, \dots, \gamma$  la réactance incrémentale saturée d'axe q-  
 $x_{qs}(i+1) = x_{qs}(i) \pm \Delta x_{qs}$  est donc remplacée de manière itérative dans les formules (7-6, ... 7-9). Le critère de validation des conditions initiales peut être défini par (7-10)

$$\frac{|i_{fd}^c(i+1) - i_{fd}|}{i_{fd}} \times 100 \leq 5 \quad (7-10)$$

### 7.2.3 Calcul de la transformation de Park en régime dynamique

Lorsque la machine fonctionne en régime symétrique comme dans le cas présent, les composantes de Park se déduisent de celles de Clarke de la manière suivante (Krause et al, 1995)

$$\begin{bmatrix} g_d \\ g_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\delta) & -\sin(\delta) \\ \sin(\delta) & \cos(\delta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g_\alpha \\ g_\beta \end{bmatrix} \quad (7-11)$$

avec

$$\delta(t) = \int_0^T 2\pi [f_m(\zeta) - f_0(\zeta)] d\zeta + \delta_0 \quad (7-12)$$

où  $f_m$  et  $f_0$  sont respectivement la fréquence synchrone et la vitesse du rotor . Comme malheureusement la vitesse mécanique n'est pas disponible, on peut l'approximer par la fréquence du phaseur:

$$\bar{e}_q = \bar{v}_t + (r_a + j \cdot x_{qs}) \bar{i}_t \quad (7-13)$$



$\bar{e}_q$  étant aligné sur la tension interne de la machine ( Krause et al, 1995) sa fréquence est égale à la vitesse du rotor  $f_m$ .  $\delta(t)$  peut donc être estimé de la manière suivante:

1. Estimer la fréquence des tensions statoriques  $f_0$ .
2. Estimer la fréquence des tensions internes  $f_m$ .
3. Intégrer (7-12)

**Tableau 7.1 :** Conditions initiales du régime permanent

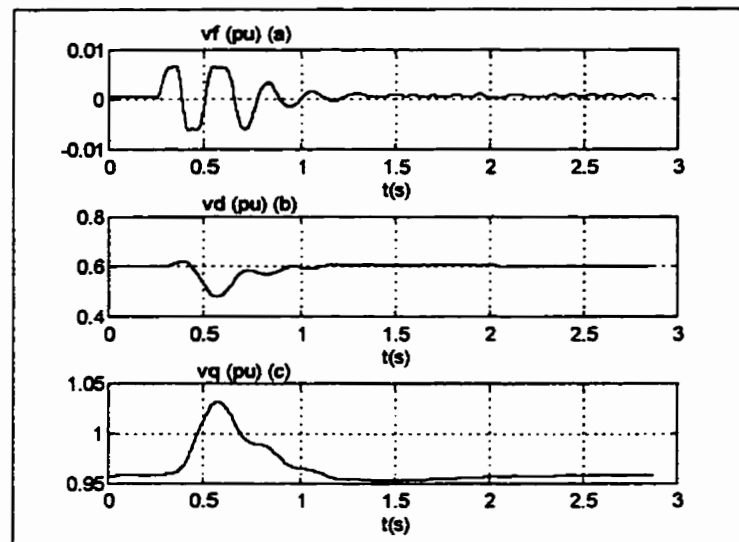
$E_q^m$	1.1290 1.1712	$I^m$	0.8799 0.6103	$P^m$	0.9356 0.7146	$Q^m$	-0.334 0.0128	$PF$	0.9493 0.9235
$v_d^c$	0.6008 0.3685	$v_q^c$	0.9559 1.1013	$i_d^c$	0.1908 0.2179	$i_q^c$	0.8590 1.1120	$x_{ds}$	1.0581 1.0347
$\delta_0^c$	32.149 019.90	$i_{fd}^m$	1.3558 1.4992	$i_{fd}^c$	1.3488 1.5876	$v_{fd}^m$	0.0007 0.0011	$x_q$	0.7000 0.7000

Les valeurs calculées des conditions initiales sont consignées dans le Tableau 7.1. À chaque variable de ce tableau, sont indiquées deux valeurs, la première correspond à l'essai d'identification et la seconde à l'essai de validation croisée. Les indices  $c$  et  $m$  en exposant indiquent respectivement les valeurs calculées et les valeurs mesurées des variables considérées. La saturation magnétique est prise en compte en régimes permanent et dynamique en considérant un niveau de saturation constant de la machine. Elle est basée sur la considération selon laquelle l'essai étant une perturbation autour d'un point de fonctionnement pendant un temps relativement faible, en dehors du pic dû à l'impulsion, la saturation varie très faiblement durant le test. Les réactances saturées  $x_{mds}$  et  $x_{mqs}$  obtenues du régime permanent sont donc maintenues également en régime dynamique. Les valeurs de base pour les calculs en (pu) sont

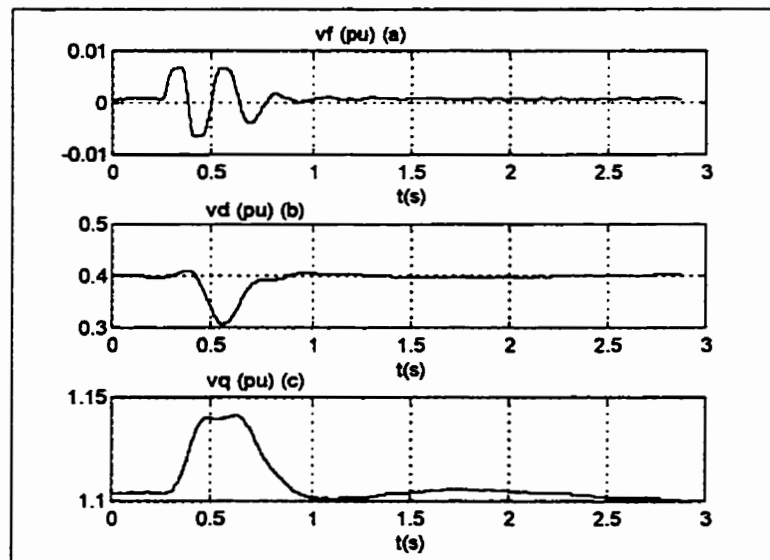
$$S_{base} = 202 \text{ (MVA)}; U_{base} = 11.268 \text{ (kV)};$$

$$I_{base} = 11.952 \text{ (kA)} \quad I_{fbase} = 848.232 \text{ (A)}; \quad V_{fbase} = 23.814 \text{ (kV)}$$

Le modèle de machine utilisé ici est un modèle classique de commande en tensions d'armature et de champ.



**Figure 7.4:** Tensions de commande de la machine pour la procédure d'identification



**Figure 7.5:** Tensions de commande pour la procédure de validation croisée

Les tensions de commande traitées pour la procédure d'identification sont données à la Figure 7.4. Le vecteur initial de paramètres est calculé à partir de l'algorithme développé à la section 2.1.5.4 à partir des constantes de court-circuit du Tableau 3.3 repris à la colonne (Std-M) du Tableau 7.2. Les entrées égales de  $\theta_{w0}$  sont fixées à  $10^{-3}$  pour l'initialisation du filtre. La température d'essai au stator et au rotor est de  $80^{\circ}\text{C}$ .

### 7.3 Étude comparative: maximum de vraisemblance proposé versus moindres carrés pondérés

Dans le but d'apprécier les performances de l'estimateur au maximum de vraisemblance proposé par rapport aux estimateurs classiques, l'étude de l'estimation aux moindres carrés pondérés a été menée conjointement. Une présentation simplifiée de l'estimateur aux moindres carrés est obtenue en écrivant le modèle (5-1) sous la forme de prédiction suivante où la matrice  $d$  est nulle.

$$\begin{aligned}
 x_0 &= x(0) \\
 x(k+1, \theta) &= a(\tau, \theta)x(k, \theta) + b(\tau, \theta)u(k) \\
 y(k, \theta) &= cx(k, \theta_s) + \varepsilon(k) \\
 w_l[\theta, x(k, \theta); u(k)] &\geq 0, \quad l = 1, 2, \dots, \lambda;
 \end{aligned}
 \tag{7-14}$$

Comme nous l'avons énoncé plus tôt (voir section 6.1.1), si nous posons  $W = \frac{1}{2}R$ , où  $R$  est une matrice diagonale à coefficients réels strictement positifs qui pondère les erreurs de façon à compenser toute différence marquée des facteurs d'échelle entre les variables de sortie, l'estimateur (6-5) devient

$$V(\theta) = \sum_{k=1}^N \varepsilon(k, \theta)^T W \varepsilon(k, \theta) \quad (7-15)$$

L'estimateur aux moindres carrés pondérés (7-15) est rendu asymptotiquement consistant ( $N$  grand) en posant  $W = \frac{1}{2N} R$  où  $N$  est le nombre d'observations. Sous cette forme, cet estimateur est identique au maximum de vraisemblance classique. En effet, minimiser (6-9) par rapport à  $(\varepsilon)$  peut être perçu comme minimiser (6-5). Il suffit d'ajouter à (6-9) la matrice de pondération. Un bon modèle issu de (7-14) au sens des moindres carrés pondérés est celui qui minimise la fonctionnelle (7-15) de l'écart  $(\varepsilon)$  entre la prédiction  $y_p = cx$  et les mesures  $y$ . Dans cette étude nous avons fixé  $R = \text{diag}[4 \quad 1 \quad 2]$ ; le même optimisateur sera utilisé pour l'identification quelque soit l'estimateur étudié.

### 7.3 Résultats expérimentaux

La machine en étude est une génératrice à pôles saillants. Conformément aux recommandations de IEEE-Std.1110 (1991), une structure de modèle à un amortisseur par axe est retenue. Pour le maximum de vraisemblance (MV), les valeurs de  $Q$  et de  $R$  pour l'initialisation du filtre de Kalman sont données au Tableau 7.2 qui regroupe les résultats de l'identification. Les paramètres estimés de la machine  $\theta_{se}$  ainsi que ceux du bruit de procédé  $\theta_{we}$  y sont donnés. Les Figures ci-dessous démontrent clairement la supériorité des performance du MV proposé par rapport aux moindres carrés pondérés (MCP) qui est équivalent au maximum de vraisemblance classique traité dans (Goodwin et al, 1977; Kamwa et al, 1993)

**Tableau 7.2 : Paramètres estimés des circuits équivalents**

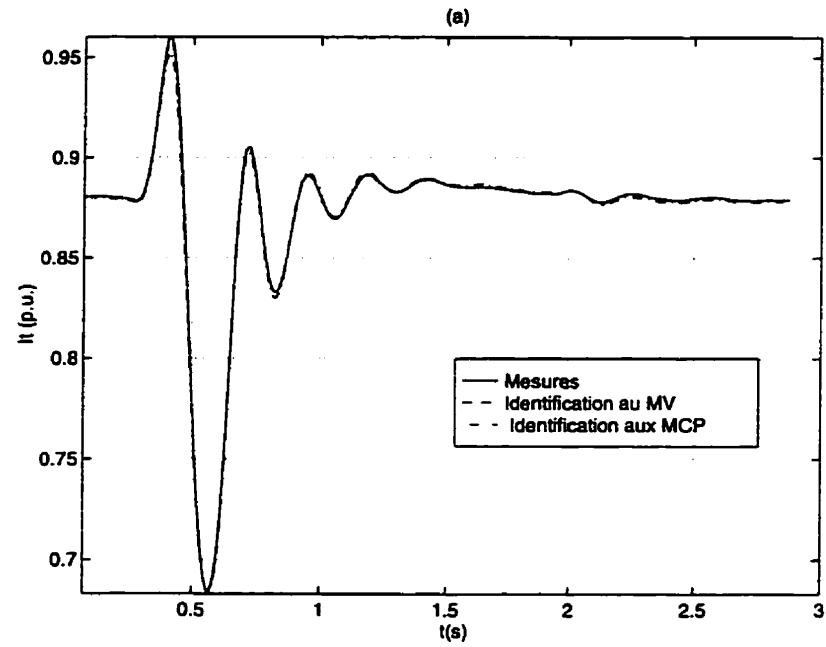
$\theta_{se}(i)$	$x_{kf_1}$	$r_f$	$r_{D_1}$	$r_{Q_1}$	$x_a$
MV	0.028497	0.0005045	0.0036763	1.6190	0.198
$\sigma(i)\%$	$\pm 15.356$	$\pm 0.333$	$\pm 1.994$		
MCP	0.096182	0.0004845	0.0042226	1.6190	0.198
Std-M.	0.0036758	0.00043632	0.0040965	1.6190	0.198
$\theta_{se}(i)$	$x_f$	$x_{D_1}$	$x_{Q_1}$	$x_{md}$	$x_{mq}$
MV	0.021172	-0.005618	3.8348	0.84987	0.5030
$\sigma(i)\%$	$\pm 1.175$	$\pm 10.610$			
MCP	0.020237	-0.009125	3.8348	0.84987	0.5030
Std-M.	0.011977	-0.0033333	3.8348	0.906	0.502
$\theta_{we}(j)$ <u>init.</u>	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001
$\theta_{we}(j)$ <u>Fin.</u>	0.0000649	0.00007473	0.00009	0.000007	0.000008
$diag(R)$	<u>Initial</u>	0.001	0.001	0.001	
	<u>Final</u>	0.000017	0.000098	0.00003	

**Tableau 7.3 : Réactances dynamiques et constantes de temps associées**

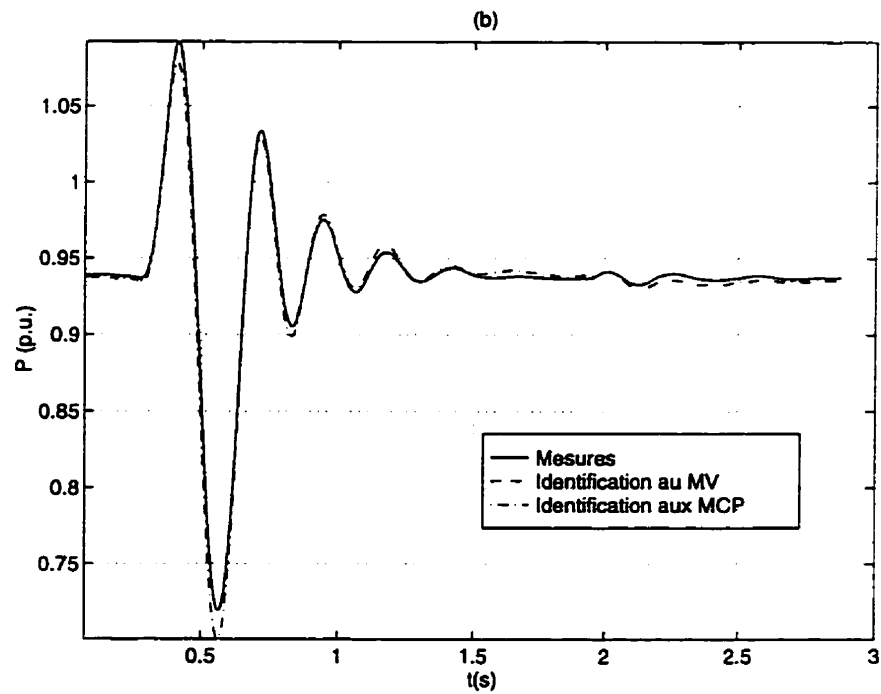
	MV	MCP	Std-M		MV	MCP	Std-M.
$x'_d$	0.3885	0.4054	0.325	$T'_d$	2.4281	2.6061	1.5848
$x''_d$	0.2532	0.2766	0.229	$T''_d$	0.0702	0.06304	0.06716
$x'_f$	0.3446	0.3725	0.2713	$T'_{d0}$	6.6133	6.7839	5.4584
$x''_f$	0.2062	0.1929	0.197	$T''_{d0}$	0.1068	0.09172	0.09002
$x''_q$	0.6427	0.6427	0.2125	$T''_q$	0.00651	0.00651	0.06037
$T''_{q0}$	0.0071	0.0071	0.1997	$T'_f$	0.4434	0.44587	0.36914
$T''_f$	0.0625	0.0596	0.0616	$T''_{f0}$	0.10012	0.10546	0.08085
$T'_{f0}$	1.5471	1.4998	1.5315	$T_{D1}$	0.00211	0.00573	0.00224

Cependant on constate au niveau de certains pics une légère différence entre les signaux mesurés et estimés. Ceci est dû comme nous l'avons mentionné en (7.2.3) à la saturation magnétique. Le MV est de loin plus consistant que le MCP. Cette affirmation est illustrée par le comportement des résidus (innovations) des Figures (7.6-7.19) tout le long du processus d'identification. Les résidus sont pratiquement blanchis à la valeur optimale des paramètres (Figures 7.11-7.13, 7.19) et à la valeur finale de  $R(k, \theta)$  du Tableau 7.2. Les paramètres estimés ainsi que leur inférence statistique caractérisée par la variance  $\sigma(i)$  du paramètre  $i$  sont donnés au Tableau 7.2. En utilisant l'algorithme développé à la référence [50] on déduit aisément les constantes de temps associées aux paramètres du Tableau 7.3. On remarque une valeur négative de la réactance  $x_{D_1}$  dans ce Tableau; ce

résultat également obtenu plus tôt par Canay (1993), est une valeur algébrique qui indique le sens réel du flux dans l'enroulement amortisseur. De même, la valeur positive de la réactance d'axe d- de Canay est due à la saturation magnétique. La plage de validité du modèle de machine identifié relatif aux transitoires issus des perturbations autour d'un point de fonctionnement est assez grande. Une validation croisée du modèle donne les résultats des Figures 7.14-7.18. Un comportement intéressant du filtre de Kalman peut être relevé ici. En effet, ayant utilisé le vecteur des paramètres estimés pour la validation croisée, nous avons conservé le niveau de saturation des réactances  $x_{ds}$  et  $x_{qs}$  qui nécessairement ne sont plus les mêmes, l'essai d'identification et l'essai de validation étant différents. Le filtre de Kalman utilisé dans le MV considère cette nuance comme un bruit additionnel qui est directement filtré, alors qu'elle est très marquée avec le MCP (nuage des Figures 7.16-7.17).



**Figure 7.6 : Validation du modèle identifié: Courant terminal**



**Figure 7.7 : Validation du modèle identifié: Puissance active**

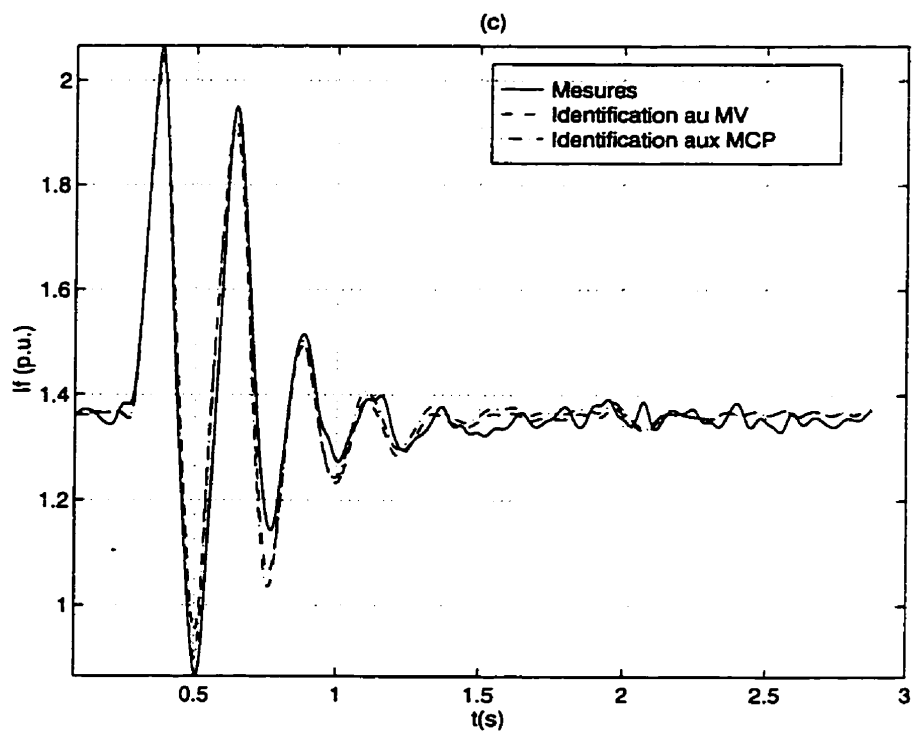


Figure 7.8 : Validation du modèle identifié: Courant de champ

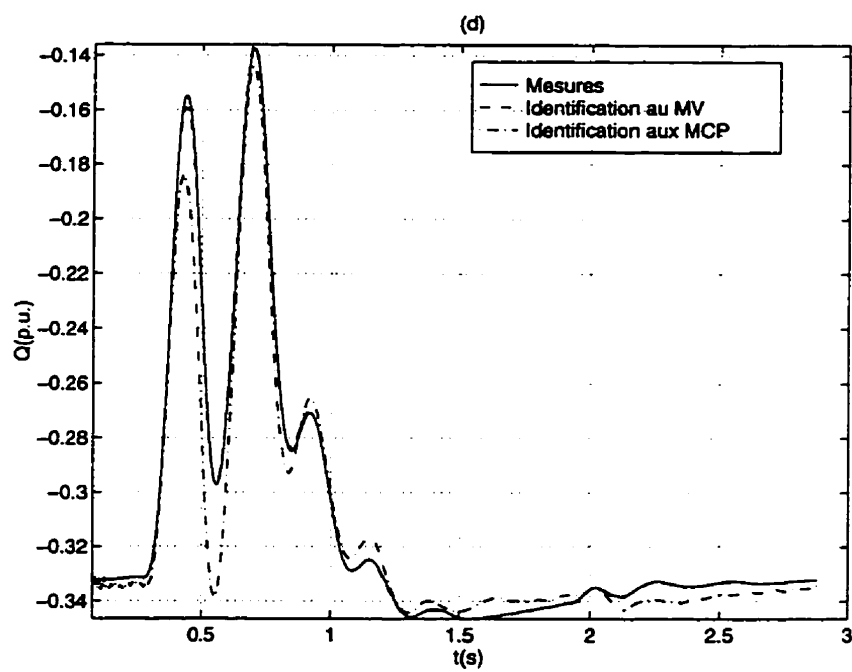
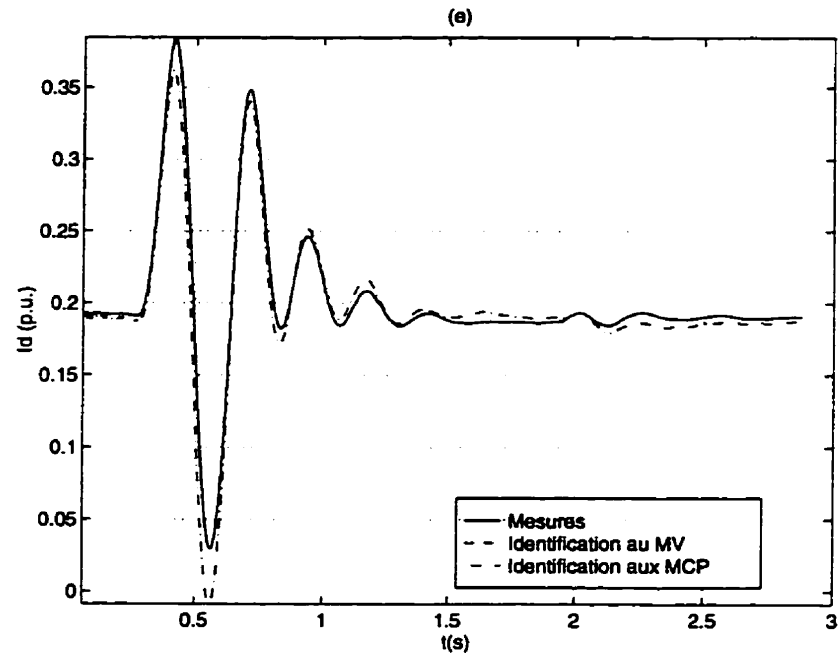
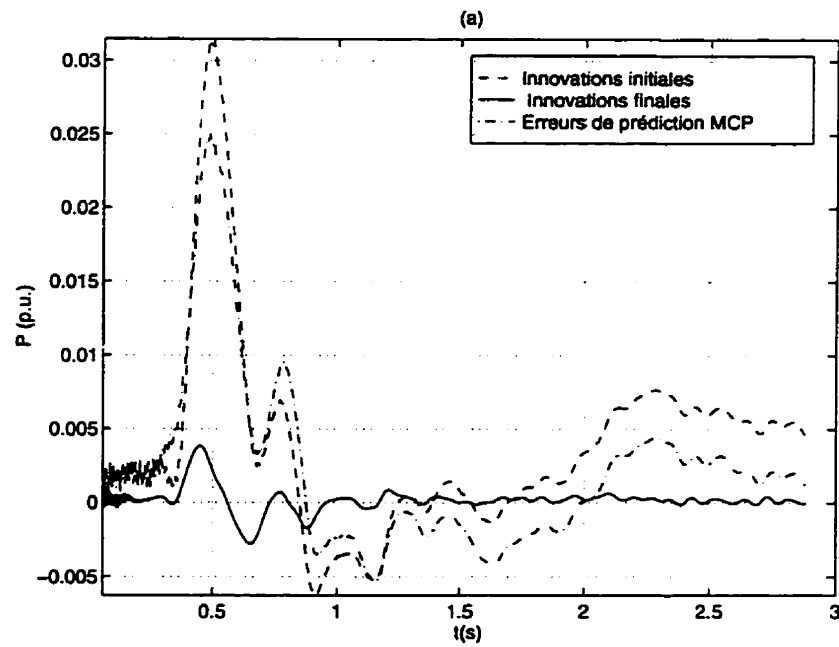


Figure 7.9 : Validation du modèle identifié: Puissance réactive

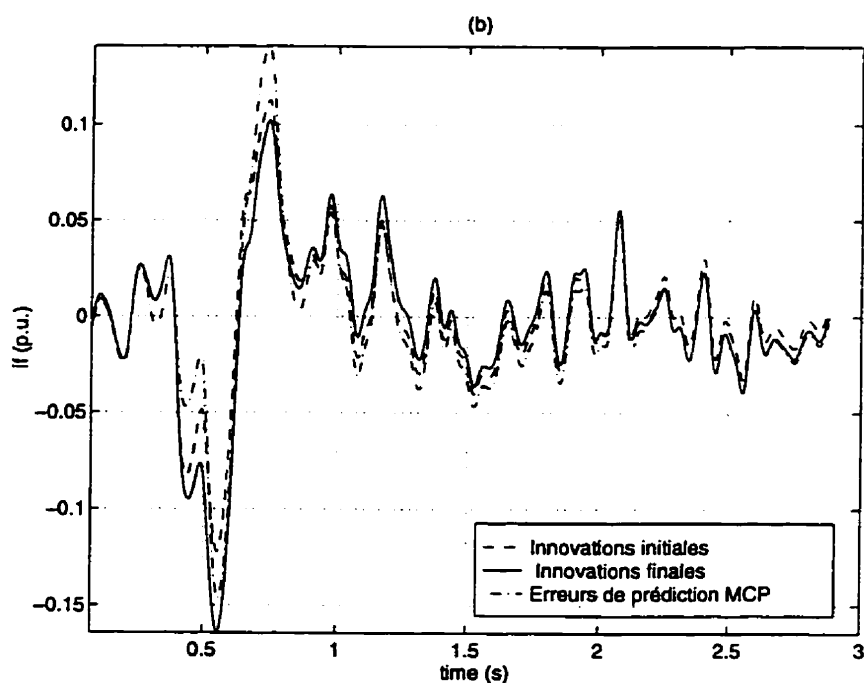




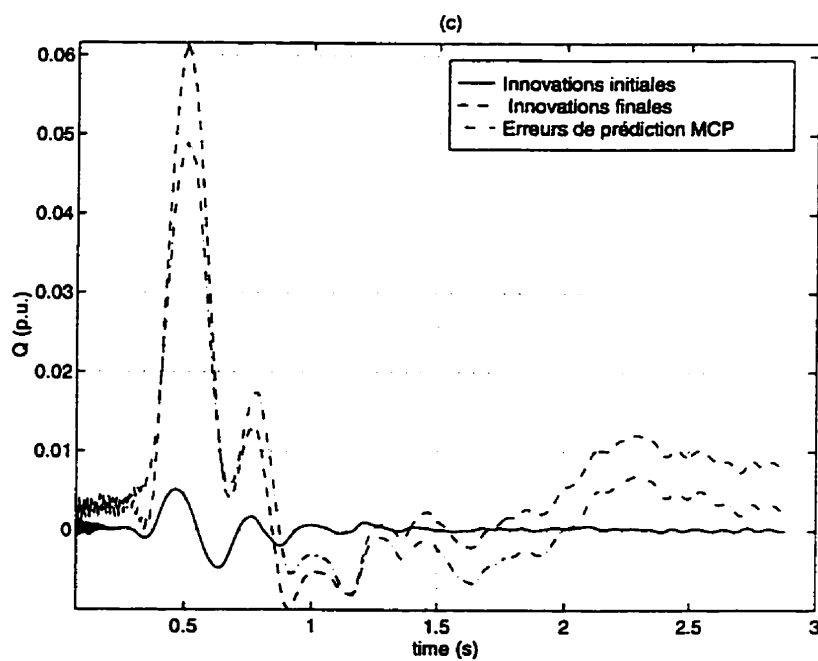
**Figure 7.10 :** Validation du modèle identifié: Courant d'axe d-



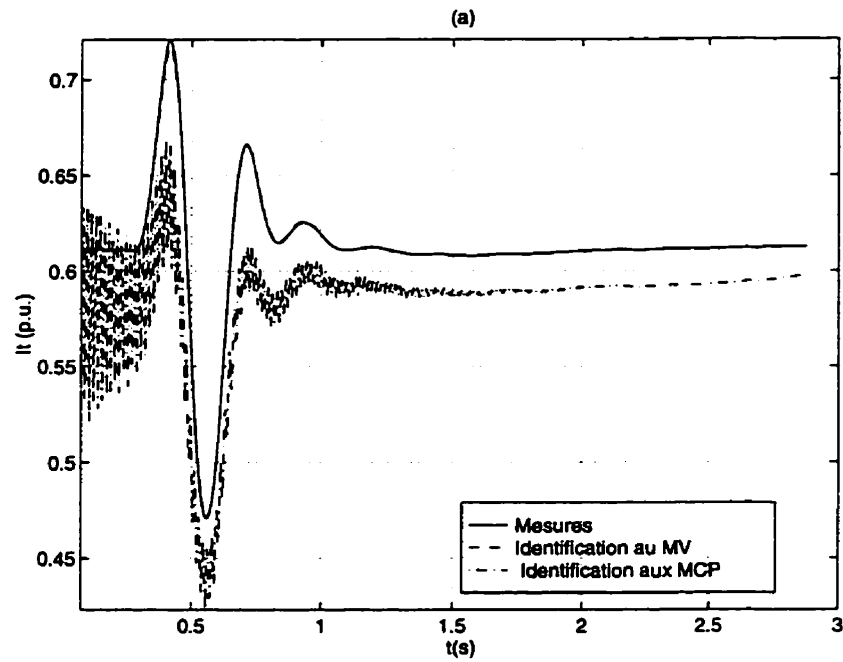
**Figure 7.11:** Validation du modèle: Évolution des résidus, Puissance active



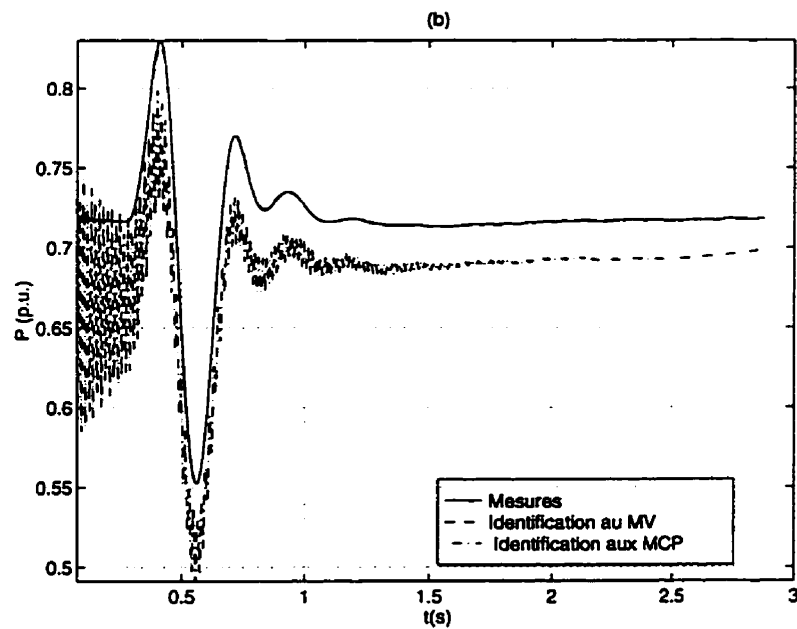
**Figure 7.12:** Validation du modèle: Évolution des résidus, Courant de champ



**Figure 7.13 :** Validation du modèle: Évolution des résidus, Puissance réactive



**Figure 7.14 : Validation croisée du modèle identifié: Courant terminal**



**Figure 7.15 : Validation croisée du modèle identifié: Puissance active**

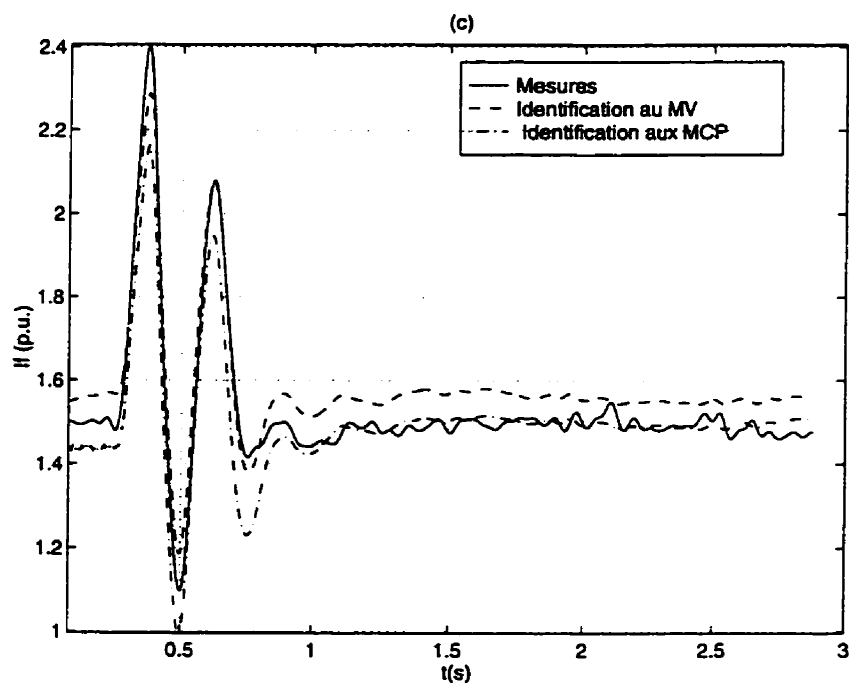


Figure 7.16 : Validation croisée du modèle identifié: Courant de champ

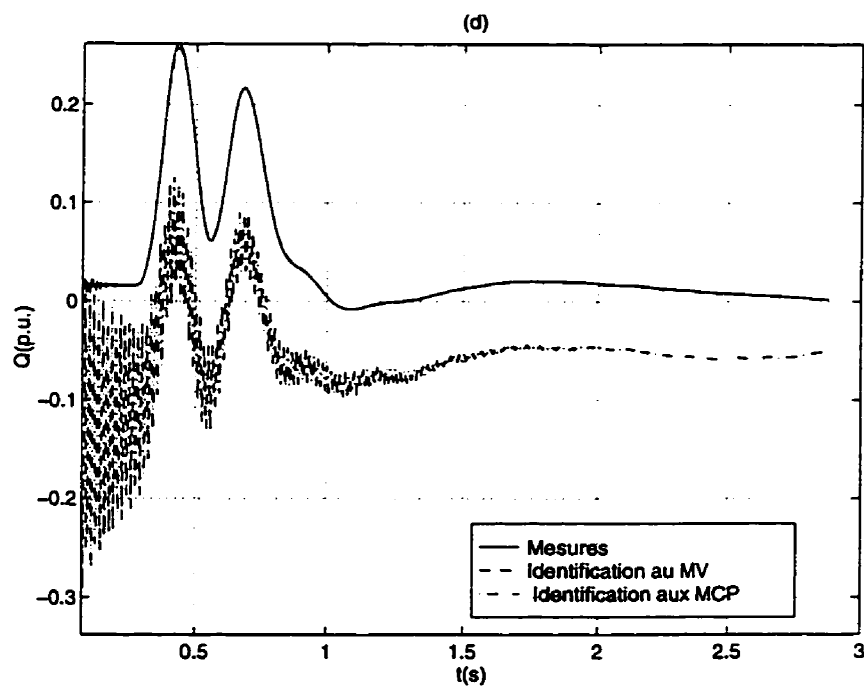


Figure 7.17 : Validation croisée du modèle identifié: Puissance réactive

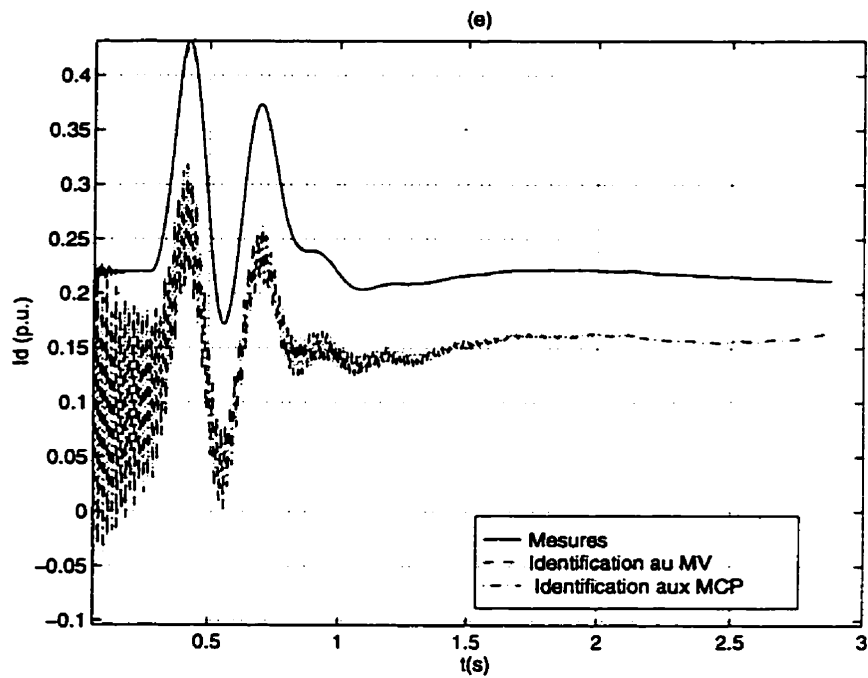


Figure 7.18 : Validation croisée du modèle identifié: Courant axe d-

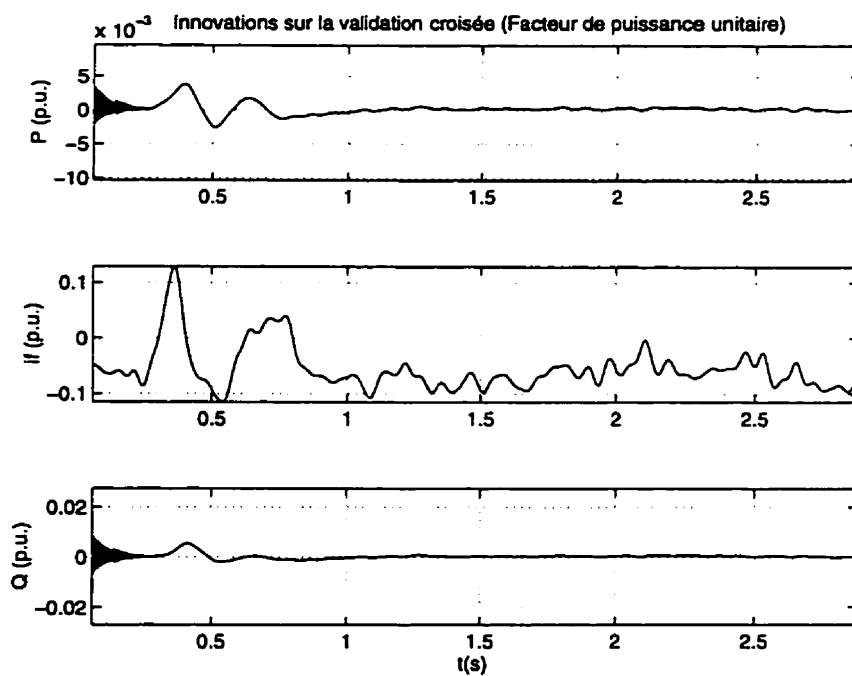


Figure 7.19 : Validation croisée du modèle identifié: Évolution des résidus

Nous remarquons au Tableau 7.2 que pour certains paramètres, l'inférence statistique n'est pas donnée, ces paramètres ont été supposés bien connus et ne font pas partie de la liste des paramètres à identifier. L'essai considéré étant un échelon (solicitation réduite des pôles de la machine), une longue liste de paramètres réduit la précision des estimés ou peut provoquer la divergence de l'algorithme.

## CHAPITRE VIII

### APPLICATION AUX ESSAIS RÉELS II: ESTIMATION AUX MOINDRES CARRÉS ITÉRATIVEMENT REpondÉRÉS DES PARAMÈTRES DE L'ALTERNATEUR No 3 DE LA CENTRALE RAPIDE-DES-QUINZE (HYDRO-QUÉBEC)

Des essais de réception ont été réalisés sur les alternateurs A1 à A4 de la centrale Rapide-des-Quinze par le service Essais et Expertises Techniques d'Hydro-Québec. Ces essais réalisés avec l'alternateur en marche à vide sont consignés dans le rapport (Pilote, 1993). Dans le cadre de ce travail, l'essai de court-circuit phase-phase sur l'alternateur A3 est retenu.

#### 8.1 Dispositif expérimental

Le dispositif expérimental est donné à la Figure 8.1. La machine sous essai est un alternateur triphasé hydraulique connecté en étoile de caractéristiques nominales 13.75 MVA, 13.2 kV, 0.8 de facteur de puissance et de fréquence 60 Hz, tournant à la vitesse de 180 tours/mn. L'essai de court-circuit à 10% de tension nominale est obtenu en créant subitement à partir de la marche normale à vide (à 10% de tension nominale) et à la vitesse synchrone, un court-circuit monophasé entre la phase  $a$  et la phase  $b$  de la machine à l'aide d'un interrupteur bipolaire  $k_0$  telle qu'indiqué à la Figure 8.1. Le principe d'expérimentation de cet essai a été fait dans le respect de la procédure décrite dans la norme IEEE Std.-115 (1983) et confirmée par la norme CEI (1985). Les caractéristiques des équipements de mesure et de collecte de données sont décrites dans le rapport d'essais (Pilote, 1993).





$$\delta_0 = \frac{\pi}{2} - \alpha \quad (8-1)$$

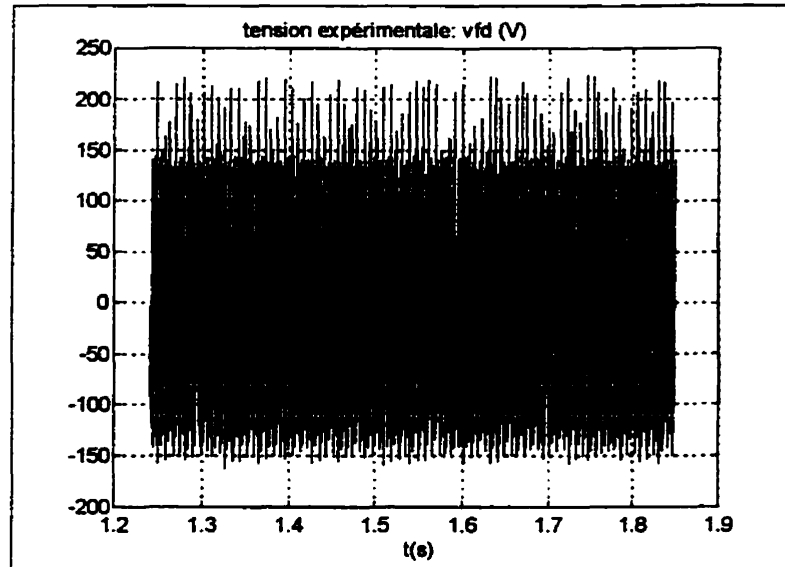
où  $\alpha$  est la phase à l'origine du régime permanent de la tension mesurée  $v_a^m$  de la phase  $a$  de la machine donnée par (8-1);  $V$  (en volt) désigne la tension efficace. On admet dans ces conditions que l'angle de Park  $\beta_0 = \beta(t=0) = 0$  (Kundur, 1994). Les équations (1-98, 1-99) du régime permanent sont mises sous la forme (8-3, 8-4) où  $V_t$  est également la valeur efficace de la tension mais exprimée en p.u.

$$\alpha = a \cos \left( \frac{v_a^m(t=0)}{V\sqrt{2}} \right) \quad (8-2)$$

$$i_{fd} = \frac{v_q}{x_{md}} = \frac{V_t \cos(\delta_0)}{x_{md}} = \frac{V_t \sin(\alpha)}{x_{md}} \quad (8-3)$$

$$v_{fd} = r_f i_{fd} \quad (8-4)$$

La tension de champ mesurée fortement bruitée de la Figure 8.2 fluctue beaucoup. Suivant les recommandations de la norme Std.-115 de IEEE (1983), cette tension doit être maintenue constante durant l'essai, ce qui n'est pas une tâche aisée. Pour contourner cette difficulté au niveau des simulations, la tension de champ sera calculée à l'aide de (8-4). Les valeurs de base sont données au Tableau 8.1 et les paramètres initiaux (voir lignes Std-M du Tableau 8.2) sont calculés à partir des constantes dynamiques (voir lignes Std-M du Tableau 8.3) comme dans le chapitre précédent. Ces paramètres initiaux sont perturbés linéairement à 40% pour mieux éprouver la robustesse de l'algorithme.



**Figure 8.2:** *Tension de champ mesurée*

**Table 8.1 :** *Grandeurs de base*

$S_{base}$	13750000 (VA)	$Z_{base}$	12.672 ( $\Omega$ )
$I_{base}$	850.52 (A)	$U_{fbase}$	38972 (V)
$U_{base}$	10778 (V)	$I_{fbase}$	352.81 (A)

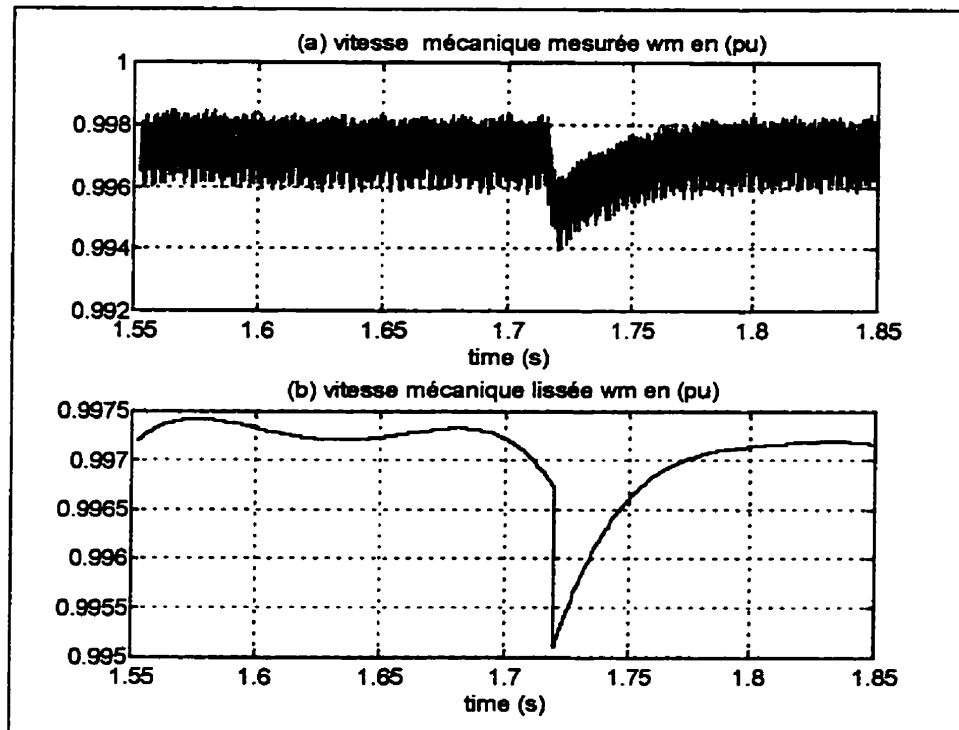
## 8.2.2 Composantes d-q-h de Park

### 8.2.2.1 Tensions expérimentales de court-circuit

L'angle de Park tiré de la première équation de (1-6) est donné par :

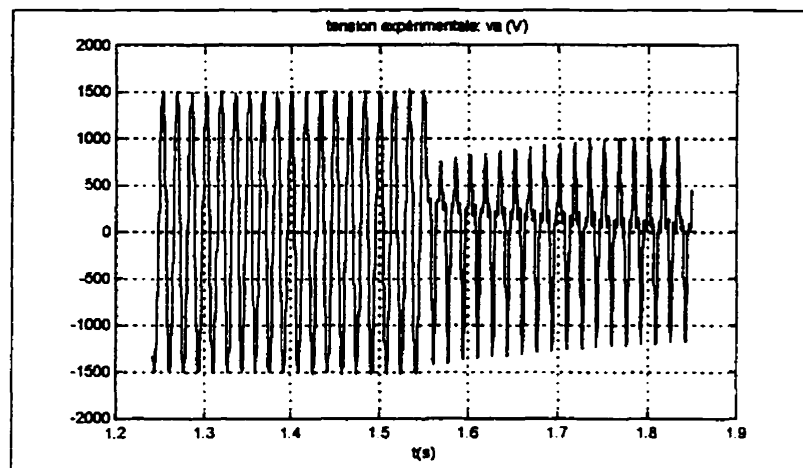
$$\beta(t) = \int_0^t \omega_m(\xi) d\xi \quad (8-5)$$

La vitesse du rotor dans l'intervalle d'étude [1.55 1.72] où elle varie moins est représentée à la Figure 8.3-a. Un ajustement polynomiale aux moindres carrés permet d'obtenir une vitesse filtrée de la Figure 8.3-b. On peut ainsi admettre que dans le segment [1.55 1.72] la machine tourne en synchronisme car la variation de la vitesse  $y$  est très faible (moins de 0.1%), d'où  $\beta(t) = \omega_s t$ .  $t_1 = 1.55s$  est l'instant d'application du défaut qui est également la durée du régime permanent puisque  $t_0 = 0$ .



**Figure 8.3:** Vitesse mécanique : (a) brute; (b) lissée

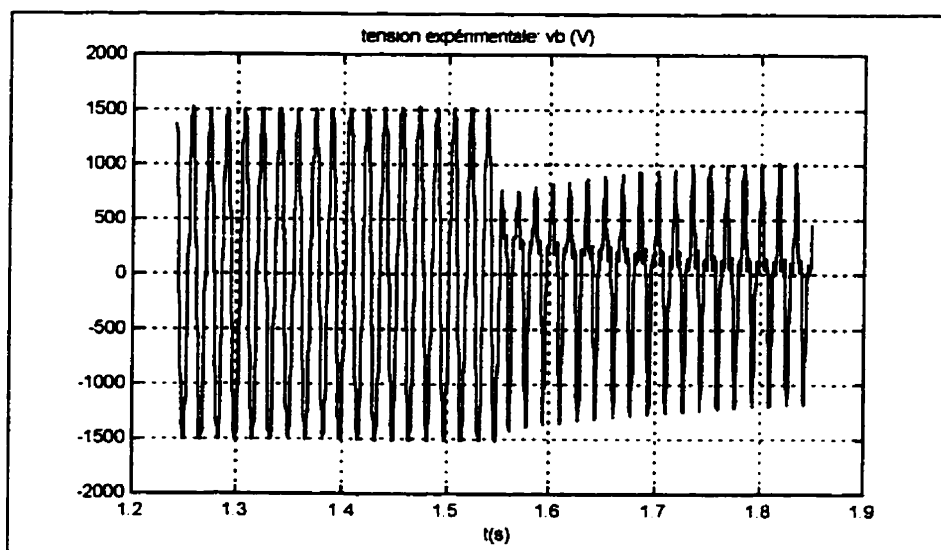
Appliquer un court-circuit entre les phases  $a$  et  $b$  de la machine en marche normal à vide et à l'instant  $t_1 = 1.55s$  équivaut théoriquement à  $v_a(t) = v_b(t)$  pour  $t \geq t_1$  (voir la section 5.3). Cette réalité est illustrée par les tensions de phases mesurées (voir Figures 8.4-8.6), représentées dans une plage de temps incluant l'intervalle d'étude. L'asymétrie des tensions de phases est constatée sur les Figures précédentes après  $t_1 = 1.55s$  et approuvée par les composantes correspondantes de Park des Figures 8.7, 8.8.



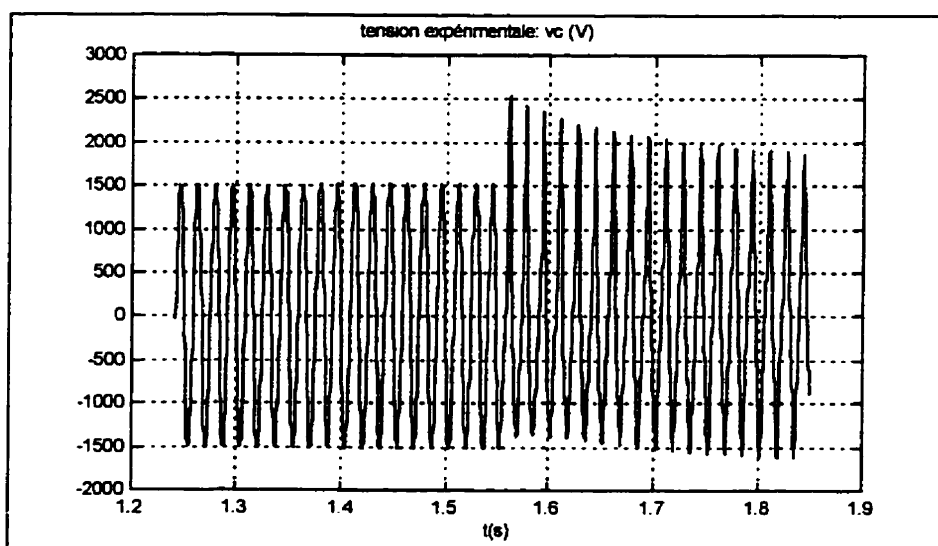
**Figure 8.4:** Tension mesurée de la phase  $a$  de l'alternateur lors d'un court-circuit phase-phase

La tension homopolaire n'est pas nulle pendant l'essai (voir Figure 8.7), ce qui a priori laisse penser que la machine est connectée à la terre à travers une faible impédance (voir les section 1.4.2 et 4.3.1). Évidemment, nous conservons l'hypothèse que la tension de référence est nulle (voir Figure 4.1). Par ailleurs, la mise en court-circuit des phases  $a$  et  $b$  a provoqué la chute de tension dans ces deux phases et la surtension de la phase  $c$  (voir Figure 8.4-8.6). Idéalement, et aux niveau des simulations, les tensions de phase sont supposées forcées et gardent une amplitude constante pendant le défaut (Boldea et Nasar, 1986; Krause et al, 1995, Wamkeue et al, 1996; Wamkeue et al, 1998). L'ouverture de la phase  $c$  qui n'est

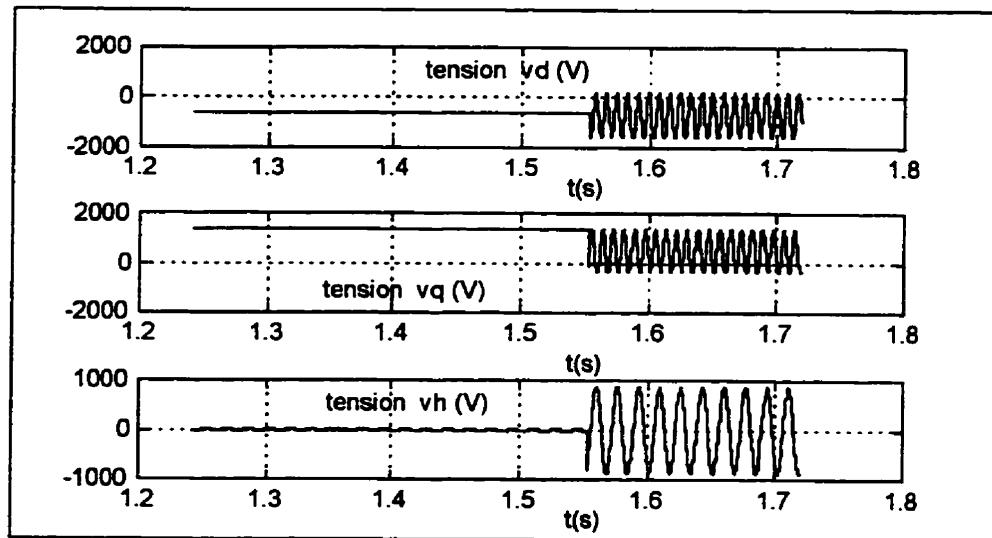
pas un comportement spontané de la machine apparaît comme une contrainte qui complique singulièrement le problème. Un moyen de contourner cette difficulté est abordé à la section suivante.



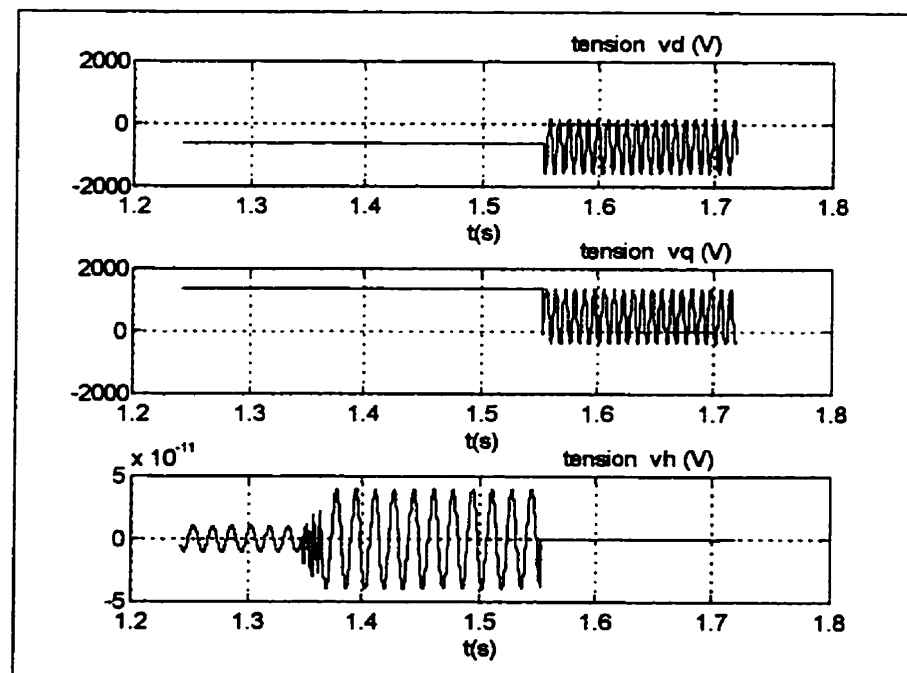
**Figure 8.5 :** Tension mesurée de la phase b de l'alternateur lors d'un court-circuit phase-phase



**Figure 8.6** Tension mesurée de la phase c de l'alternateur lors d'un court-circuit phase-phase



**Figure 8.7:** Composantes de Park des tensions de phases de l'alternateur lors d'un court-circuit phase-phase (neutre non impédant,  $z_h = 4 + j6$  pu)



**Figure 8.8:** Composantes de Park des tensions de phases de l'alternateur lors d'un court-circuit phase-phase (neutre impédant)

### 8.2.2.2 Courants simulés de court-circuit

Une brève analyse des courants de phase observés pendant le test montre que  $i_a(t) = -i_b(t)$ , et puisque la phase  $c$  demeure ouverte on a  $i_c(t) = 0$ . Si la phase  $c$  était fermée sur une faible impédance, un courant dû à la différence de potentiel  $v_c(t) - v_n(t)$  y circulerait;  $v_n(t) = 3v_h(t)$  est la tension du neutre de la machine. Le courant du neutre  $i_n(t) = 3i_h(t) = i_a + i_b + i_c = 0$ . Une manière de tenir compte de cette contrainte au niveau des simulations est de supposer que la machine est impédante, ce qui ne modifie en rien les courants armatures qui sont indépendants du neutre donc de l'homopolaire qui est nul. Deux méthodes permettent d'arriver à ce résultat (voir section 4.3.1).

- En conservant les tensions d'armature des Figures 8.4-8.6 telles qu'observées comme signaux de commande pour le modèle proposé, une impédance (infinie)  $z_h = 4 + j6$  (pu) est choisie pour l'axe homopolaire (voir Figure 8.7).
- Une alternative est la méthode de Boldea et Nasar (1986), qui part d'une tension homopolaire nulle, les autres restant inchangées comme signaux de commande du modèle (voir Figure 8.8). L'axe homopolaire n'est pas nécessaire ici.

Les deux approches ont été testées avec succès. La première a été retenue pour rester conforme aux données d'essai. Les tensions armatures présentant une phase  $\alpha$  à l'origine, le calcul des courants armatures doivent en tenir compte. L'angle de Park utilisé devient  $\beta(t) = \omega_s t + \alpha$ .

### 8.3 Résultats expérimentaux

Le rapport technique (Pilote, 1993) mentionne que le rotor comporte un amortisseur par axe. La résistance d'armature mesurée à  $25^0C$  vaut  $r_a = 0.0044$  (pu). La réactance d'armature fournie par le manufacturier vaut  $x_a = 0.138$  (pu). Ces paramètres d'armature seront supposés connus et ne feront pas partie de la liste des paramètres à identifier. La machine est en régime générateur. Comme précédemment, les résultats d'estimation sont consignés dans les Tableaux 8.2 et 8.3. Les conditions initiales des paramètres du bruit sont également fournies au Tableau 8.2. La valeur positive de l'inductance de Canay est due à la saturation magnétique.

**Table 8.2 : Paramètres estimés des circuits équivalents**

$\theta_{se}(i)$	$x_{kf_1}$	$r_f$	$r_{D_1}$	$r_{Q_1}$	
<i>MV</i>	0.0199	0.0007	0.00071	0.0223	
$\sigma(i) \%$	$\pm 0.71402$	$\pm 4.5733$	$\pm 1.7299$	$\pm 4.9849$	
<i>Std-M.</i>	0.0174	0.0006	0.0118	0.0196	
$\theta_{se}(i)$	$x_f$	$x_{D_1}$	$x_{Q_1}$	$x_{md}$	$x_{mq}$
<i>MV</i>	0.1385	0.0285	0.0656	0.7353	0.4685
$\sigma(i) \%$	$\pm 11.833$	$\pm 15.957$	$\pm 10.3411$	$\pm 2.4431$	$\pm 2.8325$
<i>Std-M.</i>	0.1215	0.0813	0.1796	0.6450	0.4110
$\theta_{we}(j)_{init.}$	0.00 1	0.00 1	0.00 1	0.00 1	0.00 1
$\theta_{we}(j)_{final}$	0.006666	0.000887	0.000879	0.0093	0.00601
	$i$	$i_d$	$i_q$	$i_f$	
<i>diag(R)</i>	<u>initial</u>	0.0845	0.0010	0.0154	
	<u>final</u>	0.001	0.0008	0.0003	



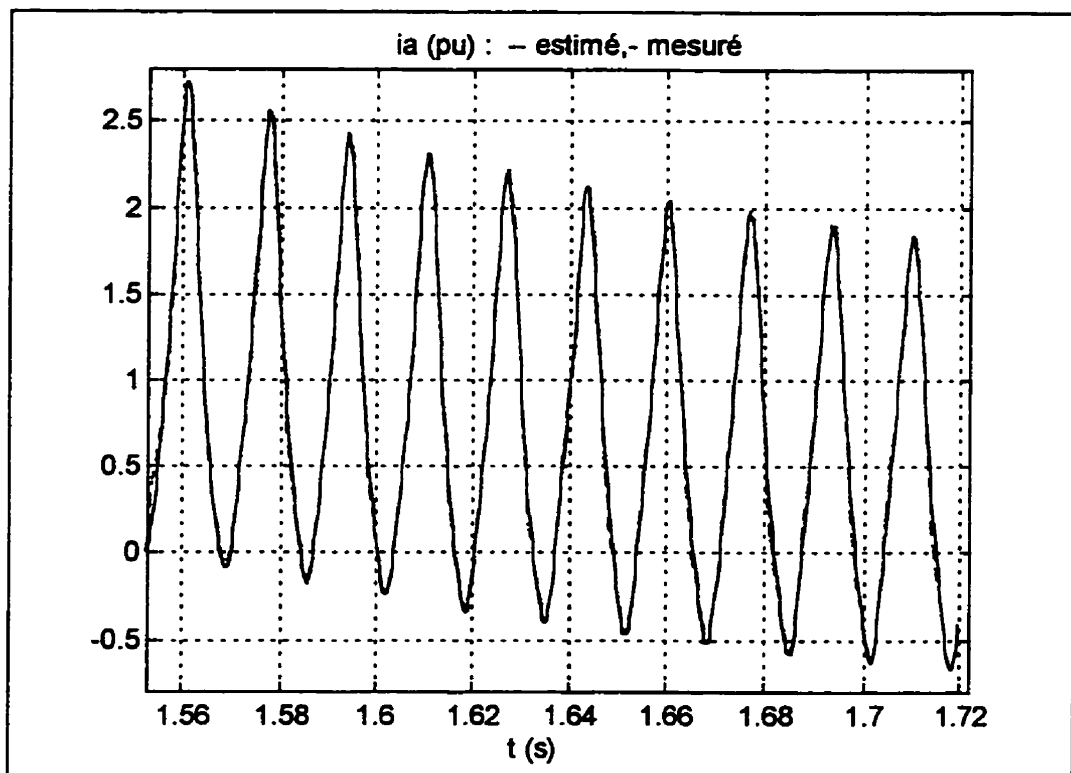
Du fait de la richesse de cet essai, tous les paramètres du Tableau 8.3 ont été directement identifiés contrairement à l'exemple du chapitre précédent. La validation des résultats d'estimation illustrée par les Figures ci-dessous démontre l'efficacité de l'algorithme. La particularité de cet essai c'est que contrairement au court-circuit symétrique, il permet d'estimer les paramètres du circuit de champ et ceux de l'axe q-.

**Tableau 8.3 : Réactances dynamiques et constantes de temps associées**

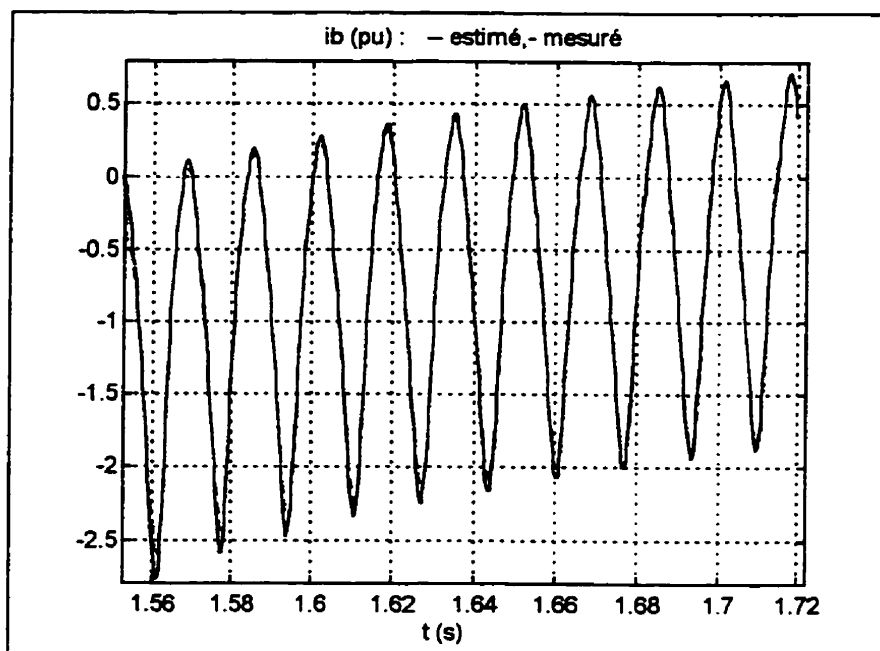
	MV	Std-M.		MV	Std-M.
$x'_d$	0.2063	0.2480	$T'_d$	1.4034	1.1300
$x''_d$	0.17908	0.1980	$T''_d$	0.27544	0.0320
$x'_f$	0.1621	0.2214	$T'_{d0}$	6.0838	3.5853
$x''_f$	0.6205	0.17167	$T''_{d0}$	0.30985	0.039884
$x''_q$	0.19554	0.2630	$T''_q$	0.02046	0.03832
$T'''_{q0}$	0.063463	0.080	$T'_f$	0.16054	0.16336
$T''_f$	0.096493	0.030246	$T''_{f0}$	0.096519	0.037465
$T'_{f0}$	3.36610	0.60222	$T_{D1}$	0.10676	0.018280

L'évolution des résidus aux Figures 8.12-8.14 montrent comment la méthode des moindres carrés itérativement repondérés évolue de manière progressive vers le blanchiment des résidus. Il est important de remarquer que ces résidus sont calculés directement sur les courants de phase  $i_a$ ,  $i_b$ ,  $i_f$  et non sur les composantes de Park. Les valeurs initiales des résidus (première ligne de  $diag(R)$  du Tableau 8.2 et

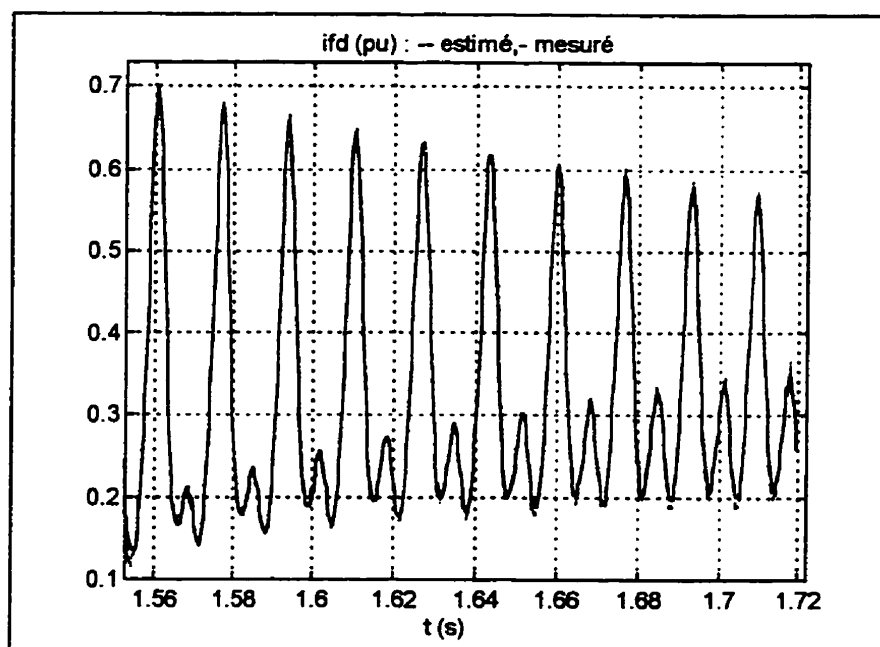
courbes en pointillés des Figures 8.12-8.14) sont calculées à l'étape 2 au début de la procédure d'estimation à trois étapes (voir section 6.3.2). Deux passes de cette procédure ont été nécessaires pour obtenir la solution optimale. Le modèle obtenu est très compétitif; seules les constantes transitoires et subtransitoires à circuit ouvert  $T'_{d0}$  et  $T''_{d0}$  estimés du Tableau 8.3 présentent un grand écart par rapport aux valeurs normalisées fournies. Cette dispersion laisse prévoir que le modèle standard est insuffisant pour représenter la machine; un polynôme de degré supérieur à 2 (voir l'équation 2-169) serait donc nécessaire pour caractériser les constantes transitoires à circuit ouvert.



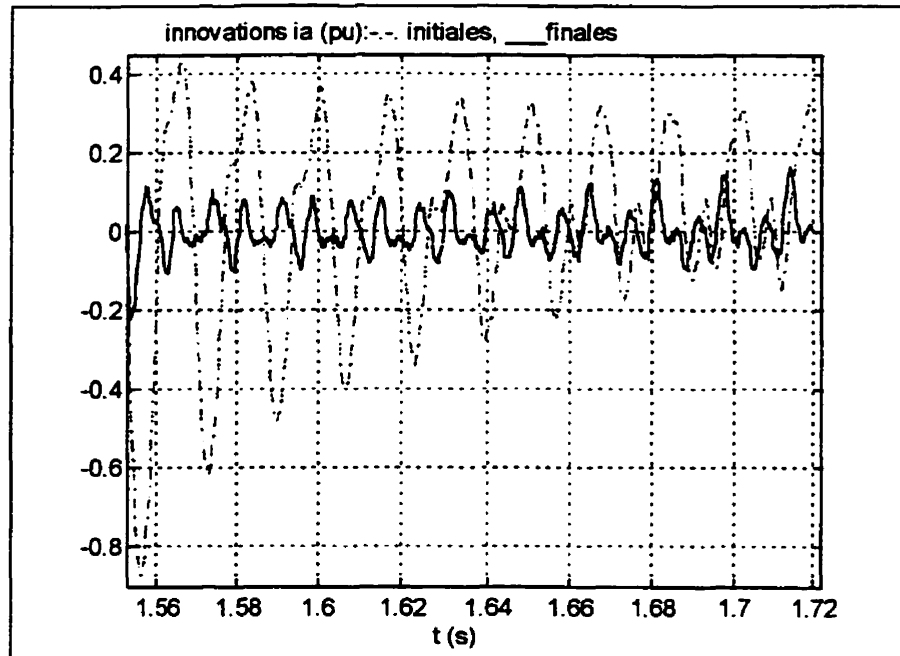
**Figure 8.9:** *Validation du modèle identifié, courant de la phase a*



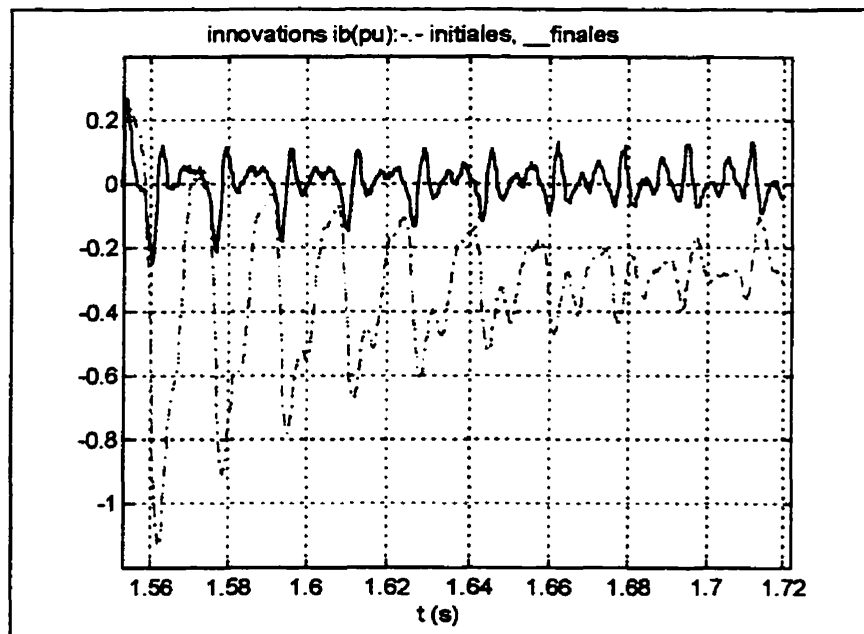
**Figure 8.10 :** *Validation du modèle identifié, courant de la phase b*



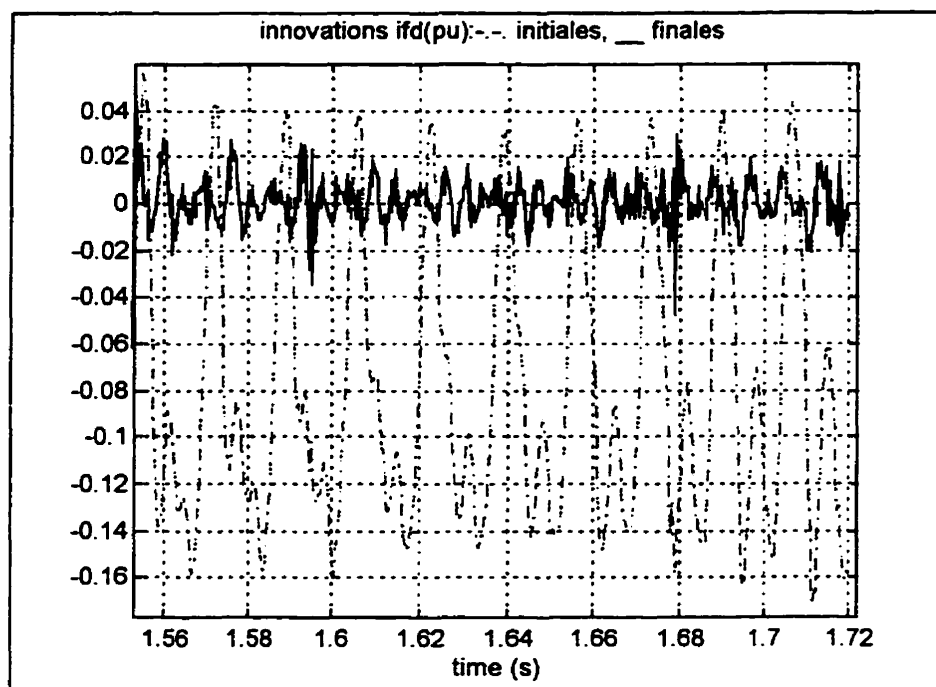
**Figure 8.11:** *Validation du modèle identifié, courant de champ*



**Figure 8.12:** *Validation du modèle identifié, évolution des résidus du courant  $i_a$*



**Figure 8.13 :** *Validation du modèle identifié, évolution des résidus du courant  $i_b$*



**Figure 8.14 :** *Validation du modèle identifié, évolution des résidus du courant de champ  $i_{fd}$*

**Tableau 8.4:** *Quelques éléments caractéristiques de l'identification*

	Étape1	Étapes 2 -3	
		première passe	deuxième passe
Nombre d'itérations	257	274	266
Taux d'échantillonnage	0.000333s		

## CONCLUSION

*The greater our knowledge increases  
the more our ignorance unfolds.*

*John F. Kennedy*

### 1 Contributions majeures

Notre contribution dans cette étude s'articule autour de trois points fondamentaux.

#### 1.1 Identification structurale de la machine synchrone

##### 1.1.1 Équations de Park-Canay

Nous avons fait une étude approfondie de l'homopolaire de Park prenant en compte la connexion du neutre. L'influence du régime du neutre de la machine sur la prédiction du courant homopolaire est mise en évidence ici. Il ressort de cette étude qu'une modélisation pertinente de l'axe homopolaire de Park doit inclure le neutre de la machine. L'ambiguïté entre l'homopolaire de Park et de Fortescue est levée. Ce modèle offre la particularité de permettre la simulation des transitoires asymétriques et l'identification de l'impédance homopolaire dans l'hypothèse où l'on néglige les harmoniques de tension et de courant. Les inductances de Canay sont introduites dans l'axe q- pour accroître la précision du modèle dans les études fréquentielles. Un nombre arbitraire et ajustable d'amortisseurs est pris en compte dans les deux axes. À partir d'un concept mathématique simple nous avons

harmonisé les équations de la machine synchrone en plus de les généraliser à tous les régimes de fonctionnement.

### **1.1.2 Modèles d'état de la machine synchrone**

Dans un formalisme nouveau et par analogie aux circuits linéaires des structures quadripolaire de l'axe d- et dipolaire de l'axe q- et h-, quatre modèles d'état de la machine synchrone sont proposés. Chacun des modèles s'adresse à une famille d'essais spécifiques. Ces modèles originaux développés sans aucune simplification mathématique, apportent une solution définitive à la simulation numérique de nombreux essais. Une technique de mise en oeuvre numérique des modèles linéaires et nonlinéaires (variation de vitesse du rotor et saturation magnétique incluses) des essais symétriques et asymétriques est proposée en même temps que de nombreux exemples d'application. Une méthode de passage des constantes de court-circuit aux circuits équivalents est fournie en même temps que la transformation inverse. Un exemple d'intégration du modèle linéarisé de commande en tension dans l'étude de la stabilité dynamique d'un réseau est offert. Cet exemple montre la simplicité de l'utilisation des paramètres des circuits équivalents dans l'étude de la stabilité dynamique des réseaux électriques. Il est prouvé que les modèles de commande en courants d'armature (Modèles issus des structures à paramètres impédances et hybrides) sont découplés dans les deux axes d- et q-, ce qui donne la possibilité d'étudier l'essai associé dans un axe arbitraire. Lorsque la charge est réactive, il en ressort que le modèle électromécanique qui en résulte est linéaire, d'où la possibilité d'estimer plus simplement les constantes mécaniques.

### 1.1.3 Conception des essais d'identification de la machine synchrone

Prenant avantage des modèles développés, une modélisation originale des courts-circuits asymétriques est fournie ainsi que la technique de mise en oeuvre numérique. Il est montré ici à partir de nombreuses simulations, l'influence de l'impédance du neutre sur la prédiction des courants de phase de la machine. Notre modélisation des défauts triphasés s'avère plus précise et plus générale que celles existantes dans la littérature. Ces essais constituent des substituts efficaces à l'essai classique de court-circuit triphasé symétrique. Pour la première fois, une analyse détaillée des essais de décroissance de flux conduisant à l'identification des constantes de temps en circuit ouvert est faite. En particulier, l'essai de délestage et l'essai de décroissance de flux statorique avec l'inducteur en court-circuit (essai dual du court-circuit triphasé) sont analysés en profondeur. L'expression analytique obtenue de la tension de phase durant ces essais permet, lorsque l'angle interne n'est pas connu, d'estimer les constantes de temps de la machine, soit graphiquement ou de manière automatique, soit à l'aide des algorithmes modernes d'identification. Contrairement aux études antérieures, la vitesse mécanique influence sérieusement les tensions de phase lors de l'essai de délestage d'une charge résistive. Pour éviter cette variation, il convient alors d'effectuer l'essai dans les trois premières secondes après la perturbation à défaut d'opérer avec le circuit de champ de la machine en court-circuit. Les conditions initiales jadis empiriques, sont désormais analytiquement justifiées dans cette étude. La prédiction des modèles déterministes/stochastiques discrets se fait à l'aide du filtre classique de Kalman. Une modélisation simple du filtre en régime permanent est développée et implantée numériquement.



## 1.2 Identification paramétrique de la machine synchrone

Un concept original d'identification au maximum de vraisemblance inspiré des moindres carrés généralisés est développé. La technique numérique d'estimation utilisant des essais simulés est mise en oeuvre. Deux exemples d'application, l'un avec l'essai de délestage à 100% de charge inductive et l'autre avec un essai de court-circuit phase-phase ont été réalisés. Ils montrent qu'en intégrant les paramètres inconnus du bruit de procédé dans le vecteur des paramètres du système à identifier, il est possible à partir de la procédure à trois étapes proposée appelée *les moindres carrés itérativement repondérés*, de converger à la valeur optimale des paramètres. Les résidus sont ainsi blanchis ce qui permet d'évaluer la variance de chaque paramètre identifié.

## 1.3 Validation de l'algorithme proposé

La validation de la méthode proposée est faite avec succès sur deux machines d'Hydro-Québec. La première machine est un alternateur à pôles saillants de la centrale La Grande 3. À partir d'un essai de perturbation de la tension de champ de l'alternateur, sont éprouvées la précision et l'efficacité des moindres carrés itérativement repondérés. Une étude comparative avec le maximum de vraisemblance classique (estimateur aux moindres carrés pondérés rendu consistant) confirme nos réserves sur la pertinence douteuse de la méthode classique et sur la fiabilité et la supériorité de l'algorithme proposé.

La seconde validation est réalisée à partir d'un essai standard de court-circuit phase-phase effectué sur une machine de la centrale Rapides-Des-Quinze. C'est la première fois en effet qu'une procédure d'identification utilise cet essai. Cette validation confirme davantage la fiabilité, la précision de nos structures de modèle

en plus de garantir l'exactitude de la conception et de la mise en oeuvre numérique des essais asymétriques. L'essai de court-circuit phase-phase s'illustre comme le meilleur substitut au court-circuit triphasé à vide. Il permet non seulement d'éviter les problèmes de ce dernier, mais également d'estimer les paramètres de l'axe q- et ceux du circuit de champ. En dehors des résistances d'armature et de champ, tous les paramètres des circuits équivalents ont été identifiés simultanément. Ceci témoigne une fois de plus de la robustesse de l'algorithme.

## **2 Les difficultés rencontrées**

Les plus importantes se sont manifestées aux niveaux suivants:

- Le développement mathématique du modèle électromécanique de la structure à paramètres hybrides et impédances avec les tensions d'armature comme variables de sortie.
- Le choix de l'algorithme d'optimisation s'est d'abord porté sur l'algorithme de Maine et Iliff jalonné de problèmes divers. Il s'est montré incapable de supporter nos modèles.
- La détermination de l'angle interne .
- L'harmonisation des bases de calcul des modèles développés avec celles des données réelles recueillies sur les machines, surtout au niveau du circuit de champ.

## **3 Les limites de la méthode d'identification proposée**

La présence du filtre de Kalman rend l'inclusion du modèle de saturation dynamique proposé dans les modèles linéaires assez difficile.

#### **4 Perspectives**

Bien des travaux restent à faire pour compléter cette étude:

- Valider le modèle de commande en courants armatures avec les essais de délestage ou d'autres essais de contrôle en courants d'armature.
- Vérifier la procédure à trois étapes sur un modèle nonlinéaire de la machine incluant la saturation magnétique et la variation de la vitesse mécanique.
- Développer à l'aide des logiciels de calcul symbolique les formes analytiques des tensions d'armature en fonction des paramètres des circuits équivalents pour les modèles hybride et à paramètres impédances.
- Estimer directement les constantes de temps de la machine à partir des expressions analytiques des tensions d'armature et du courant de champ pour le modèle hybride.
- Estimer directement les paramètres des circuits équivalents à partir des expressions analytiques des tensions d'armature et du courant de champ.

On peut également s'inspirer de ce travail pour mener des études sur

- L'application de la méthode à d'autres machines telles que les machines asynchrones, les transformateurs de puissance et les machines à courant continu.
- L'application de la méthode d'identification aux systèmes en général.
- L'étude à partir des artifices d'électronique de puissance, de nouvelles stratégies d'entraînement des machines synchrones autrement que par les tensions.

## **5 Retombées scientifiques**

Six publications scientifiques entièrement tirées de cette thèse et présentées en annexes 1-6, témoignent de la qualité scientifique, du caractère actuel et futuriste des problèmes qui y sont traités.

## RÉFÉRENCES

ADKINS, B. et HARLEY, R.G. (1979). The General Theory of Alternating Current Machines: Application to practical Problems, Halsted Press, New York .

BARD, Y. (1974). Nonlinear Parameter Estimation, Academic Press, California.

BARRET, P. (1987). Régimes Transitoires des Machines Tournantes électriques, Eyrolles, Paris.

BATES D.B., et WATTS, D.G. (1987). A Generalized Gauss-Newton Procedure for Multi-Response Parameter Estimation, SIAM, J. Sci. Stat. Comput., vol. 8, No 1., pp. 49-55

BOLDEA, I., NASAR, S.A. (1986). Electric Machine Dynamics, Mac Millan Publishing Company, New York.

BRERETON, D.S., LEWIS, D.G. et YOUNG, C.G. (1957). Representation of Induction Motor Loads During Power System Stability Studies, AIEE Trans., Vol. 76, pp. 451-461.

CANAY, I.M. (1969). Causes of discrepancies on calculation of rotor quantities and exact equivalent diagrams of synchronous machine, IEEE Trans. on PAS., Vol. 88, pp. 1114-1120.

CANAY, I. M. (1993). Modelling of Alternating-Current Machines having Multiple Rotor Circuits, IEEE Trans. EC-8(2), pp. 280-296.

CEI. (1985). Machines Électriques Tournantes 4ème partie: Méthodes de détermination à partir d'essais des grandeurs des machines synchrones," Norme de la CEI, Publication 34-4, Genève

CHATELAIN, J. (1983). Machines Électriques Georgi, Suisse.

CHUI, C.K. et CHEN, G. (1990). Kalman Filtering with Real-Time Applications , Springer-Verlag, Second Edition, New York.

CULIOLI, J.C. (1994). Introduction à l'optimisation, Ellipses, Marketing, Paris.

DANDENO, P.L. et PORAY, A.T. (1983). Development of Detailed Turbogenerator Equivalent Circuit from Standstill Frequency Response Measurements, IEEE Trans. on PAS, vol.102, pp. 2047-2054.

DE LARA JAYME, S.C. (1995). Identification des paramètres des machines électriques à courant alternatifs, Thèse de Doctorat, Institut National Polytechnique de Toulouse.

DE MELLO, F.P et RIBEIRO, J.R. (1977). Derivation of synchronous machine parameters from tests, IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-96, No.4, pp.1211-1218.

DENNIS, J.E., SCHNABEL, et JR.R.B., (1983). Numerical Methods for Unconstrained Optimisation and Nonlinear Equations, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J.

DOHERTY, R.E. (1923). A simplified method of analysing short-circuit problems, AIEE Trans, Vol. 42, pp. 841-868.

EPRI, (1988). Confirmation of Test Methods for Synchronous-machine Dynamic Performance Models, EPRI Report, August.

FELIACHI, M. (1981). Contribution au calcul du champ électromagnétique par la méthode des éléments finis en vue d'une modélisation dynamique de machines électriques. Thèse de Docteur-ingénieur Paris.

FORTESCUE, C.L. (1918). Method of Symmetrical Co-ordinates Applied to the Solution of Polyphase Network, AIEE Trans., vol. 37.

FOULARD, C., GENTIL, S., SANDAZ et J.P. (1987). Commande et Régulation par Calculateur Numérique, Eyrolles, Paris.

GABA, G. (1988). Analyse modale des réseaux de transport, thèse de doctorat, École Polytechnique de Montréal

GOODWIN, G.C. et PAYNE, R.L. (1977). Dynamic System Identification: Experiment Design and Data Analysis, Academic Press, New York.

Grace, A. (1992). Optimization Toolbox for use with matlab, The MathWorks, Inc. Natick, Mass.

HARRINGTON, D. et WHITTLESEY, J.L. (1959). The Analysis of Sudden Short-circuit Oscillograms of steam Turbine Generators, AIEE Trans. Vol.73, Part III, pp.551-565.

HIRAYAMA, K. (1995). Practical Detailed Model for Generators, IEEE Trans. on Energy Conversion, Vol.10, No.1, pp.105-110.

IEEE Guide for Synchronous Generator Modeling Practices in Stability Analysis, (1991). IEEE Std-1110.

IEEE STANDARD-115 (1983). Test Procedures for Synchronous Machines, IEEE Std No. 115, reconfirmé en 1991 et en 1994.

JACKSON, W.B. et WINSCHESTER, R.L. Direct and Quadrature-axis Equivalent Circuits For Solid-Rotor Turbine Generators, IEEE Trans. on PAS, PAS-88, pp.1121-1136.

JIN-CHEN WANG, J.C., et al. (1994). On-line Mesurement-based Model Parameter Estimation for Synchronous Generators: Solution Algorithm and Numerical Studies, IEEE Trans. EC-9(2), pp. 337-343.

KAMWA, I. (1988). Contribution à la modélisation des machines synchrones et à leur identification optimale par des techniques de traitement de signal. Thèse de Doctorat, Université Laval, Québec.

KAMWA, I. et VIAROUGE P. (1990) Estimation structurale et paramétrique des turbo-alternateurs à rotor massif par réalisation minimale des réponses indicielles, Can. J. Elect. & Comp. Eng., Vol. 15, No.4, pp. 150-157.

KAMWA, I., VIAROUGE, P. et DICKINSON, E.J. (1991). Identification of generalized models of synchronous machines from time-domain tests, Proc. IEE, C, 138, (6), pp. 485-498

KAMWA, I., VIAROUGE P. et MAHFOUDI, (1993). R. Phenomenological Models of large Synchronous Machines from Short-circuit Tests During Commissioning-A Classical/Modern Approach, IEEE 93 WM 024-0 EC, pp. 1-9

KAMWA I. (1994). Synchronous Machine Identification: State of Art and Coming Attractions, World Congress, Georgia Tech, Atlanta, VA, 15-18 pp. 337-343.

KAMWA, I., VIAROUGE, P. et MAHFOUDI, R. (1994). Phenomenological Models of Large Synchronous Machines from Short-Circuit Test During Commissioning-A Classical/Modern Approach, IEEE Trans. EC-9(1), pp. 85-98.

KAMWA, I. (1994). Notes pour un cours d'analyse modale des réseaux de transport, IREQ

KAMWA, I., VIAROUGE, P., PILOTE, M., MPANDA MABWE, B., CRAPPE, M. et MAHFOUDHI, R. (1995). Experience with Computer-Aided Graphical Analysis of Sudden-Short-Circuit Oscillograms of Large Synchronous Machines, IEEE/PES Winter Meeting, NY, Jan. 29- Feb. 2, paper 95 WM 059-6 EC.

KAMWA, I. (1995). Paramètres de L'alternateur LG3 en fonctionnement normal, Rapport interne IREQ.

KAMWA, I. et FARZANEH, M. (1997). Data Translation and Order Reduction for Turbine Generator Models Used in Network, IEEE Trans., EC- (12), pp. 118-126.

KAMWA, I., WAMKEUE, R. et DAI-DO, X., (1997). General Approches to Efficient d-q Simulation and Model Translation for Synchronous Machines: A Recap, Electric Power Systems Research No. 42, pp. 173-180.

KEYHANI, A., TSAI, H. et ABUR, A. (1990). Maximum Likelihood Estimation of High Frequency Machine and Transformer Winding Parameters, IEEE Trans. on Power Delivery, No.1, pp. 212-219

KILGORE, L.A. (1931). Calculation of Synchronous Machine Constants, AIEE Transactions, Vol. 50, pp.1204-1214.

KRAUSE, P.C., NOZARI, F., SKVARENINA, T.L. et OLIVE, D.W. (1965). Simulation of Symmetrical Induction Machinery, IEEE Trans., Power Apparatus and Systems, Vol. 84, pp. 1038-1053.



KRAUSE, P.C. (1968). Méthode of multiple Reference frames Applied to the Analysis of Symmetrical Induction Machinery, IEEE Trans. Power Apparatus and Systems, Vol. 87, pp.218-227.

KRAUSE, P.C., WASYNCHUK, O. et SUDHOFF, S.D. (1995). Analysis of Electric Machinery, IEEE Press, New York.

KRON, G. (1951). Equivalent Circuits of Electric Machinery, John Wiley and Son, Inc, New York.

KUNDUR, P. (1994). Power System Stability and Control, McGraw-Hill.

LESENNE, J., NOTELET, F. et SEGUIER, G. (1981). Introduction à l'Électrotechnique Approfondie, Lavoisier Technique & Documentation-Lavoisier, Paris.

LJUNG, L. et SODERSTROM, T. (1983). Theory and Practice of Recursive Identification, MIT Press.

MA, J. T. et WU, Q. H. (1994). Generator parameter identification using evolutionary programming, Electrical Power and Energy Systems, vol.17, no.6, pp.417-423.

MAINE R.E. et ILIFF, K.W. (1981). Formulation and Implementation of Practical Algorithm for Parameter Estimation with Process and Measurement noise, SIAM J. Appl. Math., Vol. 41, No. 3, pp.558-579.

MARCEAU, R. (1995). Exploitation d'un réseau électrique, cours no. 3.524, École Polytechnique de Montréal

MEHRA, R.K. (1970). On the Identification of Variances and Adaptive Kalman Filtering, IEEE Trans. AC-15 (2), pp. 175-184.

MÉSA, F. (1987). Méthodes d'études des circuits électriques, Eyrolles, Paris.

NACIRI, M. (1984). Étude critique et comparative de différentes méthodes expérimentales de détermination des paramètres dynamiques des turboalternateurs de grande puissance, Thèse de Doctorat, Faculté Polytechnique de Mons.

NAMBA, M., HSODO, J., DOI, S. et UDO, M. (1981). Development

for Measurement of Operating Parameters of Synchronous Generator and Control Systems, IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-100, No.2, pp. 618-628.

PAIEMENT, B. (1993). Identification des paramètres et des fonctions de transfert du système d'excitation, Rapport No. SEET-93065, Service des Essais et Études techniques.

PARK, R.H. et ROBERTSON, B.L. (1928). The reactance of synchronous machines, AIEE Trans., Vol. 47, pp. 513-535.

PARK, R.H. (1929). Two reaction theory of synchronous machines-I, Trans., AIEE Vol 48, pp. 716-743.

PARK, R.H. (1933). Two reaction theory of synchronous machines-II, Trans.AIEE Vol 52, pp. 514-535

PILOTE, M., (1993). Essais de Réception des alternateurs A1 à A4, Convertis de 25Hz à 60Hz, Centrale Rapide-Des-Quinze, Service Essais et Expertises Techniques, Rapport 93015 .

SALVATORE, M. et SAVINO, M. (1981). Experimental Determination of Synchronous Machines Parameters, IEE Proc. B, 128 (4), pp. 212-218.

SCHOUKENS, J. et PINTELON, R. (1990). Identification of linear systems: A Practical Guideline to Accurate Modeling, Pergamon Press, Brussels.

SEBER, G.A.F. et WILD, C. J. (1988). Nonlinear Regression-John Wiley and Sons, New Zealand.

SHACKSHAFT, G. (1974). New approach for the determination of synchronous machine parameters from tests, Proc. IEE Vol.121 (11), pp.1385-1392.

SRIHARAN, S., et De OLIVEIRA, S.E.M. (1977). Analysis of Synchronous Generator Sequential Short-Circuit, Proc. IEE, 124(6), pp.546-553

STANLEY, H.C. (1938). An Analysis of Induction Motor," AIEE Trans., Vol. 57 (Supplement), pp. 751-755.

ST-PIERRE, C. (1985). System Grounding Practides and Protection, General Electric, IPSEO, Rev.1.

SUGIYAMA, T., NISHIWAKI, T., TAKEDA, S. et ABE, S. (1982) Measurements of Synchronous Machine Parameters under Operating Conditions IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-101, No.4 , pp. 895-904, April.

TAHAN, S.A., KAMWA, I., VIAROUGE, P. et FERFRA, M. (1993). A generalized model of saturated synchronous machine, IMACS-TC1'93, pp. 585-590.

TAHAN, S.A. et KAMWA, I. (1995). A two-factor saturation model for synchronous machines with multiple rotor circuits, IEEE Trans. EC-10(4), pp. 609-616.

TAKEDA, Y., et ADKINS, B. (1974). Détermination of synchronous machine parametres allowing for unequal mutuel inductances, Proc. IEE Vol. 121(12), pp. 1385- 1392.

TOIVONENE, L. et MÖRSKY, J. (1994). Digital Multirate Algorithms for Measurement of Voltage, Current, Power and Flicker, Proc. IEEE Trans and Distrib. Conference and Exposition, Chicago, pp. 330-340.

TSAI, H., KEYHANI, A., DEMCKO, J. et Farmer, R.G. (1995) On-line Synchronous Machines Parameter Estimation from Small Disturbance Operating Data, IEEE Transaction on power Delivery, Vol. 10, No. 1, pp. 25-35

UMANS, S.D., MALLICK, S.A. et WILSON, G.L. (1978). Modelling of Solid Rotor Turbogenerators, (in two parts) IEEE Trans. on PAS, PAS-97, pp. 269-291.

VIAROUGE, P., KAMWA, I., TAHAN, A.S., FERFRA, M. et LE-HUY, H. (1995) Modélisation par circuits équivalents généralisés et identification des machines électriques sur un domaine de fréquence étendu," Congrès Canadien de Génie Électrique et Informatique, Proc Vol 2, Montréal, pp.1091-1095.

WAMKEUE, R. (1995) Étude de la Stabilité Dynamique des Réseaux Électriques par Analyse Modale. Application: Méthode d'Analyse par Connexion des Composantes du Réseau, Projet du cours ELE6913 (Production d'Énergie Électrique), École Polytechnique de Montréal.

WAMKEUE, R., KAMWA, I. et DAÏ-DO, X. (1996). Current-controlled Modeling of Synchronous Machines with Application to Stator and Rotor Decrement Test Analysis, ELECTRIMACS'96, Sept.17-18-19 Saint-Nazaire, France, Proc. vol 1/3 , pp.169-176.

WAMKEUE, R., KAMWA, I. et DAÏ-DO, X. (1996). A Detailed Model of Grounded Synchronous Machines for Saturated Unsymmetrical Transients, ELECTRIMACS'96, Sept.17-18-19 Saint-Nazaire, France, Proc. vol 1/3 , pp. 333-340.

WAMKEUE, R., KAMWA, I. et DAÏ-DO, X., (1998). Numerical Modeling and Simulation of Unsymmetrical Transients on Synchronous Machines with Neutral Included, à paraître dans Electric Machines and Power Systems, vol. 26, no.1, January 1988, pp. 93-107.

WATANABE, E.H., STEPHAN, R.M. et AREDES, M. (1993). New Concepts of Instantaneous Active and Reactive Powers in Electrical Systems with Generic Load, IEEE Trans. on Power Delivery, PWRD-8(2) pp. 697-703.

YU,Y. et MOUSSA, H.A. (1971). Experimental determination of exact equivalent circuit parameters of synchronous machines, IEEE Trans. on PAS, PAS-90, pp. 2555-2560.

ZHU, M. L., MPANDA-MABWE, B., CRAPPE, M. et RENGLLET, M. (1996) Synchronous Machine Parameters Estimation Using Kalman Filter and Maximum Likelihood Combined Method, Proc. ELECTRIMACS Conference, Vol.1/3, 17-18-19, pp.353-358.

**Annexe I: Article no.1****General Approaches to Efficient d-q Simulation and Model Translation for  
Synchronous Machines: A recap****L. Kamwa****R. Wamkeue****X. Daï-Do**

Paru dans

**Electric Power Systems Research, (1997) vol. 42, pp. 173-180**



## General approaches to efficient d-q simulation and model translation for synchronous machines: a recap

I. Kamwa <sup>a,\*</sup>, R. Wamkeue <sup>b</sup>, X. Dai-Do <sup>b</sup>

<sup>a</sup> Institut de Recherche d'Hydro-Québec, 1800, Boulevard Lionel-Boulet, Varennes, Québec, J3X 1S1, Canada

<sup>b</sup> Département de Génie Électrique et Informatique, École Polytechnique de Montréal, C.P. 6079 Succ. "A", Montréal, Québec, H3C 3A7, Canada

Received 8 November 1996

### Abstract

This paper summarizes some recent findings in the area of synchronous machine modeling by means of equivalent circuits of arbitrary order. This allows us to propose a concise analytical expression to be derived for the admittance matrix and yields a structure of the state matrices which facilitates their numerical evaluation. By organizing the parameters into two structured vectors, we show how to calculate the state matrices and admittance matrix of generalized models of machine by means of MATLAB programs. The techniques are proposed for passing from the equivalent circuits to the operational impedances and vice-versa. Lastly, we transpose the conventional electromechanical state equations into our generalized modeling framework and derive new formulas for the matrices used in the eigenvalue analysis of synchronous motors and generators. Besides conventional stability studies, the present approaches along with the MATLAB toolbox could be useful for machine-converter system optimization, motor starting problems, digital TNA implementation and machine models identification. The latter application is investigated in particular with a view to enhancing current methods used to analyse short-circuit oscillograms recorded during the commissioning of large utility grade generators and synchronous condensers. © 1997 Elsevier Science S.A.

**Keywords:** Synchronous machines; Modeling; Stability constants; Simulations

### 1. Introduction

In order to simulate synchronous machines numerically [1], power system analysts and machine designers for several years now have been considering a class of equivalent circuits with sufficient flexibility to permit the introduction of an arbitrary number of damper windings. This naturally results in operational impedances with a sub-subtransient time constant [2] and even, perhaps, a sub-sub-subtransient time constant [3]. This continuous evolution in model complexity makes it necessary to develop a general formulation allowing the mathematical equations of the machine to be expressed concisely, regardless of the order of the equivalent circuits. From the practical point of view, this formulation must also give sets of equations that lend themselves naturally to numerical treatment, since the simulation of transient phenomena in electrical grids is one of the most common applications of synchronous-machine modeling [4–6].

It should be acknowledged that an attempt to generalize the synchronous-machine formulas used in power system studies was made several years ago by Undrill, in a seldom quoted paper [7]. This approach used fluxes as state variables and assumed an equal number of damper windings in both the direct and quadrature axes. Furthermore, it ignored the unequal mutual reactances between rotor and stator windings [8] not yet introduced by Canay. Also, papers dealing with the theoretical derivation of synchronous-machine equivalent circuits from physical principles frequently considered an arbitrary number of rotor windings [9].

From a designer's point of view, this general approach is necessary for determining currents in the physical damper bars. Such a model can also be helpful in assessing and improving synchronous machines equipped with dedicated power electronic devices. If components of a detailed equivalent circuit are obtained from a finite-element program by some means or other, it is possible to evaluate the underlying design thoroughly by interfacing the equivalent circuits to the

\* Corresponding author.

power electronics circuitry, and simulating the performance of the combined system using an ordinary circuit analyzer program.

Numerous authors have stressed that the most advanced synchronous-machine model used in current-stability and motor starting programs rarely involves more than three coils per axis [4,8]. This restriction is based on the solid ground that documented synchronous machines do not often require more than this level of detail for adequate prediction of hunting phenomena. Therefore, it is very tempting to reject any effort to put the representation of the machine in a more general framework. However, the aforementioned evidence is experimental, and merely reflects the present state of art. In actual fact, recent results on large turbine-generators suggest that higher models with up to six equivalent rotor windings may be necessary for adequate modeling of sub-synchronous and harmonic processes [3].

To demonstrate the full potential of the new analytical formulation, we consider the problem of computing the short-circuit response of large synchronous machines subjected to eddy currents and significant speed variation during the test. Although the sudden short-circuit is extensively documented [11], with the first computer analysis attempted as early as 1959 [12], the analytical tools used routinely to extract the machine data from oscillograms are still burdened by a fair amount of simplification which is questionable, especially with today's computer power. Recently, maximum-likelihood estimation schemes have been proposed to bridge this gap [13] which, although representing a decisive step forward, nevertheless neglect the speed variation known to have a very significant effect on all but a few of the hydro-generator oscillograms recorded on the Hydro-Québec network [14]. As an application of our numerical toolbox to machine identification in running conditions, we will derive a general electromechanical equation, with the component network extended to observed linear eddy current effects.

The article is organized as follows. Section 2 deals with the novel formulation of the classical equations characterizing the equivalent circuits and the associated operational impedances. This permits an arbitrary choice regarding the order and includes all the previous models enumerated in [8] as special cases. Sections 3 and 4 describe techniques for efficiently calculating the state and admittance matrices, once the parameters of equivalent circuits and operational impedances respectively have been determined by estimation from calculation [15] or experimental data [16]. In Sections 4-7 numerical techniques are presented for deducing the operational impedances from the equivalent circuits and vice-versa [10,17]. Section 8 deals with electromechanical transients [1,5,18] with a view to modeling short-circuit tests involving speed variation as well as

eddy currents. For the sake of completeness, the basic nonlinear model is also linearized to allow for small-signal stability analysis [1,5,18], using a d-q network of a generalized order.

## 2. Generalized models of synchronous machines

By transforming the stator variables into the rotor frame of reference, synchronous machines can be represented by the two equivalent circuits seen in Fig. 1. In IEC standard 34-10: 'Convention for Description of Synchronous Machines', the rotor damping circuits of synchronous machines are represented by  $n$  ( $\approx n_d$ ) coils on the direct axis and  $m$  ( $\approx n_q$ ) coils on the quadrature axis. An inductive as well as galvanic coupling may be present between the damper circuits on one axis, although ignored in the present work. To provide suitable generality, the Canay reactances  $x_{d1}, x_{d2}, \dots$ , accounting for unequal mutual reactances between various rotor windings and the stator, are included. The special case  $n_d = n_q = 0$  implies a machine without dampers.

With the notations in Fig. 1 (which for the simplest cases are similar in meaning to those in [8]), the flux equations associated with the synchronous-machine direct axis are given by:

$$\Psi_d = x_{ad}i_a + x_{ad}i_f + x_{d1}i_{D1} + \dots + x_{dn}i_{Dn} \quad (1)$$

$$\Psi_f = x_{fd}i_a + x_{ff}i_f + x_{fD1}i_{D1} + \dots + x_{fDn}i_{Dn} \quad (2)$$

$$\Psi_{D1} = x_{D1d}i_a + x_{D1f}i_f + x_{D1D1}i_{D1} + \dots + x_{D1Dn}i_{Dn} \quad (3)$$

$$\Psi_{Dn} = x_{Dnd}i_a + x_{Dnf}i_f + x_{DnD1}i_{D1} + \dots + x_{DnDn}i_{Dn} \quad (4)$$

Modeling the quadrature axis in a similar way, we obtain:

$$\Psi_q = x_{aq}i_q + x_{aq1}i_{Q1} + \dots + x_{aqm}i_{Qm} \quad (5)$$

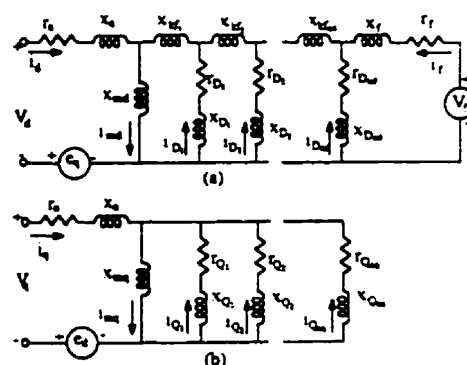


Fig. 1. Generalized equivalent circuit of the synchronous machine: (a)  $e_d = \omega_m \Psi_d$ , (b)  $e_q = -\omega_m \Psi_q$ .

$$\Psi_{Q1} = x_{Q1d}i_d + x_{Q1Q1}i_{Q1} + \dots + x_{Q1Qm}i_{Qm} \quad (6)$$

$$\Psi_{Qm} = x_{QmQ1}i_{Q1} + x_{QmQ2}i_{Q2} + \dots + x_{QmQm}i_{Qm} \quad (7)$$

From the Kirchhoff laws for the circuits of Fig. 1, it is found that the self-reactance  $x_{kk}$  of winding  $k$  and the mutual reactance  $x_{kl}$  between windings  $k$  and  $l$  can be reevaluated as follows:

$$x_{dd} = x_{md} + x_d = x_d; \quad x_{df} = x_{md} + \sum_{l=1}^{n_d-1} x_{kl};$$

$$x_{DlDl} = x_{Dl} + x_{md} + \sum_{l=1}^{n_d-1} x_{kl}, \quad l \in \{1, \dots, n_d\} \quad (8)$$

$$x_{df} = x_{fd} = x_{md};$$

$$x_{fDl} = x_{Dl} = x_{DlDl} - x_{Dl} \quad l \in \{1, \dots, n_d\} \quad (9)$$

$$x_{DkDl} = x_{DlDk} = x_{DlDl} - x_{Dl}$$

$$l \in \{1, \dots, n_d\} \text{ and } k \in \{1, \dots, n_d\} \quad (10)$$

$$x_{qq} = x_{mq} + x_q = x_q; \quad x_{QlQl} = x_{Ql} + x_{mq} \quad l \in \{1, \dots, n_q\} \quad (11)$$

$$x_{qQl} = x_{Qlq} = x_{mq};$$

$$x_{QkQl} = x_{QlQk} = x_{mq} \quad l \in \{1, \dots, n_q\} \text{ and } k \in \{1, \dots, n_q\} \quad (12)$$

In terms of the fluxes (Eqs. (1)–(7)), we obtain the following fundamental equations for balanced operation:

$$v_d = r_d i_d + \frac{1}{\omega_n} \frac{d\Psi_d}{dt} - \omega_m \Psi_q;$$

$$v_q = r_d i_q + \frac{1}{\omega_n} \frac{d\Psi_q}{dt} + \omega_m \Psi_d; \quad v_f = r_f i_f + \frac{1}{\omega_n} \frac{d\Psi_d}{dt} \quad (13)$$

$$0 = r_{Dl} i_{Dl} + \frac{1}{\omega_n} \frac{d\Psi_{Dl}}{dt} \quad l \in \{1, \dots, n_d\};$$

$$0 = r_{Ql} i_{Ql} + \frac{1}{\omega_n} \frac{d\Psi_{Ql}}{dt} \quad l \in \{1, \dots, n_q\} \quad (14)$$

where  $\omega_n$  and  $\omega_m$  are respectively the nominal frequency in rad/s and the mechanical speed in p.u. If, under these conditions, we introduce:

$$i = [i_d, i_q, i_{D1}, \dots, i_{Dn_d}, i_f, i_{Q1}, \dots, i_{Qn_q}]^T;$$

$$v = [v_d, v_q, 0, \dots, 0, v_f, 0, \dots, 0]^T \quad (15)$$

The basic Eqs. (13)–(14) will then take the following matrix form:

$$\frac{1}{\omega_n} X \frac{di}{dt} = L \frac{di}{dt} = -(R + \omega_m G)i + u \quad (16)$$

with

$$R = \text{diag}[r_d, r_d, r_{D1}, \dots, r_{Dn_d}, r_f, r_{Q1}, \dots, r_{Qn_q}] \quad (17)$$

$$G = \begin{bmatrix} \theta_{1,n_d-2} & -G_q \\ \theta_{n_d+1,n_d-2} & \theta_{n_d-1,n_d-1} \\ -G_d & \theta_{1,n_d-1} \\ \theta_{n_q,n_d-2} & \theta_{n_q,n_d-1} \end{bmatrix}$$

$$X = \begin{bmatrix} X_d & \theta_{n_d-1,n_d-1} \\ \theta_{n_q-1,n_d-2} & X_q \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$X_d = \begin{bmatrix} x_{dd} & x_{df} & x_{dD1} & \dots & x_{dDn_d} \\ x_{fd} & x_{ff} & x_{fD1} & \dots & x_{fDn_d} \\ x_{D1d} & x_{D1f} & x_{D1D1} & \dots & x_{D1Dn_d} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{Dn_d d} & x_{Dn_d f} & x_{Dn_d D1} & \dots & x_{Dn_d Dn_d} \end{bmatrix};$$

$$X_q = \begin{bmatrix} x_{qq} & x_{qQ1} & x_{qQ2} & \dots & x_{qQn_q} \\ x_{Q1q} & x_{Q1Q1} & x_{Q1Q2} & \dots & x_{Q1Qn_q} \\ x_{Q2q} & x_{Q2Q1} & x_{Q2Q2} & \dots & x_{Q2Qn_q} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{Qn_q q} & x_{Qn_q Q1} & x_{Qn_q Q2} & \dots & x_{Qn_q Qn_q} \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$G_d = [x_{dd} \quad x_{df} \quad x_{dD1} \quad \dots \quad x_{dDn_d}];$$

$$G_q = [x_{qq} \quad x_{qQ1} \quad x_{qQ2} \quad \dots \quad x_{qQn_q}] \quad (20)$$

Finally, we get:

$$\frac{di}{dt} = Ai + Bu; \quad y = Ci \quad (21)$$

with

$$B = \omega_n X^{-1};$$

$$A = -B(R + \omega_m G); \quad \text{and}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \theta_{1,n-1} \\ 0 & 1 & 0 & \theta_{1,n-1} \\ 0 & \theta_{1,n_d-2} & 1 & \theta_{1,n_d-3} \end{bmatrix} \quad (22)$$

It follows from these equations that the state space representation of an autonomous synchronous machine possesses an order  $n = n_d + n_q + 3$ , with  $m = 3$  electrical inputs and  $p = 3$  electrical outputs. Since the vector of the measurable currents is only being  $y^T = [i_d, i_q, i_f]$ . At this stage, we would like to introduce more formally a well known, yet very rich and fertile, concept. Consider the following rational fractions:

$$x_d(p) = \frac{x_{dd}}{x_{dd}} = \frac{x_d}{\omega_n} \frac{(1 + pT_{d1}^1)(1 + pT_{d2}^1) \dots (1 + pT_{d,n_d-1}^1)}{(1 + pT_{d,n_d}^1)(1 + pT_{d,n_d-1}^1) \dots (1 + pT_{d,n_d-1}^1)} \quad (23)$$

$$G(p) = \frac{G_n}{x_{dd}}$$

$$= \frac{x_{md}}{r_f \omega_n} \frac{(1 + pT_{D1}^1)(1 + pT_{D2}^1) \dots (1 + pT_{Dn_d}^1)}{(1 + pT_{d,n_d}^1)(1 + pT_{d,n_d-1}^1) \dots (1 + pT_{d,n_d-1}^1)} \quad (24)$$



$$\tau_{\omega}(p) = \frac{x_{\omega}}{\tau_{\omega}} = \frac{x_{\omega}}{\omega_s} \frac{(1 + pT_{\omega}^1)(1 + pT_{\omega}^2)}{(1 + pT_{\omega}^1)(1 + pT_{\omega}^2)} \quad (25)$$

$G(p)$ ,  $\tau_d(p)$  and  $\tau_{\omega}(p)$  are called the operational impedances of the synchronous machine, characterized by the two circuits in Fig. 1, if and only if they satisfy the following equations [19]:

$$[r_a + p x_d(p)] i_d - \omega_s x_q(p) i_q = \tau_d - p G(p) \tau_r \quad (26)$$

$$[r_a + p x_q(p)] i_q + \omega_s x_d(p) i_d = \tau_q - \omega_s G(p) \tau_r \quad (27)$$

with  $\omega_s = \omega_m \omega_r$ . Furthermore, the polynomials  $x_{ad}(p)$ ,  $x_{aq}(p)$ ,  $x_{\omega d}(p)$ ,  $x_{\omega q}(p)$  represent the numerator and denominator respectively of the fractions  $x_d(p)$ ,  $x_q(p)$ . We recognize that there is nothing new about the aforementioned concept, which is as old as the Park theory itself. In fact, the term 'operational impedance' (probably due to Warring and Cray [20]) was already in use around 1930. Representing the three observable currents  $i_d$ ,  $i_q$  and  $i_f$  as before, the matrix

$$H(p) = C(pI - A)^{-1} B = \begin{bmatrix} y_{dd} & y_{dq} & y_{df} \\ y_{qd} & y_{qq} & y_{qf} \\ y_{fd} & y_{fq} & y_{ff} \end{bmatrix} \quad (28)$$

contains all the admittances of the machine for a given speed. From the solution of the machine equations (Eqs. (26) and (27)), the following relationships can be derived between the entries of  $H(p)$  and operational impedances:

$$y_{dd} = \frac{i_d}{\tau_d} \bigg|_{i_q=i_f=0} = \frac{(p x_{\omega d} + r_a x_{ad}) x_{ad}}{d(p)} \quad (29)$$

$$y_{dq} = \frac{i_q}{\tau_d} \bigg|_{i_d=i_f=0} = \frac{-\omega_s x_{\omega d} x_{ad}}{d(p)} \quad (30)$$

$$y_{qd} = \frac{i_d}{\tau_q} \bigg|_{i_q=i_f=0} = \frac{-(p^2 x_{\omega q} + p r_a x_{\omega q} + \omega_s^2 x_{\omega q}) G_a}{d(p)} \quad (31)$$

$$y_{qq} = \frac{i_q}{\tau_q} \bigg|_{i_d=i_f=0} = \frac{-\omega_s x_{\omega q} x_{aq}}{d(p)} \quad (32)$$

$$d(p) = (x_{\omega d} x_{\omega q}) p^2 + r_a (x_{ad} x_{\omega q} + x_{\omega d} x_{aq}) + \omega_s^2 x_{ad} x_{aq} \quad (33)$$

In the macroscopic theory of the synchronous machine,

the crucial role of the operational impedance concept is due to the fact that the three impedances defined in (Eqs. (23)–(25)) suffice alone to determine eight of nine of the input-output relationships (Eqs. (29)–(33)) for a given speed  $\omega_s$ . The ninth expression is related to the field input admittance [17,21]:

$$y_{ff} = \frac{i_f}{\tau_r} \bigg|_{i_d=i_q=0} = -p G(p) \tau_r + \tau_{\omega} \quad (34)$$

With  $\omega_s$  in Eqs. (23)–(33) we obtain a simplified matrix  $H(p)$  characterizing the machine at standstill:

$$H(p) = \begin{bmatrix} x_{ad}(p)/d_d(p) & -p G_a(p)/d_d(p) & 0 \\ -p G_a(p)/d_d(p) & x_{aq}(p)/d_q(p) & 0 \\ 0 & 0 & x_{\omega d}(p)/d_f(p) \end{bmatrix} \quad (35)$$

with

$$d_d(p) = p x_{\omega d}(p) + r_a x_{ad}(p) \quad (36)$$

$$d_q(p) = p x_{\omega q}(p) + r_a x_{aq}(p) \quad (37)$$

A glance at the terms in the matrix  $H(p)$  of Eqs. (35) and (36) clearly shows that estimation of the former leads directly to the standard operational impedances and, also, to the field input impedance  $x_{\omega}(p) = 1/y_{ff}(p)$ , which is essential for an accurate modeling of field transients [21].

### 3. Calculation of the state matrices

In order to evaluate the state matrices  $A$  and  $B$  of the machine, we assume that the parameters of the equivalent circuits in Fig. 1 are known. For convenience, the following layout has been chosen for storing the various parameters

$$x^T = [\mathfrak{R} \mid \mathfrak{X} \mid \chi_c] \quad (38)$$

with

$$\mathfrak{R} = [r_d, r_q, r_{D1}, \dots, r_{Dnd} \mid r_f, r_{Q1}, \dots, r_{Qnd}] \quad (39)$$

$$\mathfrak{X} = [x_d, x_q, x_{D1}, \dots, x_{Dnd} \mid x_f, x_{Q1}, \dots, x_{Qnd}]$$

$$\chi_c = [x_{\omega d}, x_{\omega q}, x_{\omega f}, \dots, x_{\omega nd}] \quad (40)$$

Using MATLAB [22] and the machine parameters listed in [16], one can evaluate the state matrices (Eqs. (21) and (22)), for given  $\omega_m$ , whatever the values of  $x_{\omega}$ ,  $n_d$  and  $n_q$ . It is worth underlining the importance of this routine, which is at the heart of every numerical simulation of synchronous machines. For example, we will

show in a later section how the global or linearized equations, which are necessary to simulate the electromechanical transients, can easily be constructed from  $A$ ,  $B$  and  $G$ . Typically, only columns 1, 2 and  $n_d + 3$  of matrix  $B$  are of interest because the others correspond to dampers and are never excited. Using function `eig` of MATLAB we find the natural modes of  $A$ .

#### 4. Calculation of the admittance matrix

As shown in Section 2, calculation of the admittance matrix can be done in two ways. The first consists in using Eq. (28) but this presupposes that matrices  $A$  and  $B$  can be calculated from a full knowledge of the equivalent-circuit parameters. The alternative is to use formulas (Eqs. (29)–(39)). In practice, this second approach is the only feasible one when the machine is modeled solely by the operational impedances [13]. Consequently, in our analysis we distinguish the two following situations:

1. When the machine is described by its equivalent circuits, the admittance matrix  $H(p)$  is calculated from  $A$  and  $B$  and constitutes a classical problem in linear systems. The MATLAB function `ss2tf` [22] is a good candidate tool for this purpose.
2. Let us presume that we have somehow obtained the impedances  $x_d(p)$ ,  $G(p)$  and  $x_q(p)$  (e.g. by time-domain [15] or frequency-domain [16] standstill tests). For given  $r_d$  and  $\omega$ , what is the corresponding admittance matrix  $H(p)$ ? To answer this question, we will organize the known parameters of the machine as follows.

$$x^T = [\Re \mid \Im \mid \rho \mid \chi], \quad (40)$$

with

$$\begin{aligned} \Re &= [T_d^1 \cdots T_d^{n_d-1} \mid T_d^{n_d} \cdots T_d^{n_d-1}], \\ \Im &= [T_q^1 \cdots T_q^{n_q} \mid T_q^{n_q+1} \cdots T_q^{n_q}], \end{aligned} \quad (41)$$

and

$$\rho = [T_{D1} \cdots T_{Dn_d}], \quad \chi = [r_d, x_{d1}, x_{d2}, \dots, x_{dn_d}]. \quad (42)$$

Then, using this parametric vector, a built MATLAB routine evaluates the admittance matrix  $H(p)$  (whatever  $n_d$  and  $n_q$ ) for given  $r_d$  and  $\omega$ . When it's well done this routine becomes a very precious tool, especially for high order systems when no exact procedure for translating time constants into equivalent circuits is available. One is then obliged to use only the operational impedances of the machine for simulation purposes, in such a way as to rigorously model the observable portion of the state model associated with the exact equivalent circuit. It is easy to use, for instance, that obtained MATLAB function to numerically calculate the short circuit currents of a synchronous machine when the latter is only known through  $x_d(p)$ ,  $G(p)$  and  $x_q(p)$  [13]. Fourier transform-

based methods have also been advocated. However, it should be recalled that the full admittance matrix  $H(p)$  cannot be reconverted from these three quantities alone [21].

#### 5. Calculation of the operational impedances

Standstill tests provide a knowledge of the static admittances [15–17] from which one normally has to deduce the operational impedances, the true models sought, since the estimated admittance matrix is valid only for one speed ( $\omega_r = 0$ ). In addition, when comparing time constants or validating model estimates, it may be useful to numerically estimate the operational impedances of the machine described by its equivalent circuits. Eqs. (35) and (36) establish simple algebraic relationships between the static admittances and the operational impedances. This provides our starting point. We have designed a MATLAB routine which determines the impedances  $x_d(p)$ ,  $G(p)$  and  $x_q(p)$  from the admittance matrix for arbitrary  $n_d$  and  $n_q$ . This matrix could come from an identification test or by applying (for  $\omega_r = 0$ ) Eq. (28) to matrices  $A$  and  $B$  obtained from the equivalent circuits of the machine via Eqs. (17)–(22) [10].

#### 6. Calculation of the equivalent circuits

In most cases, it is possible to estimate the time constants efficiently from experimental tests (short-circuit, static and others) either in the form of operational impedances [8]. Since the most general model of the synchronous machine is that given by equivalent circuits, a mechanism must be found to deduce these from the time constants. Some of the clearest solutions of this problem have been proposed by Umans et al. [17]. We ourselves have written a MATLAB subroutine as an implementation of two calculation algorithms inspired by [17]. This subroutine allows the corresponding circuits to be determined starting from a vector of transient constants organized as Eqs. (37)–(39). The first algorithm is applied to a standard model with one damper along the  $d$ -axis and two along the  $q$ -axis. The second is related to a machine with two dampers in the  $d$ -axis and three in the  $q$ -axis. The accuracy of the resulting circuits in the latter case can be evaluated, for instance, by comparing the associated admittances with those deduced directly from the starting operational impedances using Eqs. (29)–(33).

#### 7. Electromechanical modeling and eigenvalue analysis

Electromechanical transients are those involving variations of the mechanical speed  $\omega_m$ . In order to describe

them, the purely electrical state equations need to be complemented with one or two mechanical equations.

$$2H \frac{d\omega_m}{dt} = T_m - D\omega_m - T_e, \quad \frac{d\delta}{dt} = \omega_m(\omega_m - 1) \quad (43)$$

where  $T_e$  and  $T_m$  denote the electromagnetic and mechanical torques,  $\delta$  is the synchronous angle in radians, and  $H$  and  $D$  are the equivalent inertia and damping of the machine-grid system. From these two above equations, we can deduce the following differential system describing the machine dynamics

$$\frac{dx}{dt} = \begin{bmatrix} A & \Theta_{n,2} \\ Q_{2,n} & R_{2,2} \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} B & \Theta_{n,2} \\ \Theta_{2,n} & T_{2,2} \end{bmatrix} u; \quad x^T = [i^T | \omega_m \delta]; \quad u^T = [e^T | T_m 1]; \quad (44)$$

$$Q_{2,n} = \frac{1}{2H} \begin{bmatrix} -i^T G \\ \Theta_{1,n} \end{bmatrix}; \quad R_{2,2} = \frac{1}{2H} \begin{bmatrix} -D & 0 \\ -1 & 0 \end{bmatrix};$$

$$T_{2,2} = \text{diag} \left( \frac{1}{2H} - \omega_n \right) \quad (45)$$

where  $\Theta_{ij}$  represents the null matrix of order  $i \times j$ . The vectors  $i$  and  $e$  are given by Eq. (15), while the matrices  $A$  (of order  $n \times n$ ),  $B$  and  $G$  result from Eqs. (16)–(22). It should be emphasized that, besides the three purely electrical inputs ( $v_d$ ,  $v_q$ ,  $r$ ), this representation involves a mechanical input from the prime-mover system. If the machine is assumed to be connected to a grid with a voltage  $e$ , through a transmission line with impedance  $Z_t = r_t + jx_t$ , the above differential system must be rewritten as follow:

$$\frac{dx}{dt} = \begin{bmatrix} \hat{A} & \Theta_{n,2} \\ \hat{Q}_{2,n} & R_{2,2} \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} \hat{B} & \Theta_{n,2} \\ \Theta_{2,n} & T_{2,2} \end{bmatrix} u; \quad x^T = [i^T | \omega_m \delta]; \quad u^T = [e^T | T_m 1]; \quad (46)$$

The matrices  $\hat{A}$  and  $\hat{B}$  differ from  $A$  and  $B$  only by the fact that, to calculate them, we need to replace  $r_s$  and  $x_s$  in the vector (37) containing the equivalent-circuit parameters by [1]:

$$\hat{r}_s = r_s + r_t; \quad \hat{x}_s = x_s + x_t \quad (47)$$

In the case of the excitation vector  $u$ ,  $e$  is obtained by replacing the entries  $v_d$  and  $v_q$  in the sub-vector  $e$ , by

$$e_d = e \sin(\delta); \quad e_q = e \cos(\delta); \quad (48)$$

These two new terms result from a procedure known as network interfacing, but no attempt will be made here to explain this nontrivial topic, so important in actual multimachine studies. Since this paper focuses on the basic autonomous machine, the reader is referred rather to more specialized literature [18]. The input voltages in the  $d$  and  $q$  axes are no longer the control input but nonlinear functions of the state variable  $\delta$  and the infinite bus voltage. Also, we observe that the calculation of the matrices  $Q_{2,n}$ ,  $R_{2,2}$  and  $T_{2,2}$  is unchanged. If

the steady-state operation is described by the following vector  $x_s^T = [i_{d,s} \ i_{q,s} \ \omega_{m,s} \ \delta_s]$ , linearization of the system (46) (by means of a Taylor series development [1] around  $x_s^T$ ) gives:

$$\frac{dx}{dt} = Mx_s + Nu_s, \quad M = \begin{bmatrix} \hat{A} & \hat{B}Z_{n,2} \\ T_{2,2}Y_{2,n} & T_{2,2}R_{2,2} \end{bmatrix}; \quad N = \begin{bmatrix} \hat{B} & \Theta_{n,2} \\ \Theta_{2,n} & T_{2,2} \end{bmatrix} \quad (49)$$

with

$$u_s = [0 \ \Delta e, 0 \ \dots 0 \ \Delta T_m \ 0]$$

$$Y_{2,n} = \begin{bmatrix} y_{d1,n,2} & y_{q1,n,2} \\ \Theta_{1,n,2} & \Theta_{1,n,2} \end{bmatrix};$$

$$Z_{n,2} = \begin{bmatrix} z_{d1,2} \\ \Theta_{n,2,2} \\ z_{q1,2} \\ \Theta_{1,n,2} \end{bmatrix} \quad (50)$$

$$y_{d1,n,2} = [(x_{d,q} - \Psi_{q,s}) \ x_{m,q,s} \ \dots \ x_{m,q,s}]; \quad z_{d1,2} = [-\Psi_{q,s} \ r_s \ \cos(\delta_s)] \quad (51)$$

$$y_{q1,n,2} = [(\Psi_{d,s} - x_{d,q,s}) \ -x_{m,q,s} \ \dots \ -x_{m,q,s}]; \quad (52)$$

$$z_{q1,2} = [\Psi_{d,s} \ r_s \ \sin(\delta_s)] \hat{\Psi}_{d,s} = \Psi_{d,s} + x_{d,q,s} = (x_d + x_s)u_{d,s} \quad (53)$$

$$\hat{\Psi}_{q,s} = \Psi_{q,s} + x_{d,q,s} = (x_q + x_s)u_{q,s} \quad (54)$$

When  $r_t = 0$ , the machine is autonomous and possesses a load  $Z_{n,2}$ . To obtain the electrical torque as output, it suffices to compute  $\Delta T_e = Y_{2,n}^T x_s$ , where  $Y_{2,n}^T$  is the first line of  $Y_{2,n}$ . Once the system of Eq. (49) is obtained, the machine can be treated as a linear system and, for the purposes of dynamic-stability studies and control system tuning (e.g. power system stabilizer [23]), eigenvalue analysis and transfer function methods make sense. In simple words, this approach corresponds to Lyapounov's first method for stability assessment [18,24]. To illustrate the use of generalized synchronous models in dynamic-stability investigations, let us consider a numerical application on the Nanticoke machine [16].

### 7.1. Example 1: Stability study with a generalized equivalent-circuit model: the Nanticoke machine case, rotor 3.3

We assumed the generator to be in a steady state, supplying its nominal power to an infinite grid with a stator voltage of 1.17 p.u. and a power factor of 0.85, and furthermore, connected via a transmission line  $Z_t = 0.01 + j0.5$  (p.u.). First, the steady-state operating conditions were determined as usual [1].

$$i_{qm} = -0.95255; \quad i_{dm} = 1.4066; \quad i_{sm} = 0.32207;$$

$$\omega_{sm} = 1; \quad \delta_0 = 0.68994$$

The busbar voltage and rotor angle were respectively evaluated as  $v_{sm} = 0.990907$  and  $\theta_0 = 39.53^\circ$ , with  $H = 7.5$  and  $D = 0$ . The matrix  $M$  of the linearized system of Eq. (49) can be computed using the previous equations. Furthermore, by calling the intrinsic MATLAB function *lin*, we can solve the linearized state equations for the electrical torque response of the synchronous machine following a step disturbance in the field voltage or the mechanical torque. Another MATLAB standard function *ss2tf* allows all transfer functions necessary for AVR and stabilizer design and tuning [23] to be determined in the case of one machine-infinite grid system. This example demonstrates how a simple dynamic-stability problem can be solved entirely when working in our generalized modeling framework.

## 8. Short-circuit analysis with speed variation

The electromechanical behavior of the synchronous machine is completely defined by the non-linear equations listed in Section 7 (Eqs. (43)–(45)). In the analysis of the sudden short-circuit, it is assumed that the machine is in steady state before the short-circuit is applied. These conditions lead us to consider the machine movement as a superposition of two different states:

1. An initial steady state with constant mechanical speed which, at a given time ( $t$ ) produces the following angle of the rotor  $\theta(t) = \omega t + \delta_0$ , where the reference time ( $t_0$ ) corresponds to the moment the short circuit occurs.
2. The transient state due to a short-circuit which causes a mechanical speed variation  $\Delta\omega$  responsible for an increase in the rotor angle  $\Delta\delta(t) = \delta t - \delta_0$ . Therefore, by summing the two contributions we obtain the total rotor angle  $\theta(t) = \omega t + \delta_0 + \Delta\delta(t)$  or equivalently,  $\theta(t) = \omega t + \delta(t)$ .

The control vector, state vector and electrical torque under three-phase short-circuit conditions are respectively:

$$u^T = [0 \cdots 0 \quad e_{qm} \quad 0 \cdots 0 \quad 1];$$

$$x^T = [0 \cdots 0 \quad i_{dm} \quad 0 \cdots \omega_{sm} \quad \delta_0] \quad (55)$$

$$T_e = \Psi_d(t)i_q(t) - \Psi_q(t)i_d(t) + \frac{r_f j^2}{\omega} \quad (56)$$

The MATLAB numerical integration function *ode45* allows all elements of the state vector and the electrical torque to be computed for given characteristics of the machine and the control vector  $u$ . The phase currents are deduced by reverse application of the Park formula.

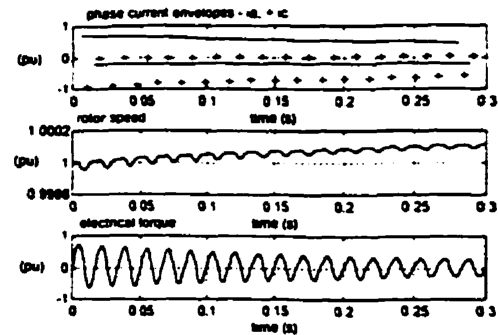


Fig. 2. Machine variables after a 3-phase short-circuit.

### 8.1. Example 2: Short-circuit study with a speed variation and generalized equivalent circuits model: the Nanticoke machine [16]

$e_{qm} = -0.1$ ;  $i_{dm} = 0.5436$ ;  $\delta_0 = 0.68994$ ;  $\omega_{sm} = 1$ ;  $H = 7.5$ ;  $D = 0.001$ . The main results are illustrated in Fig. 2. The mechanical torque is initially turned to compensate for friction losses:  $T_m = D\omega_{sm}$ . It is seen that, with these parameter settings, the short-circuit may cause a significant speed variation, although this dynamic behavior is undetectable by examining the envelope plots only (Fig. 2). Once the transient has vanished, the machine reaches a steady-state short-circuit characterized by a new synchronous speed, defined so as to maintain an equilibrium between  $T_m$  and  $T_e$ .

## 9. Summary and conclusions

In the present article we propose how to facilitate the simulation of autonomous synchronous machines. Our approach does not rely on new concepts. Basically, what is original is the introduction of a new formulation which allows the state and admittance matrices to be expressed concisely in terms of equivalent-circuit parameters and the time constants respectively, independently of the model order. Furthermore, the appropriate organization of these characteristic parameters in two structured vectors, makes it possible to introduce MATLAB prototyping of several procedures which implement the new generalized models for synchronous machines.

What this paper has not done is to show how the generalized machine model can be interfaced with the external network, in a typical multimachine study. We feel that, due to its inherent complexity, this topic needs a paper by itself, although, the Undrill proposal [7] is a good starting point. The another noteworthy topic not dealt with is the saturation problem. As the procedure accounting for this phenomenon is not modified by the

$$i_{d0} = -0.95255; \quad i_{q0} = 1.4066; \quad i_{m0} = 0.32207; \\ r_{pm} = 1; \quad \delta_0 = 0.68994$$

The busbar voltage and rotor angle were respectively evaluated as  $v_{\infty} = 0.990907$  and  $\delta_0 = 39.53^\circ$ , with  $H = 7.5$  and  $D = 0$ . The matrix  $M$  of the linearized system of Eq. (49) can be computed using the previous equations. Furthermore, by calling the intrinsic MATLAB function *lsim*, we can solve the linearized state equations for the electrical torque response of the synchronous machine following a step disturbance in the field voltage or the mechanical torque. Another MATLAB standard function *ss2tf* allows all transfer functions necessary for AVR and stabilizer design and tuning [23] to be determined in the case of one machine-infinite grid system. This example demonstrates how a simple dynamic-stability problem can be solved entirely when working in our generalized modeling framework.

### 8. Short-circuit analysis with speed variation

The electromechanical behavior of the synchronous machine is completely defined by the non-linear equations listed in Section 7 (Eqs. (43)–(45)). In the analysis of the sudden short-circuit, it is assumed that the machine is in steady state before the short-circuit is applied. These conditions lead us to consider the machine movement as a superposition of two different states:

1. An initial steady state with constant mechanical speed which, at a given time ( $t$ ) produces the following angle of the rotor  $\theta(t) = \omega t + \delta_0$ , where the reference time ( $t_0$ ) corresponds to the moment the short circuit occurs.
2. The transient state due to a short-circuit which causes a mechanical speed variation  $\Delta\omega$  responsible for an increase in the rotor angle  $\Delta\theta(t) = \delta t - \delta_0$ . Therefore, by summing the two contributions we obtain the total rotor angle  $\theta(t) = \omega t + \delta_0 + \Delta\theta(t)$  or equivalently,  $\theta(t) = \omega t + \delta(t)$ .

The control vector, state vector and electrical torque under three-phase short-circuit conditions are respectively:

$$u^T = [0 \quad \dots \quad 0 \quad r_{pm} \quad 0 \quad \dots \quad 0 \quad 1]; \\ x_s^T = [0 \quad \dots \quad 0 \quad i_{d0} \quad 0 \quad \dots \quad \omega_{ms} \quad \delta_0] \quad (55)$$

$$T_e = \Psi_d(t) i_q(t) - \Psi_q(t) i_d(t) + \frac{r_d i_d^2}{\omega} \quad (56)$$

The MATLAB numerical integration function *ode45* allows all elements of the state vector and the electrical torque to be computed for given characteristics of the machine and the control vector  $u$ . The phase currents are deduced by reverse application of the Park formula.

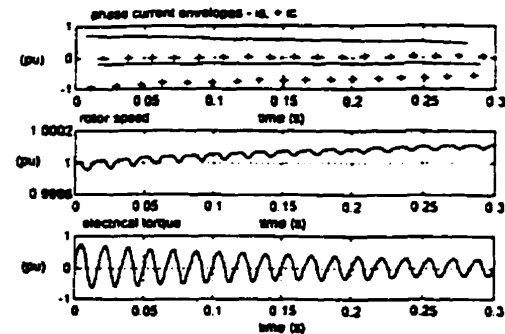


Fig. 2. Machine variables after a 3-phase short-circuit.

### 8.1. Example 2: Short-circuit study with a speed variation and generalized equivalent circuits model: the Nanticoke machine [16]

$r_{pm} = -0.1$ ;  $i_{d0} = 0.5436$ ;  $\delta_0 = 0.68994$ ;  $\omega_{ms} = 1$ ;  $H = 7.5$ ;  $D = 0.001$ . The main results are illustrated in Fig. 2. The mechanical torque is initially turned on to compensate for friction losses:  $T_m = D\omega_{ms}$ . It is seen that, with these parameter settings, the short-circuit may cause a significant speed variation, although this dynamic behavior is undetectable by examining the envelope plots only (Fig. 2). Once the transient has vanished, the machine reaches a steady-state short-circuit characterized by a new synchronous speed, defined so as to maintain an equilibrium between  $T_m$  and  $T_e$ .

### 9. Summary and conclusions

In the present article we propose how to facilitate the simulation of autonomous synchronous machines. Our approach does not rely on new concepts. Basically, what is original is the introduction of a new formulation which allows the state and admittance matrices to be expressed concisely in terms of equivalent-circuit parameters and the time constants respectively, independently of the model order. Furthermore, the appropriate organization of these characteristic parameters in two structured vectors, makes it possible to introduce MATLAB prototyping of several procedures which implement the new generalized models for synchronous machines.

What this paper has not done is to show how the generalized machine model can be interfaced with the external network, in a typical multimachine study. We feel that, due to its inherent complexity, this topic needs a paper by itself, although, the Undrill proposal [7] is a good starting point. The another noteworthy topic not dealt with is the saturation problem. As the procedure accounting for this phenomenon is not modified by the

generalization of models, the reader is referred to current practices [6].

The application of the proposed methods to two non-trivial examples, consisting of turbogenerators with complex rotors (e.g. with three dampers in each axis), confirmed the validity and accuracy of the procedures that we have supplied to pass from the equivalent circuits to the state and admittance matrices and, in certain cases, to the equivalent circuits (i.e. that of a rotor 3.3 or less). Overall, our new formulation of the state equations has shown itself to be fairly promising for prediction of electromechanical transients and the eigenvalue analysis of synchronous machines connected to a grid, when complex equivalent-circuit models are involved.

Interestingly enough, it has become quite easy to compute short-circuit oscillograms with the machine speed varying, even if eddy currents are present, their net effect being modeled by a number of equivalent rotor coils. Although speed variation during short circuits is not an issue for graphically oriented computer-based analysis, it is still a serious problem which may hamper the widespread use of least-square-based and maximum-likelihood estimation schemes. Work is now under way to enhance identification procedures in [13], using the more rigorous treatment of speed variation.

## References

- [1] P.M. Anderson, A.A. Fouad, *Power System Control and Stability*, IEEE Press, Piscataway, NJ, 1994.
- [2] J.M. Canay, Modeling of alternating currents machines having multiples rotor circuits, *IEEE Trans. Energy Conv.*, EC-8 (2) (1993) 272-279.
- [3] I. Kamwa, P. Viarouge, H. Le-Huy and J. Dickinson, A frequency-domain maximum likelihood estimation of synchronous machine high-order models using SSFR test data, *IEEE Trans. Energy Conv.*, EC-7 (3) (1992) 525-536.
- [4] P. Dandeno, M.R. Iravani, Third order turbogenerator electrical stability models with applications to subsynchronous resonances studies, *IEEE Trans. Energy Conv.*, EC-10 (1) (1995) 78-86.
- [5] P. Kundur, *Power System Stability and Control*, McGraw-Hill, New York, 1994.
- [6] IEEE Std 1110, *Guide for synchronous generator modeling practices in stability analysis*, 1990.
- [7] J.M. L'abrid, Structure in the computation of power-system nonlinear dynamic response, *IEEE Trans. Power Appur. Syst.*, P-45-85 (1) (1994) 1-6.
- [8] IEEE Task Force on Definition (P.L. Dandeno, Chairman), Current usage and suggested practices in power system stability simulations for synchronous machines, *IEEE Trans. Energy Conv.*, EC-7 (1) (1992) 77-79.
- [9] A. Lewis, A basic analysis of synchronous machines part I, *IEEE Trans. Power Appur. Syst.*, 77 (1958) 436-456.
- [10] I. Kamwa and M. Farzaneh, Data translation and order reduction for turbine-generator models used in network studies, *IEEE PES Summer Meet., Denver, Colorado, U.S.A., July 25-Aug 1, 1996*, Paper 96 SM 354.1 EC.
- [11] ANSI IEEE Standard 115-1983, *IEEE Guide: test procedures for synchronous machines* (reaffirmed in 1991).
- [12] Harrington, J.I. Whittles, The analysis of sudden short-circuit oscillograms of steam turbine generators, *Trans. AIEE*, 79 (1959) 551-565.
- [13] I. Kamwa, P. Viarouge and R. Mahfoudi, Phenomenological models of large synchronous machines from short-circuit test during commissioning—A classical modern approach, *IEEE Trans. Energy Conv.*, EC-9 (1) (1994) 85-97.
- [14] I. Kamwa, P. Viarouge, M. Pilote, B. Mpanda Mabwe, M. Crappe and R. Mahfoudi, Experience with computer-aided graphical analysis of sudden-short-circuit oscillograms of large synchronous machines, *IEEE Trans. Energy Conv.*, EC-10 (3) (1995) 407-414.
- [15] P.J. Turner, D.C. MacDonald and A.B.J. Reece, The D.C. decay test for determining synchronous machine parameters: measurements and simulations, *IEEE Trans. Energy Conv.*, EC-4 (4) (1989) 616-623.
- [16] P.L. Dandeno, A.T. Poray, Development of detailed turbogenerator equivalent circuits from standstill frequency responses measurements, *IEEE Trans. Power Appur. Syst.*, P-45-102 (1981) 1625-1633.
- [17] S.D. Umans, J.A. Mallick and G.L. Wilson, Modeling of solid rotor turbogenerator (in two parts), *IEEE Trans. Power Appur. Syst.*, P-45-97 (1981) 269-291.
- [18] Y. Yu, *Electric Power System Dynamics*, Academic Press, 1983.
- [19] B. Adkins, R.G. Harley, *The General Theory of Alternating Current Machines*, Chapman and Hall, London, 1975.
- [20] M.L. Waring and S.B. Cray, Operational impedances of a synchronous machine, *General Electric Review*, 35 (11) (1932) 578-582.
- [21] I. Kamwa, P. Viarouge, H. Le-Huy and J. Dickinson, The three transfer function approach for building phenomenological models of synchronous machines, *Proc. IEE Gener. Transm. Distrib.*, 141 (2) (1994) 89-98.
- [22] B.M. Shahian, M. Hassal, *Control System Design using MATLAB*, Prentice Hall, 1993.
- [23] E.L. Busby, J.D. Hurley, F.W. Keay and C. Raczowski, Dynamic stability improvement at Monticello station—analytical study and field tests, *IEEE Trans. Power Appur. Syst.*, P-45-46 (3) (1979) 889-901.
- [24] D. Ewart, F.P. de Meilo, Digital computer program for the automatic determination of dynamic stability limits, *IEEE Trans. Power Appur. Syst.*, P-45-86 (7) (1990) 867-875.

**Annexe II: Article no.2****Numerical Modeling and Simulation of Unsymmetrical Transients on  
Synchronous Machines with Neutral Included**

**R. Wamkeue, (*StM*)      I. Kamwa, (*M*)      X. Daï-Do, (*SM*)**

Paru dans

**Electric Machines and Power Systems, vol. 26, no.1, pp.93-108 January 1998**

---

## NUMERICAL MODELING AND SIMULATION OF UNSYMMETRICAL TRANSIENTS ON SYNCHRONOUS MACHINES WITH NEUTRAL INCLUDED

---

R. WAMKEUE (\*), I. KAMWA (\*\*), X. DAÏ-DO (\*)

(\*) *Ecole Polytechnique de Montréal, Département de  
Génie Électrique et Informatique*

(\*\*) *Institut de Recherche d'Hydro-Québec,  
1800 boulevard Lionel-Boulet, Québec, J3X 1S1*

### ABSTRACT

*"The synchronous-machine models presented in the literature often depend on the applications contemplated by their authors. Various particular points in the machine's behavior such as arbitrary number of dampers, the Canay reactance in the d-axis and zero-sequence axis, have been presented by different authors. In general, for several applications and, in particular for time-domain parameter identification, only linear models with constant rotor speed and symmetrical transients tests are used. These models are not appropriate for the analysis of unbalanced transients with speed variation. What we propose in this paper, with a simple albeit general mathematical formulation, is an improved synchronous-machine model. The improvement is achieved by including the neutral of the machine, the Canay reactance in both d and q axes and the zero-sequence component of Park's reference frame into known models. Using this complete model, we develop a simple and appropriate method for numerical modeling of both symmetrical and unsymmetrical transients of synchronous motors and alternators. As applications, all short-circuits at the machine terminals are presented and simulated using a turbine-machine model with three equivalent damper windings per axis.*

### 1. INTRODUCTION

For a long time linear identification tests dominated the specialized synchronous machine literature. A need for optimal-parameter identification tests promoted serious research into several tests which might help to accurately model the machine. This explains today's strong interest in on-line parameter identification tests, including all the nonlinearities of the machine. The three-phase sudden short-circuit test, with its simple implementation and ability to give valuable information on the machine parameters, used to be very successful but, more recently, ambivalent problems in the parameters have shaken confidence in the three-phase short-circuit test and are still without real answers (Kamwa et al. 1991 and 1994). Among other things it is always difficult to explain the



effect of sequential circuit breaker-closing on estimated machine parameters in the identification scheme (Sriharan et al. 1977).

Henceforth, it will be imperative to search for other tests, such as line-to-neutral short circuits, which do not cause the preceding problems (Jin-ChenWang et al. 1994). One remaining difficulty is the fact that the literature provides very poor or no information at all on numerical models of unsymmetrical faults on synchronous machines using a space state model for parameter identification studies. Many block diagrams for synchronous-machine models have been developed. A  $d$ - $q$  numerical modeling of unsymmetrical short-circuit tests has been performed by Boldea and Nasar. (1995), for ungrounded machines (i.e. without neutral impedance). Krause. (1995), proposed numerical techniques to simulate unsymmetrical synchronous machine faults by computing machine equations directly. However, this method, relatively complex to implement, is not appropriate for machine parameter estimation procedures although it can be used for armature current prediction after the fault. Otherwise, Krause assumes the existence of the machine neutral without clearly showing how this neutral becomes involved in the Park equations, its relation with the zero-sequence axis, and its influence on short-circuit faults.

This work is structured as follows: In section 2 we develop an appropriate state space synchronous-machine model in a general matrix form, in which we include not only rotor speed variation, but the machine neutral model, the zero-sequence axis and Canay reactances in both  $d$ - and  $q$ - axes. We then propose, in commented algorithm form in section 3, a numerical method to analyze and simulate all the synchronous machine's symmetrical and unsymmetrical transients with voltage control using the proposed model. Lastly in section 4, we apply our method to simulate machine faults occurring on a seventh-order turbine-generator.

## 2. MACHINE MODEL

### 2.1 Park model of the machine neutral

The neutral connection of the machine is shown in Figure 1. Appropriate selection of the switches allows the desired test to be obtained on the synchronous machine. The switch  $k_n$ , when closed ( $k_n=1$ ), denotes a grounded machine and, when open ( $k_n=0$ ), a nongrounded machine. The total flux and the voltage of the winding  $y$  of the machine terminal are given by equation (1), where the sign of current  $i_y$  depends on the convention given in the nomenclature

$$\psi_y = \sum_z x_{yz} \hat{i}_z - (\phi_y)_r \quad (1a)$$

$$v_y = r_y i_y - p(\psi_y) - v_n \quad (1b)$$

$(\phi_y)_r$  is the rotor flux contribution with a constant sign, since the rotor is a receiver and its expression has no armature current (Chatelain, 1983). The neutral voltage  $v_n = r_n \hat{i}_n - x_n p(\hat{i}_n)$  is obtained by Ohm's law application in Figure 1, with the neutral current

$i_n = i_a + i_b + i_c$  and  $p = \frac{d}{dt}$ . The previous voltage equations are summarized in matrix form as follows

$$V_n = r_n \hat{i}_{abc} - x_n p(\hat{i}_{abc}) \quad (2a)$$

$$v_{abc} = R \hat{i}_{abc} - p(\psi_{abc}) - V_n \quad (2b)$$

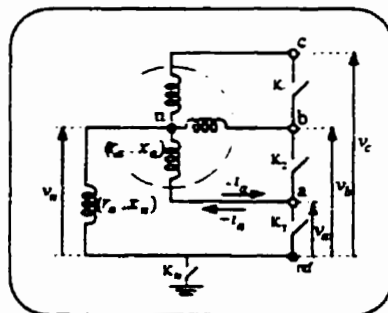


FIGURE 1. Machine armature

$$V_{(dqh)_n} = [v_{nd} \ v_{nq} \ v_{nh}]^T = (r_n - p x_n) P [i_n \ i_n \ i_n]^T = [0 \ 0 \ r_n i_n - x_n p(i_n)]^T \quad (3)$$

Matrices  $J$  and  $R$  are defined in the APPENDIX. The equivalent of the neutral vector of equation (2) in the Park reference frame denoted  $v_{(dqh)_n}$  is computed using Park transformation matrix also given in the APPENDIX. Equation (2) shows that the Park's transformation of the neutral contains only the zero-sequence component  $v_{n0} = v_n$ . The neutral-voltage expression is unchanged in the Park zero-sequence axis. The neutral current and zero-sequence current are in phase ( $i_h = \frac{1}{3} i_n$ ). Equation (3) yields to the neutral equivalent model of Figure 2. When the neutral impedance is short-circuited, the zero-sequence voltage is given by (Krause et al, 1995)

$$v_{nh} = v_{h0} = r_a i_h - x_a p(i_h) \quad (4)$$

In practice the zero-sequence current cannot be evaluated in absence of the neutral ( $z_n = \infty$ ) but can be theoretically predicted by  $i_h = \frac{1}{3}(i_a + i_b + i_c)$ .

## 2.2 Equivalent circuits of synchronous machine

Using Park's transformation (Park, 1929), the principal synchronous-machine windings can be represented in the  $(d, q, h)$  reference frame as shown in Figure 3. By closely examining this figure, we can derive the machine's electrical equations.

### 2.2.1 Flux equations

The flux crossing a given winding  $\mu$  of Figure 3 can be written  $\psi_\mu = (\psi_\mu)_s - (\psi_\mu)_r$ , where  $(\psi_\mu)_s$  and  $(\psi_\mu)_r$  are respectively armature and rotor contribution of flux  $\psi_\mu$ . Therefore, the machine flux equations become

$$\psi_\mu = x_{\mu d} \hat{i}_d - \sum_{\beta \in Md} x_{\mu\beta} \beta, \quad (\mu \in Md, \beta \in Md - \{d\}) \quad (5)$$

$$\psi_{\mu'} = x_{\mu'q} \hat{i}_q - \sum_{\beta' \in Q_j} x_{\mu'\beta'} \beta', \quad (\mu' \in Mq, \beta' \in Q_j) \quad (6)$$

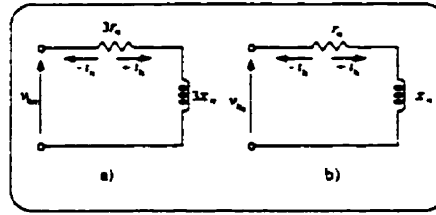


FIGURE 2. (a) Park equivalent circuit of machine neutral, (b) Zero-sequence equivalent circuit with  $(z_n = 0)$

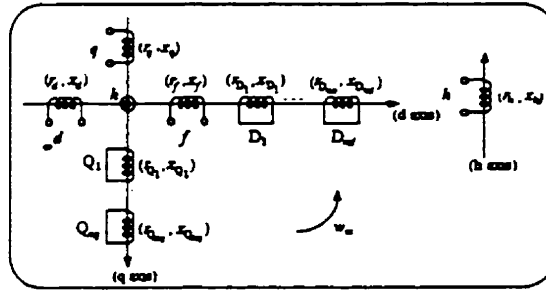


FIGURE 3. Synchronous-machine representation in Park reference frame

$$\psi_{\mu^*} = x_{\mu^*} \hat{i}_{\mu^*}, \quad \mu^* \in \{h\} \quad (7)$$

Since the zero-sequence current and neutral current are in phase, the zero-sequence reactance  $x_h = (3x_n - x_a)$ . It is important to highlight that the sign of  $(\psi_\mu)_r$  in this formulation has remained constant, since the rotor is the receiver. Only the sign of  $(\psi_\mu)_s$  can vanish, whether the machine is an alternator or a motor.

### 2.2.2 Voltage equations

As for the flux equations, we can define the voltage across each of the main windings in Figure 3 (Krause et al, 1995)

$$v_d = r_d \hat{i}_d + \frac{1}{\omega_n} p \psi_d - \omega_m \psi_q \quad (8)$$

$$v_q = r_a \hat{i}_q - \frac{1}{\omega_n} p \psi_q - \omega_m \psi_d \quad (9)$$

$$v_h = r_h \hat{i}_h - \frac{1}{\omega_n} p \psi_h = v_{hn} - v_{hc} = v_h = (3r_n - r_a) \hat{i}_h - (3x_n - x_a) p(\hat{i}_h) \quad (10)$$

$$v_\mu = r_\mu \hat{i}_\mu - \frac{1}{\omega_n} p \psi_\mu, \quad \mu \in Mr \quad (11)$$

$$v_\mu = 0, \quad (\mu \in Ma) \quad (12)$$

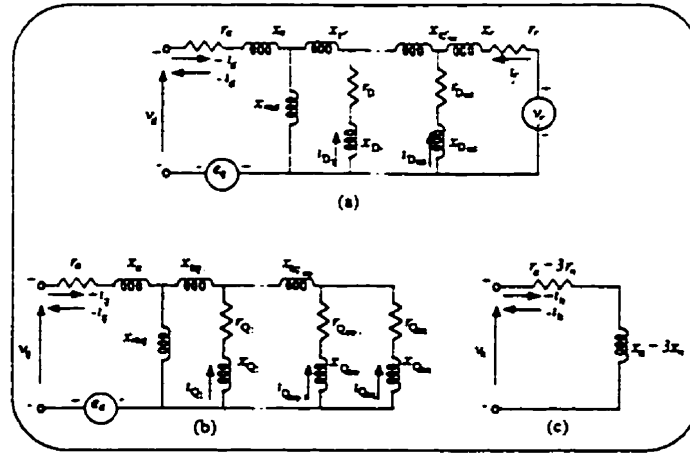


FIGURE 4. Park equivalent circuit of synchronous machine

(a)  $e_q = -\omega_m \psi_q$ ; (b)  $e_d = \omega_m \psi_d$

The relations between the various inductances due to current-flux coupling are given in the APPENDIX. We can therefore derive a complete synchronous-machine equivalent circuit in the Park ( $d, q, h$ ) reference frame of Figure 4. Canay reactance are added in  $d$ - and  $q$ - axes equivalent circuits in order to have accurate frequency effects for frequency domain studies (Kamwa, 1994).

### 2.2.3 Electromechanical equations

By defining the derivative and coupling-axis matrices  $\Delta$  and  $\Xi$  as follows

$$\Delta = \frac{p}{\omega_n} I_{n+3}; \quad \Xi = \omega_m \begin{bmatrix} \Xi & \mathbf{0}_{3,n} \\ \mathbf{0}_{n,3} & \mathbf{0}_{n,n} \end{bmatrix}; \quad \Xi = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (13)$$

and organizing the above flux and voltage equations in matrix form, the electromechanical equations of the machine are given by

$$\begin{bmatrix} \dot{\Psi}_s \\ \dot{\Psi}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta X_s & X_{sr} \\ \Delta X_{sr}^T & X_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_s \\ i_r \end{bmatrix} \quad (14a)$$

$$\begin{bmatrix} v_s \\ v_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_s & 0_{3,n} \\ 0_{n,3} & r_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_s \\ i_r \end{bmatrix} - [\lambda - H] \begin{bmatrix} \psi_s \\ \psi_r \end{bmatrix} \quad (14b)$$

$$p(\omega_m) = \frac{1}{2H} (T_m - T_e - D\omega_m) \quad (15)$$

$$p(\delta) = \omega_n (\omega_m - 1) \quad (16)$$

where  $\omega_n$  and  $\omega_m$  are respectively the rated frequency (rad/s) and the rotor speed of rotation in (p.u).  $T_m$  is mechanical torque applied in the positive  $\omega_m$  direction,  $H$  is equivalent inertia in MW-s/MVA,  $D$  is the friction coefficient. The submatrices,  $x_s$ ,  $x_r$ ,  $x_{sr}$ ,  $r_s$ ,  $r_r$ , and  $r_{sr}$  are defined in the APPENDIX,  $0_{3,n}$  is  $3 \times n$ -order zero matrix. The electrical torque  $T_e$  is computed using the total active power  $P_e$ , supplied (alternator) or consumed (synchronous motor) by the machine. Its expression is given by the equation below, since operation can be unbalanced or not:

$$T_e = \frac{P_e}{\omega_m} = \frac{1}{\omega_m} (v_d \hat{i}_d - v_q \hat{i}_q - v_c \hat{i}_c) \quad (17)$$

Eliminating phase variables in terms of  $dqh$  components using inverse Park transformation matrix listed in the APPENDIX, we have

$$T_e = \frac{1}{\omega_m} (v_d \hat{i}_d - v_q \hat{i}_q - 2v_h \hat{i}_h) \quad (18)$$

The equation (18) using the orthogonal inverse Park matrix becomes  $T_e = \frac{1}{\omega_m} (v_d \hat{i}_d + v_q \hat{i}_q - v_h \hat{i}_h)$ . With such orthogonal transformation matrix, the power has the advantage to be invariant, but it presents several disadvantages in the per-unit system translation discussed by (Kundur, 1994). The dc offset in the phase currents can be eliminated in dynamic performance of the machine by removing the transformer voltage terms  $p\psi_d$ ,  $p\psi_q$ , and  $p\psi_h$  in the voltage equations (8-10) (Kundur, 1994). By substituting the resulted voltage equations in (19), we obtain

$$T_e = v_d \hat{i}_q - v_q \hat{i}_d - (r_a \hat{i}_d^2 - r_a \hat{i}_q^2 - 2r_h \hat{i}_h^2) / \omega_m \quad (19)$$

or in matrix form

$$T_e = i^T G_i i \quad (20)$$

where the torque matrix  $G_i$  is defined in the APPENDIX.

## 2.2.4 Analogy of the zero-sequence in Park's theory and Fortescue's Theory

We should emphasize that our goal is not to compare Park's theory and Fortescue's theory. We are well aware that they are different, but because our study will deals with unsymmetrical faults on machines, which is one of application fields of

Fortescue's theory and the implication of the zero-sequence in both theories, we are trying to establish a relation between the zero-sequence in two theories. This sometimes creates confusion: some authors say the two are not identical (Barret, 1982) while others have the opposite opinion (Krause, 1995) but none clearly justify their positions. Let us now find the machine neutral model in the Fortescue theory. The symmetrical components of the neutral of phase  $a$  is given by (Fortescue, 1918)

$$V_{(a)20}_n = F^{-1} V_n = (r_n - px_n) F^{-1} \begin{bmatrix} \hat{i}_n \\ \hat{i}_n \\ \hat{i}_n \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & r_n \hat{i}_n - x_n p(\hat{i}_n) \end{bmatrix}^T \quad (21)$$

As in section 2.1 we have  $v_{a1n}=0$ ,  $v_{a2n}=0$  and  $v_{a0n} = 3r_n \hat{i}_{0f} - 3x_n p(\hat{i}_{0f})$ , where  $\hat{i}_{0f} = \frac{1}{3}(\hat{i}_a + \hat{i}_b + \hat{i}_c) = \frac{1}{3}\hat{i}_n$ .

To compute the corresponding values in phases  $b$  and  $c$ , we have the following relations (Fortescue, 1918).

$$v_{b1n} = \sigma^2 v_{a1n} = 0; v_{c1n} = \sigma v_{a1n} = 0; \quad (22a)$$

$$v_{a0n} = v_{b0n} = v_{c0n} = 3r_n \hat{i}_{0f} - 3x_n p(\hat{i}_{0f}) \quad (22b)$$

$F$  and  $\sigma$  are listed in the APPENDIX. We can also define the predicted zero-sequence voltage  $v_{0f0} = r_n \hat{i}_{0f} - x_n p(\hat{i}_{0f})$  in the case of a short-circuit of neutral impedance. Knowing this set of equations, we can draw the equivalent Fortescue zero-sequence circuit model of Figure 5. By comparing 5.(a) and 4.(c) in this figure, it is clear that they are identical in representation and have identical impedance circuits at fundamental frequency or when the control voltages and currents are sinusoidal. The impedance of the zero-sequence circuit is  $Z_h = Z_0 = 3x_n + z_n$ . The difference comes from the nature of the voltages and currents, which in Fortescue's theory may be sinusoidal, allowing the complex representation to be used to compute the zero-sequence impedance. This shows that, when the control voltages and currents are sinusoidal, zero-sequence axis is the same in the two theories. This assumption will be supposed satisfied in our study. We can then use some results of symmetrical-component transformation relative to the neutral-impedance position, normally known as system grounding.

The purpose of system grounding is to control ground fault currents, reduce transient overvoltages and minimize shock hazards to personnel. According to the value of the neutral impedance, system grounding is generally standardized into four different categories, which fall into two groups. The first group (Saint-Pierre, 1985) consists of Ungrounded and high-resistance neutral grounded systems. In ungrounded systems, there is no intentional connection to ground. In high-resistance neutral grounded systems, ground impedance has a high resistance value. These two categories of grounding system can be modeled by taking  $z_n = \infty$ . The equivalent zero-sequence model is given by Figure 5 (b). In this case, the zero-sequence axis of the Park reference frame is not necessary. Many authors generally use the Park theory in this case.

The second group also comprises two system grounding methods, solidly grounded neutral systems and low-resistance neutral grounded systems. The former is characterized by the neutral point of the generator being connected directly to ground without any intentional impedance ( $z_n=0$ ). Reactance grounding is used through a generator, but a small reactor is added in the neutral of the generator so that the line-to-line fault level will not be greater than the three-phase fault level, the highest for which the machine is designed. In low-resistance neutral grounding system, a low-value resistor is inserted in the neutral connection to ground. In this second group, the machine neutral impedance is present and its value is low, although not quite zero. This group is appropriate for our study with the switch ( $k_n=1$ ) in Figure 1. It is clear that a realistic model of Park zero-sequence axis for wye-connected machine is that given in (10).

### 2.3 State space machine model

The electromechanical equations (14-16) and (20) can be organized as follows

$$p(x) = A \cdot x + B \cdot u \quad (23)$$

where

$$A = \begin{bmatrix} a & 0_{n+3,2} \\ Z_{2,n+3} & R_{2,2} \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} b & 0_{n+3,2} \\ 0_{2,n+3} & X_{2,2} \end{bmatrix} \quad (24)$$

with

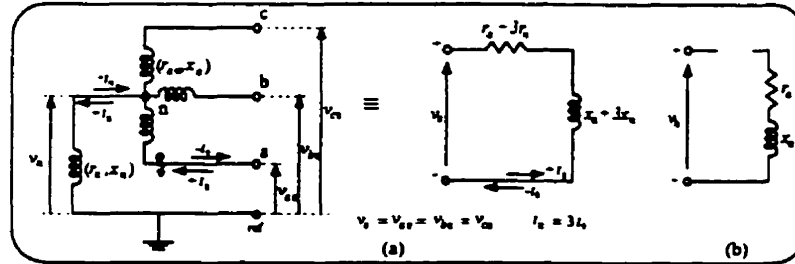


FIGURE 5. a) Zero-sequence Fortescue circuit; b) Zero-sequence circuit with high neutral impedance

$$a = -\omega_n \begin{bmatrix} \sigma_s & 0_{3,n} \\ 0_{n,3} & r_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon X_s & X_{sr} \\ \epsilon X_{sr}^T & X_r \end{bmatrix}^{-1} - W^T; \quad b = \omega_n \begin{bmatrix} \epsilon X_s & X_{sr} \\ \epsilon X_{sr}^T & X_r \end{bmatrix}^{-1} \quad (25)$$

and

$$x = [i_s \quad i_r \quad \omega_m \quad \delta]^T; \quad u = [v_s \quad v_f \quad T_m \quad 1]^T \quad (26)$$

Equation (25) defines the state matrices of linear system given by (14), while (26) yields the state and the control vectors. All the other submatrices are defined in APPENDIX. The integer  $n=nd+nq+1$  is the number of rotor windings. The system submatrices of equations (24-25) are built using the machine parameter vector defined in equation (27).

$$(27)$$

### 3. Three-phase unbalanced fault studies

### 3.1 Principle of tests

Our aim in this paper is not to perform an analytical analysis of three-phase unbalanced faults, which are largely commented in (Ching et al 1954 and Doherty and al 1928). We focus on the practical detailed analysis of these faults, showing how tests corresponding to the aforementioned faults can be numerically conducted so that the machine behavior during a fault is correctly reflected by the simulation results. Prior to fault application, the machine voltages are symmetrical and their expressions for any instant  $t$  are:  $v_a = v_1$ ,  $v_b = v_2$  and  $v_c = v_3$ , where  $v_p = v_m \sin(\omega_n t - \frac{2}{3}(p-1)\pi)$ ,  $p=1,2,3$ .

#### Balanced three phase short-circuit

$$k_1 = k_2 = k_3 = 1; \text{ OR } v_a = v_b = v_c = v_{ref} = 0 \quad (28)$$

#### Line-to-neutral short-circuit

$$k_1 = k_2 = 0, k_3 = 1. \\ \text{OR } (v_a = v_{ref} = 0) \Leftrightarrow (v_a = 0, v_b = v_2, v_c = v_3) \quad (29)$$

$$\theta = \begin{bmatrix} r_\mu & x_\mu & x_{md} & x_{lf_1} & x_{mq} & x_{kq_j} & D & H & \delta_0 \end{bmatrix}, (\mu \in M) \quad \text{Line-to-line short-circuit} \\ \Leftrightarrow k_1 = k_3 = 0, k_2 = 1 \text{ OR}$$

$$(v_a = v_b) \Leftrightarrow (v_a = v_1; v_b = v_1; v_c = v_3) \\ \text{OR } (v_a = v_2, v_b = v_2; v_c = v_3) \quad (30)$$

#### Line-to-line-to-neutral short-circuit

$$k_1 = 0, k_2 = k_3 = 1 \\ \text{OR } v_a = v_b = v_{ref} = 0; v_c = v_3 \quad (31)$$



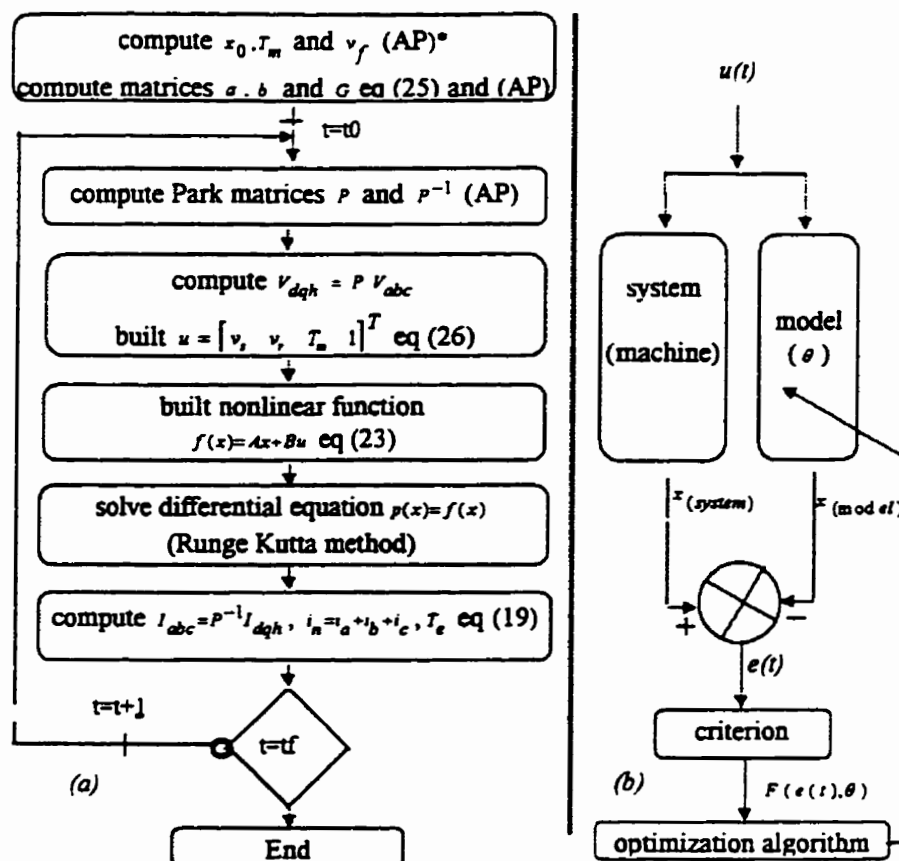


FIGURE 6. Numerical procedure for analyzing synchronous-machine tests with voltage control (a) Simulation of machine variables, (b) Parameter identification. (\*) AP for APPENDIX

### 3.2 Fault analysis-numerical method

The method for numerically analyzing symmetrical and unsymmetrical short-circuit tests occurring on synchronous machines is well developed by the flow-chart of Figure 6 (a), using the previous nonlinear model (24) and parameter vector (27). A numerical algorithm such as the 4-order Runge Kutta method will be chosen to solve the nonlinear system and obtain the machine variables. If the actual test of the given machine is known, the parameter vector  $\theta$  can be identified by means of an optimization algorithm, by minimizing a criterion function of prediction or output error as shown in Figure 6 (b).

## 4. APPLICATION

Short-circuit tests were made on a 3-phase, 60-Hz, turbine-generator running at  $V_t=1$ ,  $I_t=0.5$  with a power factor of 0.85 lagging. The machine parameters are given in

Table 1. Using formula of APPENDIX and the machine parameters we compute the initial steady-state conditions.

$$\begin{aligned} \bar{i}_a &= 0.5 \angle -31.79^\circ; \quad \bar{e}_a = 1.88 \angle 31.27^\circ; \quad i_{d0} = -0.0045; \quad i_{q0} = 0.5; \quad v_{q0} = 0.855; \\ i_{f0} &= 0.3970; \quad T_m = 0.319; \quad v_f = 0.0005; \quad v_{d0} = -0.0045 \end{aligned}$$

TABLE 1. Machine parameters

$x_a$	0.00189	$x_a$	0.260	$r_{Q1}$	0.009104	$x_{md}$	2.128	$x_{kq2}$	0.0
$r_f$	0.00126	$x_f$	0.1140	$r_{Q2}$	0.022907	$x_{mq}$	2.038	$D$	0.001
$r_{D1}$	0.01116	$x_{D1}$	0.7746	$r_{Q3}$	0.2154	$x_{kf1}$	0.0	$H$	7.5
$r_{D2}$	0.01267	$x_{D2}$	0.1662	$x_{Q1}$	1.409	$x_{kf2}$	0.0		
$r_{D3}$	0.1595	$x_{D3}$	0.01029	$x_{Q2}$	0.4459	$x_{kf3}$	0.0		
$r_n$	0.0002	$x_n$	0.062	$x_{Q3}$	0.1218	$x_{kq1}$	0.0	$f_n$	60

#### 4.1 Simulation results

The simulation results are illustrated in the Figures 7-10. The duration of the simulation was 0.3 s since only the first instants of fault are of interest for the identification scheme and the fault level prediction for calibration of circuit-breakers. The three-phase short-circuit simulation results for alternator operation are given in Figure 7. The neutral current is zero, since the fault is symmetrical. The behavior of the zero-sequence current shows here the proof for the good fit of this test. The results obtained are for simultaneous short-circuit modeling (ideal), which does not reflect what occurs in reality. In practice, each phase of a circuit breaker normally closes with a delay compared to the others because of the resistor inserted to avoid circuit-breaker operating overvoltages. There is an important change in speed (2% to 4%), a situation which can cause asynchronous behavior of the machines and affect armature currents. In general, short-circuits on low-reactance turbine generators can produce electrical torques sometimes reaching peaks that are 20 times the normal torque. In the absence of a speed regulator, this value is even higher increases (Kirschbaum, 1945). The presence or not of the neutral connection does not modify this test since the zero-sequence voltage and current are zero. Figures 7 to 10 show that all faults have the same harmonic number in the torque (second harmonic), which is normally due to salient poles of the synchronous machine. The second harmonic is very low in three-phase short-circuit torque. In this case, its presence depends on the discrepancy between the subtransient reactances  $x_d''$  and  $x_q''$  of the  $d$ -axis and  $q$ -axis, since the magnitude of the second harmonic electrical torque

is proportional to  $\frac{V_t}{2} \left( \frac{1}{x_d''} - \frac{1}{x_q''} \right)$ , where  $V_t$  denotes the terminal voltage in p.u (Barret,

1982). In Figures 8 to 10, the behavior of the neutral current is a sine of constant magnitude, since the zero-sequence voltage is also sinusoidal. The synchronous machine neutral impedance helps to control the overvoltages and for the protection of the equipment and

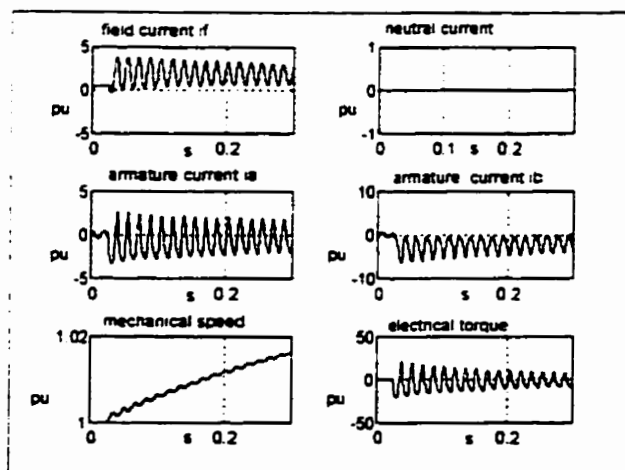


FIGURE 7. Synchronous-generator three-phase short-circuit variables

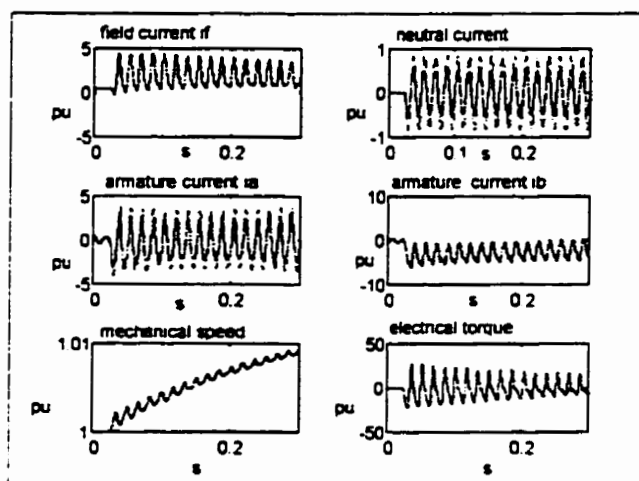


FIGURE 8. Synchronous-generator phase-to-neutral short-circuit variables

— ( $z_n = 0.002 - j0.062$ ), — ( $z_n = 0$ )

personnel. When the neutral impedance is short-circuited (full lines, Figures 8 and 9), the phase  $a$  current increases and, also, the neutral current. During a phase-to-phase short-circuit, the phase  $a$  and, the neutral currents are higher than other currents. However this effect is limited to the magnitudes of armature currents, with little impact on the rotor speed. The currents must be limited by choosing a suitable neutral-impedance value so that their magnitude does not exceed the three-phase short-circuit level.

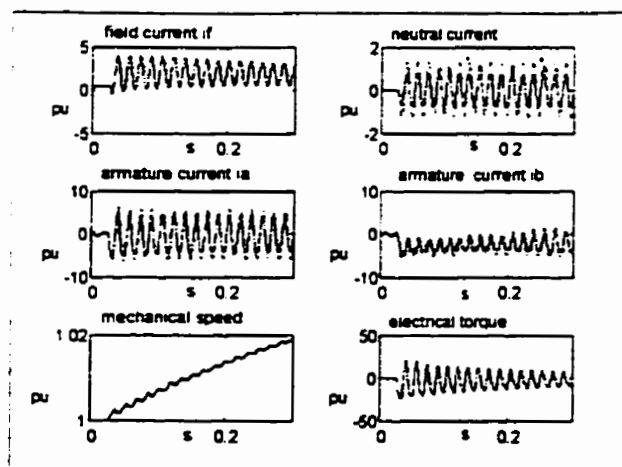


FIGURE 9. Synchronous-generator phase-to-phase short-circuit variables

— ( $x_n = 0.002 + j0.062$ ), --- ( $x_n = 0$ )

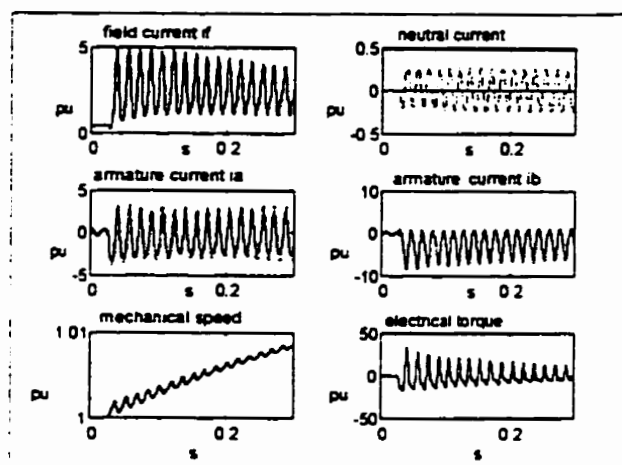


FIGURE 10. Synchronous-generator phase-to-phase-to-neutral short-circuit variables

--- ( $z_n = 0.002 - j0.062$ ), — ( $z_n = j100$ )

For the high-impedance grounded system in Figure 10, the zero-sequence component does not affect the armature machine behavior, since the zero-sequence current (or neutral current) is forced to zero by a high neutral impedance. It is clear that in this context synchronous machines only can be modeled in the  $d$  and  $q$  axes. Nowadays, however, this system grounding is approved (Saint-Pierre, 1985) only for low-voltage systems, since high-impedance grounded systems are dangerous for personnel and equipment, because of overvoltages. The neutral fault voltage connection is equal to the terminal voltage. It should be pointed out that other faults present the same number of time constants as typical three phase short-circuits (Barret, 1982 and Adkins, 1954) and can therefore be used without any loss of generality for machine parameter identification. The phase-to-neutral short-circuit in particular seems to be the test more indicated for

parameter identification, since the currents level is lower than for other faults. In addition, as mentioned above, it does not cause the sequential circuit-breaker closing problem of the three-phase short-circuit test.

## 5. CONCLUSION

This paper has presented a new approach to model the synchronous-machine (alternator or synchronous condenser and motor) in global state space form taking into account the Canay reactances in both the  $d$ - and  $q$ - axes, the rotor speed variation and the neutral connection of the machine. We also propose a method to analyze the synchronous-machine transients using the control voltages. This technique can be used equally well to compute the unbalanced steady-state test, in frequency response tests for voltage supply with harmonics, to compute the current response analysis for a reverse-voltage sequence supply, and so on. The approach is practical for the machine's parameter estimation scheme, with the advantage that the zero-sequence axis parameters and mechanical constants can be identified in our generalized framework. The efficiency of the method is reflected in the simulation results of short-circuit tests. However, this method is not appropriate when the voltages are not controlled and when the current form is imposed by the load connected to the machine (i.e. power electronic device). A practical example of parameter identification with our method could be interesting if actual test data were available.

## NOMENCLATURE

(all symbols in per unit)

$y, z$	armature variable windings in the $(a, b, c)$ reference frame
$\mu, \beta$	machine winding variables
$M = \{d, f, D_1, q, Q, h\}$	machine windings
$M_s = \{d, q, h\}$	stator windings
$M_r = \{f, D_1, Q_1\}$	rotor windings
$M_d = \{d, f, D_1\}$	$d$ -axis windings
$M_q = \{q, Q_1\}$	$q$ -axis windings
$M_a = \{D_1, Q_1\}$	dampers windings
$M_h = \{h\}$	zero-sequence winding
$i = 1 \dots nd$	rank of damper $D_1$
$j = 1 \dots nq$	rank of damper $Q_1$
$x_\lambda$	inductance of coil $\lambda$
$x_{\lambda r} = x_{r\lambda}$	$(\lambda, r)$ mutual inductance and $(\lambda, r)$ self inductance
$x_{\lambda f}$	$i$ th Canay inductance in $d$ -axis
$x_{kq_j}$	$j$ th Canay inductance in $q$ -axis, $j = 1 \dots nq - 1$
$x_\lambda$	current crossing coil $\lambda$
$\hat{x}_\lambda = \xi x_\lambda$	$\xi = -1$ for an alternator and $\xi = 1$ for a motor

$z_n$	neutral variable $g$ in the $(a,b,c)$ reference frame
$v_n = [v_n \ v_n \ v_n]^T$	neutral voltage vector in the $(a,b,c)$ reference frame
$v_{(dqh)_n} = [v_{nd} \ v_{nq} \ v_{nh}]^T$	neutral voltage vector in the $(d,q,h)$ reference frame
$z_{abc} = [z_a \ z_b \ z_c]^T$	$g$ can denote current, voltage or flux.
$z_{h0}$	zero-sequence Park variable $g$ with $z_n$ short circuited
$v_{(a120)_n} = [v_{a1n} \ v_{a2n} \ v_{a0n}]^T$	zero-sequence Fortescue neutral vector
$z_{0f}$	zero-sequence Fortescue variable
$z_{0f0}$	zero sequence Fortescue variable with $z_n$ short-circuited
$z_r = [z_f \ z_{D_1} \ z_{Q_1}]^T$	rotor variable
$z_{rd} = [z_f \ z_{D_1}]^T$	$d$ -axis rotor variable
$z_{rq} = [z_{Q_1}]^T$	$q$ -axis rotor variable

## APPENDIX

$$R = \text{diag}(r_y), \quad y = a, b, c \quad J = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix};$$

(31a)

$$F = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \sigma^2 & \sigma \\ 1 & \sigma & \sigma^2 \end{bmatrix}; \quad F^{-1} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \sigma & \sigma^2 \\ 1 & \sigma^2 & \sigma \end{bmatrix}; \quad \sigma = -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}$$

(31b)

$$P = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos \theta & \cos\left(\theta - \frac{2}{3}\pi\right) & \cos\left(\theta - \frac{4}{3}\pi\right) \\ -\sin \theta & -\sin\left(\theta - \frac{2}{3}\pi\right) & -\sin\left(\theta - \frac{4}{3}\pi\right) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}; \quad P^{-1} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 1 \\ \cos\left(\theta - \frac{2}{3}\pi\right) & -\sin\left(\theta - \frac{2}{3}\pi\right) & 1 \\ \cos\left(\theta - \frac{4}{3}\pi\right) & -\sin\left(\theta - \frac{4}{3}\pi\right) & 1 \end{bmatrix} \quad (32)$$

### $d$ -axis

$$x_{kf} = \sum_{i=1}^{nd} x_{kf_i}; \quad x_{ff} = x_{md} + x_f + x_{kf}; \quad x_{dd} = x_{md} + x_a = x_d; \quad x_{df} = x_{fd} = x_{D_1 d} = x_{dD_1} = x_{md} \quad (33)$$

$$x_{D_1} = x_{D_1 f} = x_{D_1 D_k} = x_{D_k D_1} = x_{D_k D_l} = x_{D_l}, \quad k, l = 1, \dots, nd \quad x_{D_1 D_l} = x_{md} + x_{D_1} - \sum_{i=1}^l x_{kf_i}, \quad l = 1, \dots, nd \quad (34)$$

$$X_{\mu d} = [x_{d\mu}] (\mu \in Md - \{d\}); \quad X_{rd} = [x_{\mu\beta}] = [x_{\beta\mu}], \quad (\mu, \beta) \in Md; \quad r_{rd} = \text{diag}(r_f, r_{D_1}) \quad (35)$$

### $q$ -axis

$$x_{qq} = x_{mq} + x_a = x_q; \quad x_{kq} = \sum_{j=1}^{nq-1} x_{kq_j}; \quad (36a)$$

$$x_{qQ_{l'}} = x_{Q_{l'}q} = x_{mq}; x_{Q_{l'}Q_{k'}} = x_{Q_{k'}Q_{l'}} = x_{Q_{l'}Q_{l'}} = x_{Q_{l'}} \cdot x_{Q_{l'}}, k', l' = 1 \dots nq \quad (36b)$$

$$x_{Q_{l'}Q_{k'}} = x_{Q_{k'}Q_{l'}} = x_{Q_{l'}Q_{l'}} = x_{Q_{l'}} \cdot x_{Q_{l'}}, k', l' = 1 \dots nq; \quad (37a)$$

$$x_{Q_{l'}Q_{l'}} = x_{mq} = x_{Q_{l'}} + \sum_{j=1}^{l'} x_{kq_j}, l' = 1 \dots nq-1 \quad (37b)$$

$$X_{rq} = \begin{bmatrix} x_{\mu'\beta'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{\beta'\mu'} \end{bmatrix}, (\mu', \beta') \in M_{rq}; X_{\mu'q} = \begin{bmatrix} x_{q\mu'} \end{bmatrix}, (\mu' \in Mq - \{q\}); r_{rq} = \text{diag}(r_{Q_{l'}}) \quad (38)$$

### Linear model submatrices

$$X_s = \text{diag}(x_d, x_q, x_h); X_r = \text{diag}(X_{rd}, X_{rq}); X_{sr} = \text{diag}(X_{\mu d}, X_{\mu'q}, 0); \quad (39)$$

$$r_s = \text{diag}(r_a, r_a, r_h); r_r = \text{diag}(r_{rd}, r_{rq}) \quad (40)$$

### Electromechanical transient

$$Z_{2,n} = \frac{1}{2H} \begin{bmatrix} -I^T G_i \\ 0_{1,n} \end{bmatrix}, G_i = \begin{bmatrix} Gqi \\ Gdi \\ Ghi \\ 0_{n,n-3} \end{bmatrix}; \quad (41a)$$

$$Gqi = \begin{bmatrix} r_a & x_q & 0 & 0_{1,nd+1} & x_{mq} & x_{mq} & \dots \end{bmatrix}_{1,n-3} \quad (41b)$$

$$Gdi = \begin{bmatrix} x_d & r_a & 0 & x_{md} & x_{md} & \dots & 0_{1,nq} \end{bmatrix}_{1,n-3}; Ghi = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2r_h & 0_{1,n} \end{bmatrix}_{1,n-3} \quad (42)$$

$$R_{2,2} = \frac{1}{2H} \begin{bmatrix} -D & 0 \\ 2H\omega_n & 0 \end{bmatrix}; X_{2,2} = \frac{1}{2H} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -2H\omega_n \end{bmatrix}; \quad (43)$$

### Computational method for balanced initial steady-state condition

$$I_t = \frac{\sqrt{P_t^2 - Q_t^2}}{V_t}, \cos \varphi = \frac{P_t}{V_t I_t}; \bar{e}_a = V_t - s(r_a + j x_q) i_a = E_a \angle \delta_0^a; \quad (69a)$$

$$\begin{bmatrix} v_d & v_q & v_h \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} V_t \sin \delta_0^a & V_t \cos \delta_0^a & 0 \end{bmatrix}^T \quad (69b)$$

$$\begin{bmatrix} i_d & i_q & i_h \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} I_t \sin(\varphi - \delta_0^a) & I_t \cos(\varphi - \delta_0^a) & 0 \end{bmatrix}^T \quad (70a)$$

$$\psi_{D_l} = s x_{md} i_d + x_{D_l f} i_f, l = 1 \dots nd \quad (70b)$$

$$v_d = s x_{d' d} + x_{md} i_f = v_q - s r_a i_q; \psi_f = s x_{md} i_d + x_{ff} i_f; i_f = \frac{v_q - s(r_a i_q + x_{d' d} i_d)}{x_{md}} \quad (71)$$

$$\psi_q = s x_{mq} i_q; \psi_{Q_{l'}} = s x_{mq} i_q, l' = 1 \dots nq; \quad (72a)$$

$$T_m = T_e - D\omega_{m0}; \quad T_e = \frac{P_t}{\omega_{m0}}, \omega_{m0} = 1 \quad (72b)$$

## REFERENCES

- Barret, P., 1982, *Régimes Transitoires des Machines Tournantes Électriques*, Eyrolles, Paris
- Boldea, I., Nasar, S.A., 1995, *Electric Machine Dynamics*, MacMilan Publishing Co., New York
- Chatelain, J., 1983, *Machines Électriques*, Georgi, Lausanne
- Ching, Y., Adkins, K. B., 1954, Transient Electrical of Synchronous Generators under Unbalanced Conditions, *Journal of IEE*, vol. 101, Part IV, pp. 166-182.
- Doherty, R. E, Nickle, C.A., 1928, Synchronous Machines IV, *AIEE Trans.*, pp. 457-492
- Fotescue, C. L., 1918, Method of Symmetrical Co-ordinates Applied to the Solution of Polyphase Networks, *AIEE Trans*, vol. 37, pp.1027-115
- Jin-Chen Wang, J. C. et al, 1994, On-line Measurement-based Model Parameter Estimation for Synchronous Generator: Solution Algorithm and Numerical Studies, *IEEE Trans. on Energy Conversion*, EC-9(2), June, pp. 337-343
- Kamwa, I., Viarouge, P., Dickinson, E.J., 1991, Identification of generalized models of synchronous machines from time-domain tests, *Proc. IEE-C*, 138, (6), pp. 485-498
- Kamwa, I., Viarouge, P., Mahfoudi, R., 1994, Phenomenological Models of Large Synchronous Machines from Short-Circuit Test During Commissioning-A Classical/Modern Approach, *IEEE Trans. on Energie Conversion*, EC-9(1), March, pp. 85-98
- Kamwa, I., 1994, Synchronous Machine Identification: State of the Art and Coming Attractions, *IMACS World Congress*, Georgia Tech, Atlanta, VA, 15-18 July, vol.2, pp. 757-769
- Kirschbaum, H. S., 1945, Transient Electrical Torques of Turbine Generators During Short-Circuit and Synchronizing, *AIEE Trans*, vol. 64, pp. 65-70
- Krause, P.C, Wasynczuc, O., Sudhoff, S.D., 1995, *Analysis of Electric Machinery*, IEEE Press, New York
- Kundur, P., 1994, *Power System Stability and Control*, McGraw-Hill
- Park, R.H., 1929, Two-Reaction Theory of Synchronous Machines-Generalized Method of Analysis- Part I, *AIEE Trans.*, vol. 48, July, pp.716-727
- Saint-Pierre, C., 1985, *System Grounding Practices and Protection*, General Electric, IPSEO.
- Sriharan, S., De Oliveira, S.E.M., 1977, Analysis of Synchronous Generator Sequential Short-Circuit, *Proc. IEE*, 124(6), pp.546-553, JuneYoung-Hwan Moon, Wei-Jen Lee,



**Annexe III: Article no.3****A detail Model of Grounded Synchronous Machine for Saturated  
Unsymmetrical Transients****R. Wamkeue, (*StM*)****I. Kamwa, (*M*)****X. Daï-Do, (*SM*)**

Présenté au congrès International

**ELECTRIMACS, Proceedings vol. 1/3, Saint-Nazaire, France, Septembre  
1996, pp. 333-340**

## A Detailed Model of Grounded Synchronous Machines for Saturated Unsymmetrical Transients

R. Wamkeue<sup>\*</sup>    L. Kamwa<sup>\*\*</sup>    X. Dai-Do<sup>\*</sup>

<sup>(\*)</sup> Département de Génie électrique et informatique, École Polytechnique de Montréal

<sup>(\*\*)</sup> Institut de recherche d'Hydro-Québec-1800, boulevard Lionel-Boulet, Varennes, Québec, Canada

**Abstract**—This paper presents a generalized electromechanical flux of synchronous machines with controlled voltage. For accurate modeling of the frequency effects, an adjustable number of damper windings and Canby reactances on both the  $d$ - and the  $q$ -axes are considered. Magnetic saturation and the machine neutral connection are also included. Numerical modeling of synchronous-machine transients according to various machine grounding systems is proposed. To illustrate an application, short-circuit tests occurring on a sixth-order turbine generator are simulated and discussed.

**Nomenclature** ⇨ (symbols in per units)

$M = \{d, f, D_1, q, Q_1, h\}$	machine windings
$\mu\beta$	machine winding variables
$M_s = \{d, q, h\}$	stator windings
$M_r = \{f, D_1, Q_1\}$	rotor windings
$M_{rd} = \{f, D_1\}$	$d$ -axis rotor windings
$M_{rq} = \{Q_1\}$	$q$ -axis rotor windings
$M_d = \{d, f, D_1\}$	$d$ -axis windings
$M_q = \{q, Q_1\}$	$q$ -axis windings
$M_a = \{D_1, Q_1\}$	damper windings
$M_h = \{h\}$	zero-sequence winding
$x_{kd_i}$	$i$ th Canby inductance in $d$ -axis
$x_{kq_{j-1}}$	$(j-1)$ th Canby inductance in $q$ -axis

### 1. Introduction

An unquenched need for optimal-parameter identification for synchronous machines has promoted serious investigations into alternative tests which might help to improve the accuracy in predicting real phenomena. This explains the current strong interest in on-line parameter identification tests, which take out of all the nonlinearities of the machine [1,2]. The three-

phase sudden short-circuit test, with its simple implementation and ability to give valuable information on the machine in working conditions has been, and is still very useful but problems in the resulting parameters have recently shaken users' confidence [3,4]. Among other things, it is difficult to explain the effect of sequential circuit breaker closing on the estimated machine parameters, whatever the identification scheme used [5], whence the need to search for other tests, such as line-to-neutral short circuits, which do not cause such problems [2].  $d$ - $q$  numerical modeling of unsymmetrical short-circuit test has been performed by Bolden and Nasir [6] for ungrounded machines (i.e. without neutral impedance). Krause [7] proposed a numerical technique to simulate unsymmetrical synchronous-machine faults by computing the machine equations directly. However, this method, relatively complex to implement, is not appropriate for machine parameter estimation procedures. Krause also assumes that the machine neutral exists but without clearly showing how it becomes involved in the Park equations, and influences the responses to short-circuit faults. More recently, Taban et al. [8] proposed a saturated model of a synchronous condenser using the machine currents as state variables. However, their cross-saturation analysis is time-consuming because of the incremental inductance coefficients introduced. The flux model proposed in this paper avoids these coefficients, thus yielding a simple saturated and accurate synchronous-machine model of the behavior of alternators and synchronous motors and condensers.

The major purpose of this paper is to develop a general state-space model including saturation, accurate frequency effects, rotor speed variation, and neutral connection. A numerical method is provided for transients analysis using this model, particularly in unsymmetrical saturated fault studies. This work is structured as follows. In section 2, we develop in a matrix form, an appropriate state-space flux model of the synchronous machine including the neutral connection and Canby reactances in the  $d$ - and  $q$ -axes in addition to rotor speed variation. Section 3 proposes a saturation model of the synchronous machine while in section 4 the flowchart of an algorithm is given for numerically simulating all the synchronous machine's symmetrical and unsymmetrical transients possible with controlled voltage. Finally, in section 5, this algorithm is used to study machine faults occurring in a sixth-order Nanticoke turbine machine. Numerical results are presented showing the effectiveness of the proposed model.

### 2. Description of the system

#### A. Park model of machine neutral

The neutral connection of the machine is shown in Fig. 1 (b). Appropriate selection of the switches allows the desired test to be

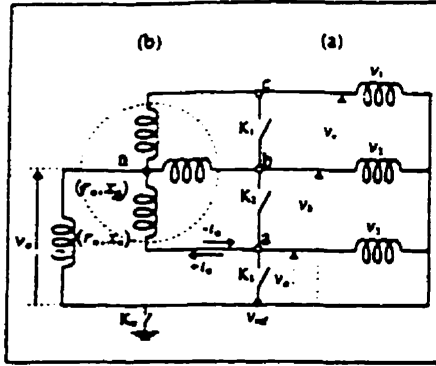


Fig. 1 Test principle diagram

performed on the synchronous machine. Switch  $k_n$ , when closed ( $k_n=1$ ), denotes a grounded machine and, open ( $k_n=0$ ) a non-grounded or ungrounded machine. By applying Ohm's law, we obtain the machine neutral-voltage equation

$$v_n = r_n \dot{i}_n + x_n p(\dot{i}_n) \quad (1)$$

$$\dot{i}_n = \dot{i}_a + \dot{i}_b + \dot{i}_c \quad (2)$$

$p = \frac{d}{dt}$  and  $\dot{i} = e^{j\omega t}$  with  $\omega=1$  for alternators and  $\omega=1$  for synchronous motors and condensers. Since the armature voltage equation is defined by

$$v_{abc} = R \dot{i}_{abc} + \frac{d}{dt}(\psi_{abc}) + \psi_n \quad (3)$$

where

$$\psi_n = r_n \dot{i}_n + x_n \frac{d}{dt} \dot{i}_n \quad (4)$$

$$R = \text{diag}(r_a, r_b, r_c); \quad \dot{i}_n = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

$\dot{i}_{1,j}$  is an  $(n \times j)$  order matrix with all inputs equal to 1. The equivalent of the neutral vector (4) in the Park reference frame  $V_{(dqh)_n}$  is computed using Park's transformation matrix  $P$  as follows [7]

$$V_{(dqh)_n} = P V_n = (r_n + \frac{d}{dt} x_n) P \begin{bmatrix} \dot{i}_n \\ \dot{i}_n \\ \dot{i}_n \end{bmatrix}^T \quad (6)$$

$$V_{(dqh)_n} = \begin{bmatrix} v_{nd} & v_{nq} & v_{nh} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & v_n \end{bmatrix}^T \quad (7)$$

Therefore, the Park transformation of the neutral vector has only the zero-sequence component given by

$$v_{nh} = v_n = 3(r_n \dot{i}_h + x_n p(\dot{i}_h)) \quad (8)$$

$$\dot{i}_h = \frac{1}{3} \dot{i}_n \quad (9)$$

The expression of the neutral voltage is unchanged in the Park zero-sequence axis. The neutral current and zero-sequence current are in phase, due to equation (9). The zero-sequence voltage with neutral connection included is defined by (10) and the equivalent model is given in Fig. 2 (c)

$$v_h = (3r_n + r_0) \dot{i}_h + (3x_n + x_0) p(\dot{i}_h)$$

## B. Neutral impedance and system grounding

It is reported in [7] that any set of unbalanced phase variables can be expressed as a series of balanced sets in the arbitrary reference frame. In general, when the variables can be expressed as sinusoidal functions, Fortescue's method of symmetrical components is easy to apply in the Park reference frame, since the zero sequence is the same in both theories, as shown by (12), (13) and (14). The assumption of sinusoidal functions is satisfied in our study. It is important to predict the machine behavior after a fault according to the neutral-impedance position. For nonsinusoidal variables, (14) is not correct because the symmetrical-components theory of Fortescue is used only for sinusoidal functions, whereas the Park theory imposes no such restrictions:

$$V_{(s120)_n} = \begin{bmatrix} v_{s1n} & v_{s2n} & v_{s0n} \end{bmatrix}^T = F^{-1} V_n \quad (12)$$

$$F^{-1} V_n = (r_n + \frac{d}{dt} x_n) F^{-1} \begin{bmatrix} \dot{i}_n \\ \dot{i}_n \\ \dot{i}_n \end{bmatrix}^T \quad (13)$$

$$V_{(s120)_n} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & v_n \end{bmatrix}^T; \quad \dot{i}_0 = \frac{1}{3} \dot{i}_n \quad (14)$$

where  $V_{(s120)_n}$  and  $\dot{i}_0$  define respectively the neutral vector of

phase  $a$  and the zero-sequence current in the Fortescue reference frame. The purpose of system grounding is to control ground-fault currents, reduce transient overvoltages and minimize shock hazards to personnel. According to the value of the neutral impedance, system grounding is generally classified into four different categories, forming two groups. The first group [10] consists of ungrounded and high-resistance neutral grounded systems. In the former, there is no intentional connection to ground, whereas in the latter, the ground impedance has a high resistance value. These two categories of grounding system can be modeled by taking  $z_n = \infty$ ; the zero-sequence axis of the Park reference frame is not necessary in this case. The Park theory is generally used with the above assumptions.

The second group comprises solidly grounded neutral systems and low-resistance neutral grounding systems. The former is characterized by the neutral point of the generator being connected directly to ground without any intentional impedance ( $z_n = 0$ ), as required for four-wire, three-phase power systems. In common practice, solid grounding is avoided because it allows currents to flow between machines on the same busbars. Reactance grounding is used on a generator, where a small reactor is added to the neutral so that the line-to-line fault level will not exceed the three-phase fault level for which the machine was designed. Resistance is sometimes preferred to reactance to avoid the possibility of resonance effects with the capacitance of the alternator. In a low-resistance neutral grounding system, a low-value resistor is inserted in the neutral connection to ground. It is clear that for a wye-connected machine, the modeling of the zero-sequence axis generally given by  $v_h = r_n \dot{i}_h + x_n p(\dot{i}_h)$  is not realistic.

## C. Voltage-controlled state space flux model

Define the derivative and coupling-axis matrices  $F$  and  $\Xi$  as follows

Equation (21) defines the linear flux model of the synchronous machine. It is convenient to have the output currents (22), since the fluxes can not be measured. For the current model

$$\dot{\lambda} = \lambda^* \cdot \omega_m \cdot \sin \theta \quad (25)$$

#### D. Electromechanical model

In order to build the electromechanical model, electrical torque can be defined without losing its generality as given in (26)

$$T_e = \frac{\partial}{\partial \theta} (W_{\text{elec}} - W_{\text{mech}}) \quad (26)$$

neglecting resistive losses for convenience [7].

$$W_{\text{elec}} = \frac{1}{2} \lambda^T M \lambda = \frac{1}{2} \lambda^T M \lambda + \frac{1}{2} \lambda^T M \lambda + \frac{1}{2} \lambda^T M \lambda \quad (27)$$

or in matrix form

$$T_e = \lambda^T C \lambda \quad (28)$$

where  $C$  is the torque matrix given in appendix. The nonlinear

$$p(\lambda) = \lambda^T C \lambda \quad (29)$$

where

$$C = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{bmatrix} \quad (30)$$

$$C_{11} = \frac{1}{2} \lambda^T M \lambda = \frac{1}{2} \lambda^T M \lambda \quad (31)$$

The matrices  $M_{12}$ ,  $M_{22}$  are listed in appendix in [9]. The

$$\theta = \begin{bmatrix} \theta_1 & \theta_2 & \theta_3 \end{bmatrix}^T \quad (32)$$

An electromechanical current model is deduced from the flux model by simply changing the subscript  $\lambda$  in (29) by  $i$ .

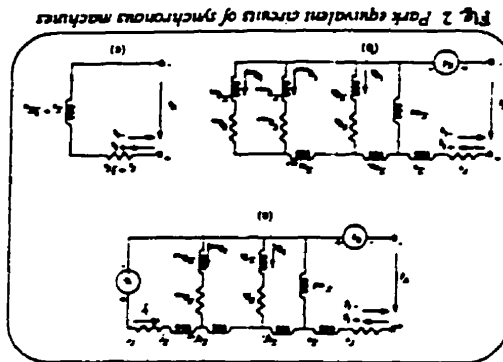


Fig. 2 Park equivalent circuits of synchronous machines

$$F = \frac{1}{2} \lambda^T M \lambda = \frac{1}{2} \lambda^T M \lambda \quad (20)$$

where  $F$  is the nth order unit matrix, the electromechanical behavior of the synchronous machine can be summarized by the following equations

$$\dot{\lambda} = \lambda^* \cdot \omega_m \cdot \sin \theta \quad (21)$$

$$T_e = \frac{\partial}{\partial \theta} (W_{\text{elec}} - W_{\text{mech}}) \quad (22)$$

$$p(\lambda) = \lambda^T C \lambda \quad (23)$$

$$C = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{bmatrix} \quad (24)$$

where  $\lambda$  is the vector of flux derivatives  $\dot{\lambda}$  for the flux derivative yields

$$\dot{\lambda} = \lambda^* \cdot \omega_m \cdot \sin \theta \quad (25)$$

$$T_e = \frac{\partial}{\partial \theta} (W_{\text{elec}} - W_{\text{mech}}) \quad (26)$$

$$p(\lambda) = \lambda^T C \lambda \quad (27)$$

$$C = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{bmatrix} \quad (28)$$

$$C_{11} = \frac{1}{2} \lambda^T M \lambda = \frac{1}{2} \lambda^T M \lambda \quad (29)$$

The electrical equations (15) and (16) above suggest the equivalent

$$C_{11} = \frac{1}{2} \lambda^T M \lambda = \frac{1}{2} \lambda^T M \lambda \quad (30)$$

$$C_{11} = \frac{1}{2} \lambda^T M \lambda = \frac{1}{2} \lambda^T M \lambda \quad (31)$$

$$C_{11} = \frac{1}{2} \lambda^T M \lambda = \frac{1}{2} \lambda^T M \lambda \quad (32)$$

$$C_{11} = \frac{1}{2} \lambda^T M \lambda = \frac{1}{2} \lambda^T M \lambda \quad (33)$$

$$C_{11} = \frac{1}{2} \lambda^T M \lambda = \frac{1}{2} \lambda^T M \lambda \quad (34)$$

$$C_{11} = \frac{1}{2} \lambda^T M \lambda = \frac{1}{2} \lambda^T M \lambda \quad (35)$$

$$C_{11} = \frac{1}{2} \lambda^T M \lambda = \frac{1}{2} \lambda^T M \lambda \quad (36)$$

$$C_{11} = \frac{1}{2} \lambda^T M \lambda = \frac{1}{2} \lambda^T M \lambda \quad (37)$$

$$C_{11} = \frac{1}{2} \lambda^T M \lambda = \frac{1}{2} \lambda^T M \lambda \quad (38)$$

The corresponding torque matrix  $G_i$  is given in appendix.

### 3. Saturated synchronous-machine model

#### A. Saturation model

Based on a cross-saturation theory reported in [8] the method developed is the extension of the Poter model to salient-pole machines. It is assumed that the magnetizing flux linkage along each axis is a function of two magnetizing currents  $i_d$  and  $i_q$ , which are the components of the total magnetomotive force in the machine defined by (33). The flux linkage crossing each armature winding of the  $d$ - and  $q$ -axis can be written as given by (34) and (35).

$$i_d = \hat{i}_d + \sum_{\mu} i_{\mu} : (i_d \in Mrd) ; i_q = \hat{i}_q + \sum_{\mu} i_{\mu} : (i_q \in Mrq) \quad (33)$$

$$\psi_d = x_d \hat{i}_d + \phi_d(i_d, i_q) \quad (34)$$

$$\psi_q = x_q \hat{i}_q + \phi_q(i_d, i_q) \quad (35)$$

where  $x_d \hat{i}_d$  and  $x_q \hat{i}_q$  are the armature leakage fluxes, which are a linear function of the armature currents. Following De Jaeger [12], let us define the equivalent magnetomotive force and magnetizing flux as

$$i_d = \sqrt{i_d^2 + \frac{1}{\Delta^2} i_q^2} ; \phi_d = \sqrt{\phi_d^2 + \Delta^2 \phi_q^2} \quad (36)$$

where  $\Delta^2 = \frac{x_{md}}{x_{mq}^0}$  is the saliency ratio assumed to remain constant

whether the machine is saturated or not. The magnetizing flux linkages  $\phi_d$  and  $\phi_q$  are modified by (36) called the cross-saturation effect. Introducing the saturation factor  $K_{\psi}^d(i_d, i_q)$  the magnetizing flux  $\phi_d$  or  $\phi_q$  may be written as given by (37)

$$\phi_l = \frac{\psi_l}{i_l} = x_{ml}^l i_l = K_{\psi}^l(\phi_{dq}) x_{ml}^0 i_l ; l = d, q \quad (37)$$

$$x_{ml}^l = K_{\psi}^l(\phi_{dq}) x_{ml}^0 ; l = d, q \quad (38)$$

with  $x_{md}^0$  and  $x_{mq}^0$  denoted unsaturated values of the magnetizing reactances  $x_{md}$  and  $x_{mq}$ . Solving (37) for the saturation factor yields

$$K_{\psi}^d(\phi_{dq}) = \frac{\phi_{dq}}{i_d x_{md}^0} = \frac{1}{x_{md}^0} \sqrt{\frac{\phi_d^2 + \Delta^2 \phi_q^2}{i_d^2 + \frac{1}{\Delta^2} i_q^2}} \quad (39)$$

$$K_{\psi}^q(\phi_{dq}) = \frac{\phi_{dq}}{i_q x_{mq}^0} = \frac{\Delta^2}{x_{mq}^0} \sqrt{\frac{\phi_d^2 + \Delta^2 \phi_q^2}{i_d^2 + \frac{1}{\Delta^2} i_q^2}} = \Delta^2 K_{\psi}^d(\phi_{dq}) \quad (40)$$

In addition, for a round rotor machines  $\Delta^2 = 1$ , since  $x_{md}^0 = x_{mq}^0$ .

This simplification confirms that the present model is a useful albeit simple extension of the Poter theory for round rotor machines to salient-pole machines. Therefore, the  $q$ -axis saturation results directly from knowledge of the  $d$ -axis saturation alone, which is very practical in view of the difficulty to record the  $q$ -axis saturation curve.

#### B. Equations of saturated synchronous machines

Since loaded and unloaded machines saturate identically, (39) can be rewritten for unloaded machines as follows

$$K_{\psi}^d(\phi_{dq}) = \frac{\phi_{dq}}{i_d x_{md}^0} = \frac{1}{x_{md}^0} \frac{V_t}{f_d} \quad (40)$$

where  $V_t(i_d)$  is the saturation characteristic of the unloaded machine (Fig. 3). For positive excitation current, this characteristic curve can be divided into three sections. Two linear sections: (ab) corresponding to the air-gap line and (cd) corresponding to when the third saturation region (bc) is exceeded. Without any loss of generality, (40) could be approximated with an  $M$ th order polynomial function [13]

$$K_{\psi}^d(\phi_{dq}) = \sum_{x=0}^M \beta_x (x_{md}^0 \phi_{dq})^x \quad (41)$$

with the constraint that

$$\max K_{\psi}^d(\phi_{dq}) = \left( \frac{dV_t}{dx_{md}^0 f_d} \right)_{i_d=0} = 1 \quad (42)$$

where the coefficients  $\beta_x$  are computed from the unloaded-machine saturation characteristic using an optimization technique under the constraint (42). According to (41), a change in rotor speed causes a change in the magnetizing reactances. Also, knowing the coefficients  $\beta_x$ , (41) can be computed at any instant  $t$  using (34), (35) and (36). The equations (29) and (32) become

$$p(x_{\psi}) = A_{\psi}(\theta(t)) x_{\psi} + B_{\psi}(\theta(t)) u_{\psi} \quad (43)$$

$$\theta(t) = \left[ x_{\psi}^T \quad x_{\psi}^T(i) \quad x_{\psi}^T(i) \quad x_{\psi}^T(i) \quad x_{\psi}^T(i) \right]^T ; (i \in M) \quad (40)$$

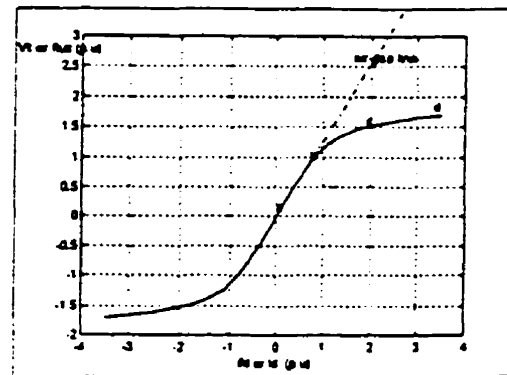


Fig. 3 Saturation curve of a synchronous machine

#### 4. Numerical method for transient simulation of saturated synchronous-machine model

The technique used to numerically simulate various saturated synchronous-machine transients with the voltage-controlled model is summarized by the general algorithm of Fig. 4.

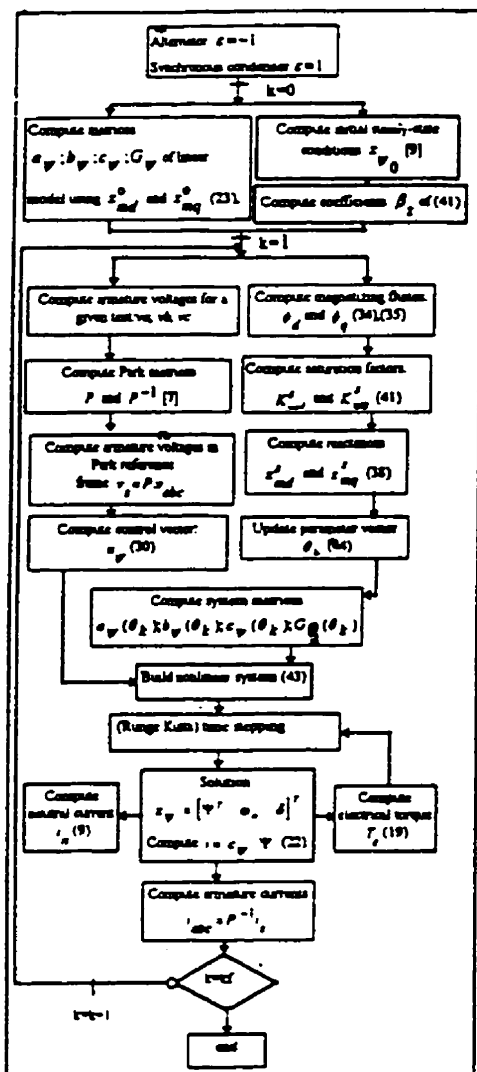


Fig. 4 Numerical procedure for analyzing saturated synchronous-machine tests with voltage control

#### 5. Fault-analysis technique

The aim in this section is not to perform an analytical analysis of

three-phase balanced and unbalanced faults, which are largely documented in [14], but to perform a practical detailed numerical analysis of these faults, showing how the latter can be implemented so that the machine behavior during a fault is correctly reflected by the simulation results.

#### A. Testing principle

Let's consider Fig. 1, where (b) represents the synchronous machine and (a) a 3-phase load or supply with a given voltage defined at any instant by (45). The reference voltage  $v_{ref}$  is considered equal to 0. The two groups of system grounding discussed in section 2 are considered. For the ungrounded machine ( $z_n = \infty$ ), the zero-sequence voltage given in (46) is equal to zero at any instant [6].

$$v_x = v_m \sin(\omega_m t - (x-1)\frac{2}{3}\pi) \quad x = 1, 2, 3 \quad (45)$$

$$v_0 = \frac{1}{3}(v_a + v_b + v_c) = 0 \quad (46)$$

A given test can be computed by expressing any armature voltage as a function of the voltages  $v_x, x = 1, 2, 3$ . Before fault application, the machine is in steady state ( $k_1 = k_2 = k_3 = 0$ ). The tests and their principle are resumed in Table 1. The equation for each test for an ungrounded machine is given in appendix.

Table 1 Faults and principle

Test Identify condition	Fault application	Principle 1 ( $z_n = \infty$ ) [6]	Principle 2 $z_n = \text{const}$
1 Sudden three-phase fault	$(k_1 = k_2 = k_3 = 1)$	$v_a = v_b = v_c = 0$	$v_a = v_b = v_c = 0$
2 Line-to- ground fault (phase a)	$(k_1 = k_2 = 0, k_3 = 1)$	$v_c = \frac{1}{3}(2v_3 - v_2)$ $v_b = v_3 - 2v_c$ $v_a = v_c - v_3$	$v_a = 0$ $v_b = v_2$ $v_c = v_3$
3 Line-to- line fault (phases a and b)	$(k_1 = k_3 = 0, k_2 = 1)$	$v_c = \frac{1}{3}(v_2 - v_3)$ $v_b = v_c$ $v_a = -2v_c$	$v_a = v_1$ $v_b = v_1$ $v_c = v_3$
4 Line-to- line-to- ground fault (phases a and b)	$(k_2 = k_3 = 1, k_1 = 1)$	$v_c = \frac{2}{3}v_3$ $v_b = v_c - v_3$ $v_a = v_b$	$v_a = 0$ $v_b = 0$ $v_c = v_3$

Table 2 Unloaded saturation characteristic

$i_a$	3.148	0.272	0.341	0.403	0.513	0.573	0.587	0.639	0.745
$v_a$	3.190	0.350	0.437	0.515	0.630	0.741	0.742	0.711	0.914
$\delta$	0.872	1.027	1.078	1.113	1.214	1.338	1.503	1.720	2.031
$\tau_e$	1.034	1.164	1.217	1.226	1.283	1.342	1.402	1.468	1.529

Table 3 Saturation model parameters

$\beta_1$ (A <sup>-1</sup> )	$\beta_0$	$\beta_2$	$\beta_4$	$\beta_6$
0.0000	1.0307	-0.1493	0.0097	0.0020

## B. Application

Short-circuit tests are performed on a 3-phase, 60-Hz sixth-order machine running at  $v_t = 1$ ,  $\cos \phi = 0.5$  with a power factor of 0.85 leading. The unloaded saturation characteristic is listed in Table 2 while the initial steady-state conditions are computed using the formula developed in the appendix to [9].

## C. Simulation results

The coefficients  $\beta_i$  computed using the least-squared algorithm with  $N=6$  are summarized in Table 3. The  $d$ -axis saturation factor and magnetizing reactances of the  $d$ - and  $q$ -axes are plotted in Fig. 5. The impact of saturation was analyzed using the on-line three phase sudden-short-circuit test on the machine in generator mode. The field current predicted is less for an unsaturated model than for the saturated one, as shown by the oscillograms in Fig. 6. This result is similar to that given in [15] for an unloaded machine. Since the electrical torque decreases with saturation, the rotor accelerates more, as illustrated in Fig. 6. These above results are for a simultaneous short-circuit (ideal). In practice, however, each phase of the circuit breaker closes with a delay compared to the others because of the resistor inserted to avoid circuit-breaker operating overvoltages. The problem with parameter identification using three-phase short-circuit test is sometimes caused by harmonics resulting from sequential closing of the circuit breaker not well represented by the model.

Unsymmetrical short-circuit tests were performed on a synchronous condenser for the two groups of system grounding considered ( $x_n = 0$  and  $x_n = 0.01$ ).

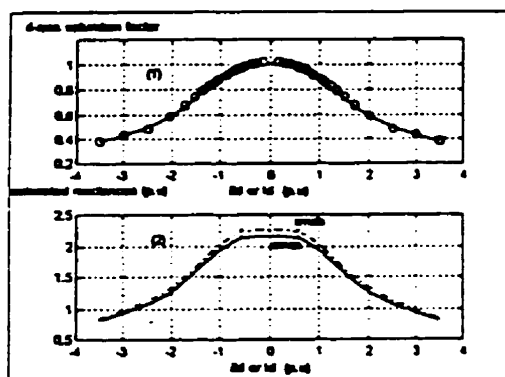


Fig. 5 Variables of saturation model

(1) — from polynomial approximation  
(2) — from saturation curve

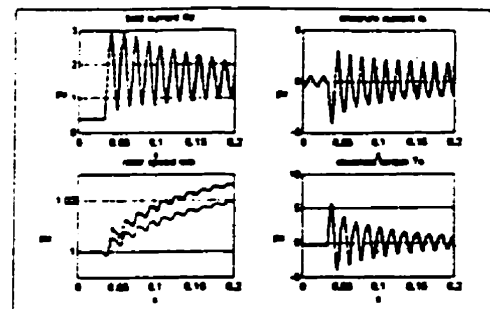
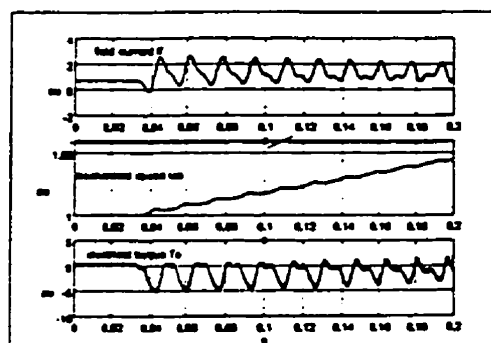
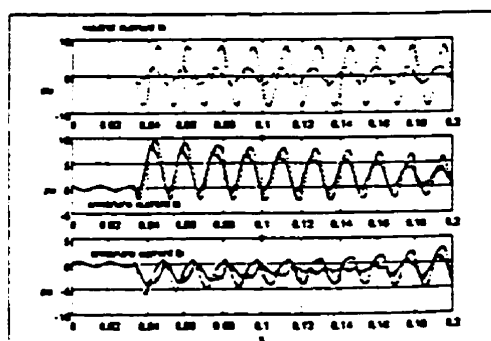


Fig. 6 Oscillograms of on-line three-phase short-circuit. — Saturated model, — Unsaturated model

The simulation results are given in the figures below. For phase-to-neutral short-circuit (Figs. 7 and 8), the  $d$ -axis variables are the same, and, hence, the rotor speed and electrical torque. The small discrepancy observed between

Fig. 7 Field current and electromechanical variables for phase-to-neutral short-circuit ( $x_n = 0$  —  $x_n = 0.01$ ; —  $x_n = 0.1$ )Fig. 8 Armature currents following a phase-to-neutral short-circuit ( $x_n = 0$  —  $x_n = 0.01$ ; —  $x_n = 0.1$ )

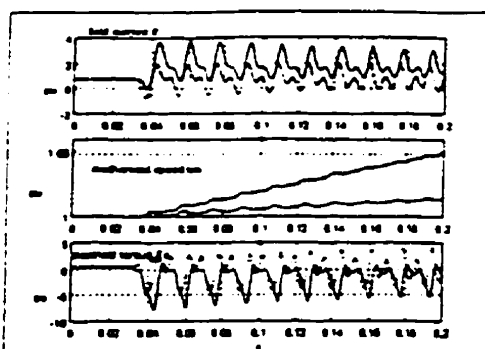


Fig. 9 Field current and electromechanical variables after a phase-to-phase short circuit ( $z_n = \infty$ ,  $z_n = 0.01$ ).

electrical torques is due simply to the oscillatory losses of the zero-sequence axis current of (19). This result is valuable for other short-circuit tests also (Figs. 9 and 11) since the zero-sequence axis is decoupled from the  $d$ - and  $q$ -axes. However, depending on the system grounding used and the value of the neutral impedance, a significant change can be observed in the armature currents (Figs. 8, 10 and 12). The variation in the neutral impedance allows a certain amount of control of the armature fault current level, as shown in Fig. 8. Increasing the neutral impedance from  $z_n = 0.01$  to

$z_n = 0.1$  considerably reduces the neutral and the phase  $a$  currents. In practice, the phase-to-neutral short circuit avoids the harmonic problem of the 3-phase short-circuit and thus seems quite attractive for parameter identification.

The short-circuit-test modeling approach proposed by Bolden and Nasar (principle 1) is obtained in our generalized framework (principle 2) by choosing a high neutral-impedance  $z_n$  value.

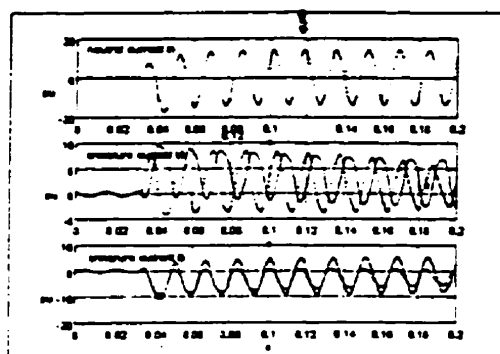


Fig. 10 Armature currents following a phase-to-phase short circuit ( $z_n = \infty$ ,  $z_n = 0.01$ ).

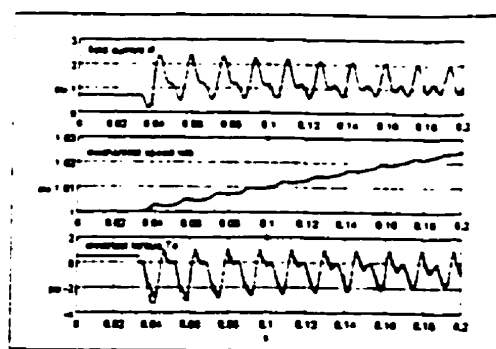


Fig. 11 Field current and electromechanical variables after a phase-to-phase-to neutral short circuit ( $z_n = \infty$ ,  $z_n = 0.01$ ).

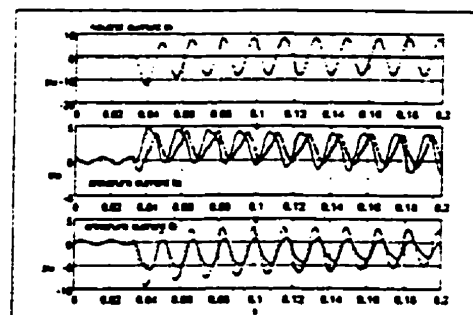


Fig. 12 Armature currents after phase-to-phase-to-neutral short circuit ( $z_n = \infty$ ,  $z_n = 0.01$ ).

### Conclusion

A generalized model of a saturated synchronous machine (alternator or motor) with a neutral connection, rotor speed variation and Canay reactances in each axis was developed in this paper to provide more complete and flexible state-space modeling of unsymmetrical transients. By using the flux instead of the current as the state variables, the saturation model is significantly simplified. The adjustable number of damper windings in this model makes it easy to include frequency sensitivity and rotor core losses for both unloaded and on-line synchronous-machine studies. A numerical method for transient simulation was also presented and short-circuit tests at the machine terminal were modeled and simulated to prove its effectiveness of the proposed method. The model can easily be applied to perform various no-load or on-line tests with a controlled voltage, such as frequency response test using a source of harmonic voltage, the current harmonic response to a reverse voltage sequence supply, unbalanced steady-state test, and so on. It was clearly shown that for unsymmetrical transient analysis of the wye-connected synchronous machine, it is important to include the neutral connection in the machine model.

### References

- [1] J.C. Jin-Chen Wang et al. "On-line Measurement-based Model Parameter Estimation for Synchronous Generators Solution



- Algorithm and Numerical Studies, IEEE Trans. on Energy Conversion, vol. 9, no 2, June 1994, pp 337-343
- [2] I. Kamwa, "Synchronous Machine Identification: State of the Art and Coming Attractions," World Congress, Georgia Tech, Atlanta, VA, 15-18 July, 1994, vol. 2, pp 757-769
- [3] I. Kamwa, P. Viarouge, E.J. Dickinson, "Identification of generalized model of synchronous machine from time-domain tests," Proc. IEE, C, 1991, vol. 138, no 6, pp. 485-498
- [4] I. Kamwa, P. Viarouge, R. Mahfoudi, "Phenomenological Models of Large Synchronous Machines from Short-Circuit Tests During Commissioning - A Classical/Modern Approach," IEEE Trans. on Energy Conversion, vol. 9, no 1 March 1994, pp 85-98.
- [5] S. Sriharan, S.E.M. De Oliveira, "Analysis of Synchronous Generator Sequential Short-Circuit," Proc. IEE, vol. 124, no.6, June 1977, pp. 546-553.
- [6] I. Boldea, S.A. Naser, Electric Machine Dynamics, Mac Millan Publishing Company, New York, 1986
- [7] P.C. Krause, O. Wasykczuk, S.D. Sudhoff, Analysis of Electric Machinery, IEEE Press, New York, 1995.
- [8] S.-A. Tahar, I. Kamwa, "A two-factor saturation model for synchronous machines with multiple rotor circuits," IEEE Trans. on Energy Conversion, vol. 10, no 4, December 1995, pp. 609-616.
- [9] R. Wamkeue, I. Kamwa, X. Dai-Do, "Current-Controlled Modeling of Synchronous with application to Stator and Rotor Decrement Test Analysis," submitted for ELECTRIMACS Conference, 1996.
- [10] C. St-Pierre, "System Grounding Practices and Protection," General Electric, IPSEO, Rev.1, 1985.
- [11] P. Kundur, Power System Stability and Control, McGraw-Hill, 1994
- [12] E. De Jaeger, "Modeling of Saturated Synchronous Machines," Proceedings of the IERE Workshop on "New Issues in Power System Simulation", Caen (France), March 30-31, 1992, pp 89-96.
- [13] Kaichiro Hirayama, "Practical Detailed Model for Generators," IEEE Trans. on Energy Conversion, vol 10, no 1, March 1995, pp.105-110
- [14] Y.K. Chung, B. Akins, "Transient Theory of Synchronous Generators under Unbalanced Conditions," IEE, vol 101, no 4, 1954, pp 166-182.
- [15] S.-A. Tahar, I. Kamwa, P. Viarouge, M. Ferfa, "A generalized model of saturated synchronous machines," IMACS-Journal on Mathematics and Computers in Simulation, 38(1995), pp. 425-435.

# Appendix

$$Gd\psi = \frac{\omega_{md}}{x_d} \left[ \begin{array}{cccc} \frac{1}{x_d} & 0 & 0 & \frac{1}{x_f} & \frac{1}{x_{D1}} & \dots & 0_{Lm+1} \end{array} \right]_{Lm+3} \quad (48)$$

$$Gq\psi = -\frac{\omega_{mq}}{x_q} \left[ \begin{array}{cccc} 0 & \frac{1}{x_q} & 0 & 0_{md+1} & \frac{1}{x_{Q1}} & \frac{1}{x_{Q2}} & \dots \end{array} \right]_{Lm+3} \quad (49)$$

$$Gh\psi = 0_{Lm+3}; G_\psi = \begin{bmatrix} Gq\psi \\ Gd\psi \\ Gh\psi \\ 0_{n,n+3} \end{bmatrix}; G_i = \begin{bmatrix} Gq_i \\ Gd_i \\ Gh_i \\ 0_{n,n+3} \end{bmatrix} \quad (50)$$

$$Gq_i = \left[ \begin{array}{cccc} \omega_{mq} & x_q & 0 & 0_{Lmd+1} & \omega_{mq} & \omega_{mq} & \dots \end{array} \right]_{Lm+3} \quad (51)$$

$$Gd_i = \left[ \begin{array}{cccc} x_d & \omega_d & 0 & \omega_{md} & \omega_{md} & \dots & 0_{Lmq} \end{array} \right]_{Lm+3} \quad (52)$$

$$Gh_i = \left[ \begin{array}{cccc} 0 & 0 & \omega_{2h} & 0_{Lh} \end{array} \right]_{Lm+3} \quad (53)$$

## Line-to-ground short circuit

$$v_0 = \frac{1}{3}(v_a + v_b + v_c) = 0; v_c - v_a = v_b - v_a; v_c - v_b = v_a - v_b \quad (54)$$

## Line-to-line short circuit

$$v_0 = \frac{1}{3}(v_a + v_b + v_c) = 0$$

$$v_c - v_b = v_a - v_b; v_c - v_a = v_b - v_a \quad (55)$$

## Line-to-line-to ground short circuit

$$v_0 = \frac{1}{3}(v_a + v_b + v_c) = 0; v_c - v_a = v_b - v_a; v_c - v_b = v_a - v_b \quad (56)$$

**Annexe IV: Article no.4****Current-Controlled Modeling of Synchronous Machines with Application to  
Stator and Rotor Decrement Test Analysis****R. Wamkeue, (*StM*)****I. Kamwa, (*M*)****X. Daï-Do, (*SM*)**

Présenté au congrès International

**ELECTRIMACS, Proceedings vol. 1/3, Saint-Nazaire, France, Septembre  
1996, pp. 169-176**

## Current-controlled Modeling of Synchronous Machines with Application to Stator and Rotor Decrement Test Analysis

R. Wamkeue\*

L. Kamwa\*\*

X. Dai-Do

(\*) Ecole Polytechnique de Montréal - Département de Génie électrique et Informatique

(\*\*) Institut de recherche d'Hydro-Québec - 1800, boulevard Lionel-Boulet, Québec, Canada

### Abstract

This paper describes a state space current-controlled model of synchronous machines. Current-controlled test procedures are described and easily implemented using this model. Stator decrements tests on a 3-3 sixth-order Nanticoke turbine-machine are simulated. Finally, the numerical simulations are discussed showing the effectiveness of decrement-test analysis based on the proposed model.

### Nomenclature (symbols in per units)

$M = \{d, f, D_1, q, Q_1, h\}$	machine windings
$\mu, \beta$	machine winding variables
$M_s = \{d, q, h\}$	stator windings
$M_r = \{f, D_1, Q_1\}$	rotor windings
$M_{rd} = \{f, D_1\}$	d-axis rotor windings
$M_{rq} = \{Q_1\}$	q-axis rotor windings
$M_d = \{d, f, D_1\}$	d-axis windings
$M_q = \{q, Q_1\}$	q-axis windings
$M_a = \{D_1, Q_1\}$	damper windings
$M_h = \{h\}$	zero-sequence winding
$i = 1 \dots nd$	rank of damper $D_i$
$j = 1 \dots nq$	rank of damper $Q_j$
$x_\lambda$	inductance of coil $\lambda$
$x_{\lambda\gamma} = x_{\gamma\lambda}$	( $\lambda \neq \gamma$ ) mutual inductance
	( $\lambda = \gamma$ ) self inductance
$x_{\lambda i}$	$i$ th Canay inductance in d-axis
$x_{\lambda q, j-1}$	$(j-1)$ th Canay inductance in q-axis
$i_\lambda = s_\lambda j_\lambda$	( $s = -1$ ) for an alternator ( $s = 0$ ) for a motor
$x_s = [x_d \ x_q \ x_h]^T$	armature variable

$$x_r = [x_f \ x_a \ x_{Q_1}]^T \quad \text{rotor variable}$$

$$x_{rd} = [x_f \ x_{D_1}]^T \quad \text{d-axis rotor variable}$$

$$x_{rq} = [x_{Q_1}]^T \quad \text{q-axis rotor variable}$$

### 1. Introduction

The need to increase power system stability has fostered research aimed at using identification schemes to optimally determine the parameters of synchronous machines under operating conditions. So far, the sudden three-phase short-circuit test has been the preferred method for this purpose but, among other inherent problems, it does not allow estimation of the q-axis parameters [1]. The stator decrement test with the field in short-circuit, the best alternative to the sudden-three-phase short-circuit test analytically well studied by [2], could help to estimate both d- and q-axis models but the literature provides no appropriate state space synchronous-machine model to process this test for parameter identification. H.Tsai et al. [3] present a simplified state space current-controlled model for small-disturbance tests on the machine. However, this less accurate model, obtained after numerous simplifications, is impractical for large-disturbance tests. The load rejection test, a stator decrement test with constant field voltage, has been performed by several authors for the determination of machine reactances and open-circuit time constants [4-7]. In general, all these earlier investigations have focused on graphical methods using the synchronous-machine blockdiagram model. More recently, Kazchiro [8] has repeated this test for voltage and field current prediction but his computational schemes were not clearly detailed or explained. For lack of an appropriate analytical study of the load rejection test, all these authors present the test principles and initial conditions empirically.

The purpose of this paper is to propose a solution to this synchronous-machine modeling problem. In section 2, we develop in a matrix form an appropriate generalized state space synchronous-machine (alternator or synchronous motor and condenser) flux and voltage model with the armature current-controlled and an adjustable number of damper windings in each axis. This arbitrary-order model takes account of rotor speed variation, the machine neutral, and the Canay reactances in both the d- and q-axes. Section 3 describes practical tests and their numerical modeling and initial conditions are analyzed.

Simulations of the stator decrement test with field on short-circuit and the load rejection test on a sixth-order Nanticoke turbine generator are presented in section 4, together with pertinent comments

## 2. System Description

The synchronous machine in the Park reference frame with an arbitrary number of damper windings in the  $d$ - and  $q$ -axes can be represented by Fig. 1.

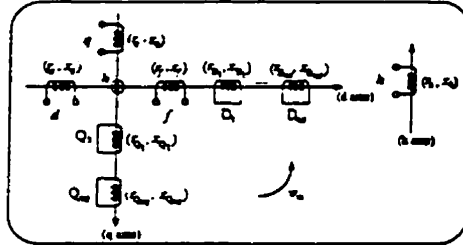


Fig. 1 Synchronous-machine representation in Park reference frame

### 2.1 Flux and voltage equations

The fluxes crossing principal windings  $\beta$ ,  $\beta^*$  and  $h$  of the  $d$ -,  $q$ - and  $h$ - axes of Fig. 1 are defined respectively as follows

$$\Psi_\beta = x_{d\beta} i_d + \sum_{\mu} x_{\beta\mu} i_{\mu} \quad (\mu \in M_d - \{d\}, \beta \in M_d) \quad (1)$$

$$\Psi_{\beta^*} = x_{q\beta^*} i_q + \sum_{\mu} x_{\beta^*\mu} i_{\mu} \quad (\mu \in M_q - \{q\}, \beta^* \in M_q) \quad (2)$$

$$\Psi_h = x_h i_h \quad (3)$$

The first term on the right-hand side of equations (1) to (3) is the armature contribution of the flux crossing the corresponding winding while the second term represents the rotor contribution of these fluxes. The zero-sequence reactance is given in [1]. In the matrix form, (1) and (2) are summarized as follows

$$\begin{bmatrix} \Psi_d \\ \Psi_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{dd} & X_{dq} \\ X_{qd} & X_{qq} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} \quad (4)$$

where  $X_{dd}$ ,  $X_{dq}$ , and  $X_{qq}$  are defined in appendix. By defining

the derivative and coupling-axis matrices  $F$  and  $\Xi$  as follows

$$F = \frac{p}{\omega_n} I_{n+3}; \quad W = \omega_n \begin{bmatrix} \Xi & 0_{3,n} \\ 0_{n,3} & 0_{n,n} \end{bmatrix}; \quad \Xi = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

where  $p = \frac{d}{dt}$ ,  $I_n$  the  $n$ th order unit matrix, and  $\omega_n$  the rotor speed, the voltage equations in matrix form yield

$$\begin{bmatrix} v_d \\ v_q \\ v_h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_s & 0_{1,n} \\ 0_{n,1} & r_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_h \end{bmatrix} + [F + W] \begin{bmatrix} \Psi_d \\ \Psi_q \\ \Psi_h \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$\text{with} \quad n = nd + nq + 1 \quad (7)$$

The matrices  $r_s$  and  $r_r$  are given in appendix and  $0_{3,n}$  is defined as a  $3 \times n$ -order zero matrix. These voltage equations

suggest the equivalent circuits shown in Fig. 2. The  $q$ -axis Canay reactances are justified in [1].

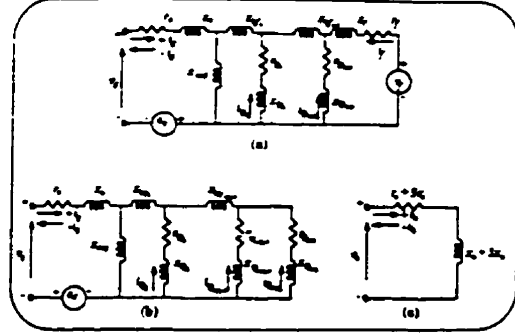


Fig. 2 Park equivalent circuits of the synchronous machine

### 2.2 Current-controlled state space flux model

By substituting  $i_r$  obtained from (4) into (6), ignoring the zero-sequence axis, and solving (6) for  $p(\Psi_r)$  and (4) for  $i_{\Psi}$  after rearrangement, we obtain

$$p(\Psi_r) = A_0 \Psi_r + B_0 U \quad (8)$$

$$i_{\Psi} = C_{\Psi} \Psi_r + D_{\Psi} U$$

where

$$U = \begin{bmatrix} v_f \\ i_d \\ i_q \end{bmatrix}^T, \quad i_{\Psi} = \begin{bmatrix} i_f \\ \Psi_d \\ \Psi_q \end{bmatrix}^T \quad (9)$$

are respectively the control vector and the system output vector. The system matrices  $A_0$ ,  $B_0$ ,  $C_{\Psi}$  and  $D_{\Psi}$  listed in appendix are built using the parameter vector defined by

$$\theta_s = \begin{bmatrix} r_{\mu} & x_{\mu} & x_{md} & x_{kf} & x_{mq} & x_{kqj-1} \end{bmatrix}^T; \quad (\mu \in M) \quad (10)$$

Equation (8) can be decoupled in the  $d$ - $q$ - $h$  reference frame as follows

$$p \begin{bmatrix} \Psi_{rd} \\ \Psi_{rq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{0rd} & 0_{nd+1,nq} \\ 0_{nq,nd+1} & A_{0rq} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Psi_{rd} \\ \Psi_{rq} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{0rd} & 0_{nd+1,1} \\ 0_{nq,2} & B_{0rq} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_d \\ U_q \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$\begin{bmatrix} i_{\Psi d} \\ i_{\Psi q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{\Psi d} & 0_{2,nq} \\ 0_{1,nd+1} & C_{\Psi q} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Psi_{rd} \\ \Psi_{rq} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{\Psi d} & 0_{2,1} \\ 0_{1,2} & D_{\Psi q} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_d \\ U_q \end{bmatrix} \quad (12)$$

and

$$\Psi_h = x_h i_h \quad (13)$$

where

$$U_d = \begin{bmatrix} v_f \\ i_d \end{bmatrix}^T, \quad U_q = \begin{bmatrix} i_q \end{bmatrix}, \quad i_{\Psi d} = \begin{bmatrix} i_f \\ \Psi_d \end{bmatrix}^T; \quad i_{\Psi q} = \begin{bmatrix} \Psi_q \end{bmatrix}$$

All the diagonal block matrices of the decoupled system defined by (11) and (12) are given in appendix. The resulting terminal flux magnitude is computed as follows

$$\Psi_r = \sqrt{\Psi_d^2 + \Psi_q^2 + \Psi_h^2} \quad (14)$$

### 2.3 Current-controlled state space voltage model

Since the terminal voltage and flux components are linked by (6), the voltage model can be derived simply by changing the system output vector of (8). Substituting the armature flux outputs of (12) into the voltage equation (6) and solving this equation for the armature voltage yields

$$p(\Psi_r) = A_0 \cdot \Psi_r + B_0 \cdot U$$

$$r_v = C_v \cdot \Psi_r + D_v \cdot U + \frac{p}{\omega_n} \begin{bmatrix} 0 \\ D\psi_{d\alpha} \dot{i}_d \\ D\psi_{q\alpha} \dot{i}_q \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$v_h = r_h \dot{i}_h + \frac{p}{\omega_n} (\Psi_h)$$

with

$$r_v = [r_f \quad r_d \quad r_q]^T$$

The voltage model is given by the nonlinear system (15) for the symmetrical and non-symmetrical current-controlled tests. These tests usually require a symmetrical behavior on the part of the machine. The steady-state conditions are symmetrical and the steady-state components of armature current defined in (22) are constant. Since the control currents are proportional to steady state currents (see (23) and (24)), the derivative term of (15) is zero. Thus, (15) may be written

$$p(\Psi_r) = A_0 \cdot \Psi_r + B_0 \cdot U \quad (16)$$

$$r_v = C_v \cdot \Psi_r + D_v \cdot U$$

The matrices  $C_v$  and  $D_v$  are defined in appendix. The magnitude of the terminal voltage is given by

$$V_r = \sqrt{V_d^2 + V_q^2} \quad (17)$$

The decoupled equations (11), (12) and (13) show that the entire current-controlled test procedure on a synchronous machine can be decomposed into three single sub-tests on each of the axes,  $d$ ,  $q$  and  $h$ . In other words, each given test is the superposition of the  $d$ - $q$ - $h$  axis sub-tests. This important result will be used to formulate clear explanation of the test procedure and the initial conditions.

### 2.4 Electromechanical transient model

Let us now include in our model the mechanical equations, defined as follows

$$p(\omega_m) = \frac{1}{2H} (T_m - T_e - D\omega_m) \quad (18)$$

$$p(\delta) = \omega_n (\omega_m - 1)$$

where the electrical torque, neglecting the resistive losses, is defined by

$$T_e = \Psi_d \dot{q} - \Psi_q \dot{d} \quad (19)$$

Substituting the armature flux of (12) into (19) and combining equations (11), (12) and (18) yields

$$p(X) = \begin{bmatrix} A_0 & 0_{n,2} \\ Z_{2,n} & R_{n,2} \end{bmatrix} X + \begin{bmatrix} B_0 & 0_{n,2} \\ T_{2,3} & X_{2,2} \end{bmatrix} V \quad (20)$$

where

$$X = [\Psi_r^T \quad \omega_m \quad \delta]^T, V = [U^T \quad \bar{\omega}_m \quad 1]^T \quad (21)$$

The sub-matrices of (20) are listed in appendix.

### 3. Tests

The symmetrical steady-state current vector is defined by (22). The test is applied by causing a sudden change in this vector and maintaining the change throughout the test. Depending on the test to be performed the required change can be obtained by increasing or decreasing the initial load represented by (22). The armature current-controlled vector  $\dot{i}_{dqh}$  is modelled for the overload test by (23) and for the decrement test by (24). The coefficient  $\alpha$  is the proportion of the total initial load added to or removed from the system.

$$\dot{i}_{(dqh)}^* = \epsilon \cdot [i_f \sin(\phi + \delta_0) \quad i_f \cos(\phi + \delta_0) \quad 0]^T \quad (22)$$

$$\dot{i}_{dqh} = \dot{i}_{(dqh)}^* = \dot{i}_{(dqh)}^* + \alpha \cdot \dot{i}_{(dqh)}^* : (\alpha \geq 1) \quad (23)$$

$$\dot{i}_{dqh} = \dot{i}_{(dqh)}^* = \dot{i}_{(dqh)}^* - \alpha \cdot \dot{i}_{(dqh)}^* : (0 \leq \alpha \leq 1) \quad (24)$$

#### 3.1 Test principle

Let us consider Fig.3 below, where M represents the synchronous-machine armature, and L1 and L2 are the three-phase load or supply, since the machine can behave as an alternator or a synchronous condenser. Any test performed can be well illustrated using the switches  $k_1, \dots, k_4$ . The tests performed by the system (8), their principles and the derived parameters are summarized in Table 1. It is important to know that all these tests can be performed depending on the position of the rotor flux in any axis, as shown by the decoupled equations (11) and (12) and the initial conditions of sub-section 3.2. Under this assumption, Table 1 recapitulates only the  $d$ -axis symmetrical tests. It should be observed that for tests 2, 3 and 4,  $\alpha=1$ , a value arbitrarily chosen for convenience.

#### 3.2 Initial conditions for a given test

As mentioned earlier, the decoupled behavior of the current-controlled state space synchronous machine model given by equations (11) and (12) shows that each test can be

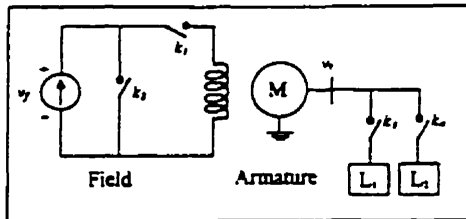


Fig. 3 Test principle diagram

Table 1 Recapitulation of usual tests and principle

Test identification	Initial condition	Principle	Derived constants
1 Overload	$\epsilon = \pm 1$ $k_1 = 1, k_2 = 0$ $k_3 = 1, k_4 = 0$	$\epsilon = \pm 1$ $k_1 = 1, k_2 = 0$ $k_3 = 1, k_4 = 0$	(prediction)
2 Rotor decrement with stator in open circuit	$\epsilon = \pm 1$ $k_1 = 1, k_2 = 0$ $k_3 = 0, k_4 = 0$	$\epsilon = \pm 1$ $k_1 = 1, k_2 = 0$ $k_3 = 0, k_4 = 0$	$T_{do}^{(1)} \dots T_{do}^{(nd+1)}$ $T_f$
3 Stator decrement with field in open circuit	$\epsilon = \pm 1$ $k_1 = 0, k_2 = 0$ $k_3 = 1, k_4 = 0$	$\epsilon = \pm 1$ $k_1 = 0, k_2 = 0$ $k_3 = 1, k_4 = 0$	$T_D^{(1)} \dots T_D^{(nd)}$
4 Stator decrement with field in short-circuit	$\epsilon = \pm 1$ $k_1 = 1, k_2 = 1$ $k_3 = 1, k_4 = 0$	$\epsilon = \pm 1$ $k_1 = 1, k_2 = 1$ $k_3 = 1, k_4 = 0$	$x_d^{(1)} \dots x_d^{(nd+1)}$ $T_{do}^{(1)} \dots T_{do}^{(nd+1)}$
5 Load rejection test	$\epsilon = \pm 1$ $k_1 = 1, k_2 = 0$ $k_3 = 1, k_4 = 0$	$\epsilon = \pm 1$ $k_1 = 1, k_2 = 0$ $k_3 = 1, k_4 = 0$	$x_d^{(1)} \dots x_d^{(nd+1)}$ $T_{do}^{(1)} \dots T_{do}^{(nd+1)}$

performed for a specified axis. The rotor position flux on each axis then depends on the nature of the load used during the test.

**d-axis test** The d-axis test is performed when the axis parameters are required. Only the sub-system with subscript d in equations (11) and (12) must be used. Since the rotor position flux is on the d-axis, the q-axis current and d-axis voltage are equal to zero and can be represented by (25) and (26)

$$i_{(dqp)}^T = \epsilon \begin{bmatrix} 1, \sin(\phi + \delta_0) & 1, \cos(\phi + \delta_0) & 0 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} \epsilon x_d & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (25)$$

$$v_d = v, \sin \delta_0 = r_a i_d - v_q = -v_q = -x_q(p) i_q = 0 \quad (26)$$

By solving these equations for  $\phi$  and  $\delta_0$ , the evident solutions

are  $\phi = \pm \frac{\pi}{2}$  and  $\delta_0 = 0$ . Otherwise the d-axis tests are obtained when the load used is purely reactive and the steady-state rotor angle is equal to zero.

**q-axis test** Similarly, the q-axis test is obtained by selecting only the q-axis sub-system in (11) and (12) and setting all quantities with the subscript d equal to zero. Under the same assumption as before, the load characteristics of the q-axis test are known by solving (27) for  $\phi$ . The solution obtained is  $\phi = -\delta_0 + \gamma\pi$ , ( $\gamma = 0, 1, \dots$ ). In particular,  $\phi = \delta_0 = 0$  for the purely resistive load yields the q-axis test.

$$i_{(dqp)}^T = \epsilon \begin{bmatrix} 1, \sin(\phi + \delta_0) & 1, \cos(\phi + \delta_0) & 0 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 0 & \epsilon x_q & 0 \end{bmatrix}^T \quad (27)$$

**Arbitrary-axis test** The arbitrary-axis test is used to define all tests in which the load differs from those given by the d-axis and q-axis tests. In this case, the initial conditions include the d- and q-axis components and the whole system (8) is used. It is

important to note that, since (8) is decoupled, the d-axis or q-axis test can also be performed using the corresponding components of each axis for any given load, as illustrated by (11) and (12).

#### 4. Numerical Applications

##### 4.1 Examples

**Example 1** The load rejection test (test 5 in Table 1) is done on the sixth-order Nanticoke turbine-generator with the parameters given in Table 2. The machine is excited by a voltage applied to its field winding which is kept constant throughout the test. Two tests, the first with a pure inductive load of  $+2/p.u.$  and the second with a pure capacitive load of  $-2/p.u.$ , are carried out in the d-axis test. Each of these loads is connected to the machine terminal at a rated voltage of  $1 p.u.$ . The q-axis test is done with a load of  $25-15/p.u.$ . The chosen values of these loads were chosen similar to those given in [7]. For d-axis load rejection, zero active power is difficult to control precisely in practice. As much as 2% machine rating error is added to the previous values, as mentioned in [7]. A 100% load rejection test is obtained by disconnecting the load from the machine. Fig. 4, 5, and 7 show the test simulation results. The initial steady-state conditions are computed using the technique developed in appendix.

**Example 2** A stator decrement test with the field in short-circuit (test 4 in Table 1) is performed on the same machine as Example 1. The machine is operating as a synchronous condenser at rated speed with a terminal voltage of  $1 p.u.$  and is excited by a 3-phase supply to the stator with a  $5 p.u.$  current. The step disturbance is applied by forcing this stator current to zero. The simulation results are given in Fig. 6 for the d-axis test and in Fig. 8 for the q-axis test.

##### 4.2 Simulation results

For the d-axis load rejection test, the simulation results of Fig. 4 and 5 are practically similar to those obtained by de Mello [4]

Table 2: Parameters of the Nanticoke Turbine generator (Rotor 3) calculated by Dandeno et al [9].

$x_{md}$	2.1520	$x_f$	0.0155	$x_{Q1}$	1.6570
$x_{mq}$	2.0570	$r_f$	0.00094	$r_{Q1}$	0.00592
$x_d$	0.1720	$x_{D1}$	2.7320	$x_{Q2}$	0.1193
$r_s$	0.0040	$r_{D1}$	0.1142	$r_{Q1}$	0.1081
$x_d$	2.3240	$x_{D2}$	0.00753	$x_{Q1}$	0.4513
$x_q$	2.2290	$r_{D1}$	0.00592	$r_{Q1}$	0.0188
$f_n$	60 Hz	$x_{H1}$	-0.5215	$x_{H2}$	0.8975
$x_{kq1}$	0.0000	$x_{kq2}$	0.0000	$H^*$	7.5000

(° for the arbitrary parameter values)



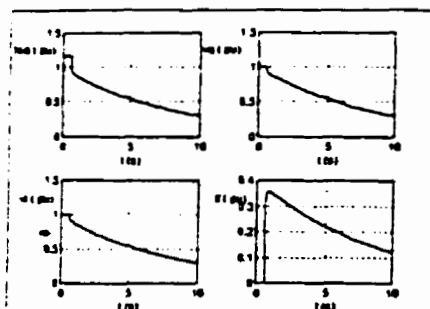


Fig. 6 The d-axis variables for a stator decrement test with the field in short-circuit

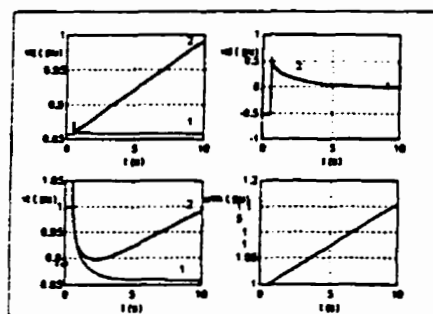


Fig. 7 The q-axis variables of the load rejection test

$$v_d(t) = v_d(t) = v_{d0} \left( 1 - \frac{x_d'}{x_d} \right) \exp\left(-\frac{t}{T_{d0}}\right) \quad (31)$$

$$v_q(t) = v_d(t) = v_{d0} \left( 1 - \frac{x_d'}{x_d} \right) \exp\left(-\frac{t}{T_{d0}}\right) + v_{d0} \left( \frac{x_d' - x_d}{x_d} \right) \exp\left(-\frac{t}{T_{d0}}\right) \quad (32)$$

The limit voltage is given by

$$v_d(\infty) = v_q(\infty) = v_{d0} \left( 1 - \frac{x_d'}{x_d} \right) \quad (33)$$

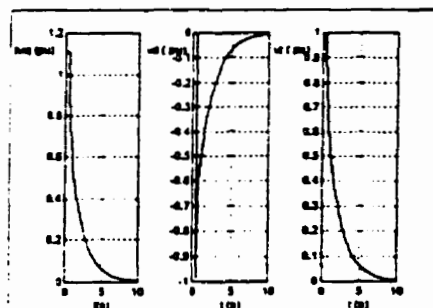


Fig. 8 The q-axis variables for a stator decrement test with field on short-circuit (ideal case)

Since the series  $x_d^{(0)}, x_d', x_d'', \dots, x_d^{(nd+1)}$  decreases, the limit voltage tends to increase with the machine order

### Conclusion

A new synchronous-machine current-controlled model was presented and numerous decrement tests were numerically developed. A study of their principles and analysis of the usual conditions led to the generally accepted assumptions being clarified. Two numerical examples applied with load rejection and the stator decrement tests with field in short-circuit demonstrated the effectiveness and accuracy of the new model. This paper does not include saturation in the proposed model but it is planned to conduct real on-line synchronous-machine identification using a saturated version of the proposed model in the near future

### References

- [1] R. Wamkeue, I. Kamwa, X. Dai-Do, "A Detailed Model of Grounded Synchronous Machines for Saturated Unsymmetrical Transients," submitted for ELECTRIMACS Conference, 1996.
- [2] G. Shackshaft, "New Approach to the Determination of Synchronous-machine Parameters from Tests," IEE Proc., vol. 121, no. 11, pp. 1385-1392, 1974.
- [3] H. Tsai, A. Keyhani, J. Demcko, R. G. Farmer, "On-line Synchronous-machine Parameter Estimation from Small-disturbance Operating Data," IEEE Trans. on Energy Conversion, vol. 10, no. 1, pp. 25-35, March 1995.
- [4] F.P. de Mello, J.R. Ribeiro, "Derivation of synchronous machine parameters from tests," IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, vol. PAS-96, no. 4, pp. 1211-1218, July-August 1977.
- [5] M. Namba, J. Hsodo, S. Dori, M. Udo, "Development for Measurement of Operating Parameters of Synchronous Generator and Control Systems," IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, vol. PAS-100, no. 2, pp. 618-628, February 1981.
- [6] T. Sugiyama, T. Nishiwaki, S. Takeda, S. Abe, "Measurements of Synchronous-Machine Parameters under Operating Conditions," IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, vol. PAS-101, no. 4, pp. 895-904, April 1982.
- [7] EPRI, "Confirmation of Test Methods for Synchronous-machine Dynamic Performance Models," EPRI Report, August 1988.
- [8] Kaichiro Hirayama, "Practical Detailed Model for Generators," IEEE Trans. on Energy Conversion, vol. 10, no. 1, pp. 105-110, March 1995.
- [9] P.L. Dandeno, A.T. Poray, "Development of Detailed Turbogenerator Equivalent Circuits from Standstill Frequency Response Measurements," IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, vol. PAS-102, pp. 2047-2054, July 1983.





$$\forall d = \varepsilon x_d' d + x_{md} f = v_q - \varepsilon x_d' q \quad (73)$$

$$\forall f = \varepsilon x_{md}' d + x_{ff}' f \quad (74)$$

$$f = \frac{v_q - \varepsilon(x_d' q + x_d' d)}{x_{md}}$$

$$\forall D_l = \varepsilon x_{md}' d + x_{D_l f}' f; l = 1 \dots nd \quad (75)$$

(73)

(74)

(75)

(76)

$$\forall q = \varepsilon x_{mq}' q \quad (77)$$

$$\forall Q_{l'} = \varepsilon x_{mq}' q; l' = 1 \dots nq \quad (78)$$

$$T_m = T_s + D \omega_{m0} \quad (79)$$

$$T_s = \frac{P_l}{\omega_{m0}}; \omega_{m0} = 1 \quad (80)$$

(77)

(78)

(79)

(80)

**Annexe V: Article no.5****Iteratively Reweighted Least Squares for Maximum Likelihood Identification of Synchronous Machine Parameters from On-line Tests**

**R. Wamkeue, (*StM*)    I. Kamwa, (*M*)    X. Daï-Do, (*SM*)    A. Keyhani, (*SM*)**

**PE-191-EC-0-12-1997, à paraître dans IEEE Power Engineering Society, 1998**

**Présenté au 1998 IEEE Winter Meeting PES, February 1-5, Tampa, Florida (USA)**

# Iteratively Reweighted Least Squares for Maximum Likelihood Identification of Synchronous Machine Parameters from On-line Tests

R. Wamkeue, (SM),  
Ecole Polytechnique,  
Montreal, QC, Canada

I. Kamwa, (M),  
Hydro-Québec,  
Montreal, QC, Canada

X. Dai-Do, (SM),  
Ecole Polytechnique,  
Montreal, QC, Canada

A. Keyhani, (SM),  
Ohio State University,  
Columbus, Ohio, USA

**Abstract** - This paper presents a new approach for the statistical identification of synchronous-machine parameters from on-line test data that were recorded on a 202-MVA hydro-generator at Hydro-Québec's La Grande 3 generating station. Data processing is performed to remove harmonics in noise-corrupted measurements. The time-domain parameter identification is carried out by means of our proposed maximum-likelihood estimation method, also called the iteratively reweighted least-squares algorithm. A comparison of the results with the ordinary weighted least-squares estimation, which is equivalent to the maximum-likelihood estimation only when the noise is white, shows the superiority of the proposed method. This procedure appears more convenient than previous schemes for parameter identification of the synchronous-machine linear equivalent-circuits, especially when the noise statistics are poorly known.

## 1. Introduction

Although standstill testing in the time and frequency domains has gained rapid popularity, owing to the simplicity of its implementation even on very large machines, it is still sometimes criticized for its excessively low levels of test currents, not to mention that the rotational effects of the coupling axes, the centrifugal force effects on damper windings and the magnetic saturation effects cannot be observed during standstill [1, 2]. These limitations triggered the emergence of running time-domain response (RTDR) testing, based on small [3] or large [4] signal disturbances around an operating point.

The maximum-likelihood estimator has been extensively used for synchronous-machine parameter identification from frequency and time-domain response data [3], [5, 6]. Despite the quality of the results obtained by many authors using this estimator, the adequacy of its application remains questionable.

The purpose of this work is to present a new approach to maximum-likelihood identification of the synchronous-machine parameters from time-domain on-line large-disturbance test, obtained by abruptly changing the reference voltage. The estimation method is derived from the generalized least-squares estimator. This technique provides accurate estimates and appears as the best choice to avoid the shortcomings of the classical formulation of the maximum-likelihood estimation.

## II. Parametrization of generalized models

Estimation of the equivalent circuits in Fig.1 consists in determining the following parametric vector of reactances and resistances (per units) for given integers  $n_d$ ,  $n_q$  and  $n_m$

$$\theta^T = [\mathcal{R}_d \quad \mathcal{R}_q \quad X_d \quad X_q \quad X_m] \quad (1)$$

$$\mathcal{R}_d = \begin{bmatrix} r_a & r_f & r_{D_1} \end{bmatrix}, \quad X_d = \begin{bmatrix} x_a & x_f & x_{D_1} \end{bmatrix}, \quad i = 1 \dots n_d \quad (2)$$

$$\mathcal{R}_q = \begin{bmatrix} r_a & r_{Q_1} \end{bmatrix}, \quad X_q = \begin{bmatrix} x_a & x_{Q_1} \end{bmatrix}, \quad j = 1 \dots n_q \quad (3)$$

$$X_m = \begin{bmatrix} x_{md} & x_{mq} & x_{kf_1} & \dots & x_{kf_{n_d}} \end{bmatrix} \quad (4)$$

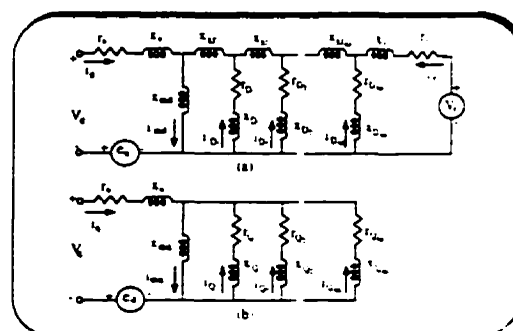


Fig.1: Generalized equivalent circuit of the synchronous machine. (a)  $e_d = \omega_m \Psi_d$ ; (b)  $e_q = -\omega_m \Psi_q$

In the present study, the input-output data originate from normal operating records, with a machine running in a sufficiently informative mode (section IV). The outputs  $y(k)$  can be sampled at intervals  $\{t_k = t_0 + k\pi, k = 0, 1, \dots, N\}$  by means of an experimental test bed. The data acquisition system inevitably introduces stochastic perturbations on both the process  $\{x(k)\}$  and the measurements  $\{m(k)\}$ . Therefore, in the discrete-time state space representation of the machine, the dependence on the unknown parameter vector  $\theta = [\theta_s^T \quad \theta_n^T]^T$  can be explicitly expressed as follows:

$$\begin{aligned} x(k) &= x(k) \\ x(k+1, \theta) &= A(k, \theta)x(k, \theta) + B(k, \theta)u(k) + F(k, \theta)m(k, \theta) \\ y(k, \theta) &= C(k, \theta)x(k, \theta) + D(k) + G(k)n(k) \\ w_l[\theta, x(k, \theta), u(k)] &\geq 0, l = 1, 2, \dots, \lambda. \end{aligned} \quad (5)$$

$$A(k, \theta) = e^{A(\theta) \Delta T}, \quad B(k, \theta) = \left( \int_0^{\Delta T} e^{A(\theta) \tau} d\tau \right) B(\theta_s) \quad (6)$$

with the following covariance matrices:

$$E[n] = 0, \quad Q = E[nn^T], \quad E[m] = 0 \quad (7)$$

$$R_0 = E[mm^T], \quad E[x(0)] = 0, \quad P_0 = E[xx^T] \quad (8)$$

where  $x \in \mathbb{R}^r$ ,  $u \in \mathbb{R}^m$ ,  $y \in \mathbb{R}^q$  are in order, the state, input and output vectors with  $q = 3n_d + 2n_q + 5$ ,  $r = n_d + n_q + 3$  and

$\theta_s \in \mathbb{R}^q$ . The state variables in (5) are a function not only of the system-machine parameter vector  $\theta_s$  but also of the noise parameter vector  $\theta_n$ . The  $w_l$  are  $\lambda$  equality and inequality constraints relating a priori  $x$ ,  $u$  and  $\theta_s$ , and may serve as stability bounds. The system state matrices  $A(\theta_s)$ ,  $B(\theta_s)$ ,  $C$  and  $D$  are given in appendix.  $Q$  and  $R_0$  are constant but unknown noise covariance matrices.

### III. The maximum-likelihood estimator

The maximum likelihood estimate  $\theta_M$  is the value of  $\theta$  which maximizes the joint probability that  $y(k, \theta)$  is equal to the actual measurements in hand [7, 8]. This is equivalent to minimizing the negative logarithm of (9), to conform with optimization conventions.

$$\begin{aligned} L(\theta) &= \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N \left\{ \epsilon(k)^T R(\theta)^{-1} \epsilon(k) \right\} - \frac{1}{2} N \log(\det(R(\theta))) \quad (9) \\ \epsilon &= y - y_p, \quad R(\theta) = E[\epsilon\epsilon^T] \quad (10) \end{aligned}$$

where  $\epsilon$  is the innovation sequence,  $R$  the corresponding covariance matrix and  $y_p$  is the predicted value of the measured output vector  $y$ . Rigorously, in the estimation procedure, the unknown process covariance matrix  $Q$  and the innovation sequence covariance matrix  $R$  should be identified at the same time as the system-parameter vector so that, by the end of this procedure, the noise becomes white for the optimal value of  $R$  and  $Q$  [7-10]. Otherwise, if  $R$  is a fixed known matrix, (9) could be one of the following estimators [8]:

- 1 If  $R = C^T C$  is the known covariance matrix of the residuals, (9) is the Markov estimator.
- 2 If  $R = C^T C$  is an arbitrary fixed matrix, (9) is the well known weighted least-squares estimator.
- 3 If  $R = C^T C = I$  is the identity matrix, (9) is the ordinary least-

squares estimator

#### III.1 Shortcomings of previous approaches to the maximum likelihood identification of synchronous machines

In the approaches developed in [3, 5, 6], for instance,  $R$  is obtained from a Kalman filter according to (11)

$$R(k) = R_0 + C P_e(k) C^T \quad (11)$$

where  $P_e$  is the estimated covariance matrix of the state vector.

However, such an approach has the following shortcomings:

- The method used to determine the a priori unknown  $Q$  matrix is not always clear.

- The above formulation is restrictive and cannot compute machine parameters when perfect (noise-free) measurements are assumed for all the system state variables, i.e. if in (5),  $G=0$ ,  $R_0=0$ ,  $D=0$ , then, according to (9) and (11),  $C$  needs to be non-singular. Unfortunately, since the machine damper windings are not accessible to observation,  $C$  is never of full rank and the previous method cannot be applied.

- The optimum results of Kalman filtering require an exact knowledge of the process and measurement noise covariance matrices  $Q$  and  $R$  [9]. In this sense, nothing shows that the Kalman filter as used in the previous formulation works optimally. For example, knowing that no restriction on using the above procedure is mentioned by the authors, let us suppose a stochastic environment where process noise can be neglected,  $F=0$  in (5) and  $P=P_e=0$  in (11), hence  $R(k)=R_0$ , is an arbitrary fixed value and (9) becomes

$$L(\theta) = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N \left\{ \epsilon(k)^T R_0^{-1} \epsilon(k) \right\} \quad (12)$$

which is basically the well known *weighted least-squares estimator* previously defined. In this case, and more generally, when the process noise covariance matrix  $Q$  is arbitrary fixed to an a priori value as in [3, 5, 6], the maximum-likelihood procedure based on (9), becomes mathematically equivalent to the *weighted least-squares estimation (WLS)*.

#### III.2 New approach of maximum-likelihood estimation: the iteratively reweighted least-squares algorithm

The generalized least-squares estimate  $\theta_G$  is the value of  $\theta$  that minimizes the quadratic functional defined by (11)

$$M(\theta) = \sum_{k=1}^N \epsilon(k)^T R(\theta)^{-1} \epsilon(k) \quad (13)$$

The matrix  $R$  in (13) is also unknown, but it may be observed that if  $R$  could be estimated at each iteration  $i$  of the identification procedure, (9) and (13) in terms of the optimization criterion will be equivalent. In other words, the generalized least-squares estimate of  $\theta$  is equal to its maximum-likelihood estimate ( $\theta_G = \theta_M$ ). It is well proved that at  $\theta_G$ , the best estimate of the innovation covariance matrix,  $R$  is given by [7, 11, 12]

$$R(\theta) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N e(k)e(k)^T \quad (14)$$

The problem of the generalized least squares can thus be solved by the following three-step procedure [11]:

1. Set  $R(0) = I$  and minimize (13) with respect to  $\theta$
2. Compute  $R(1)$  from (14) using the residuals from step 1
3. Form the cost function (13) using the value of  $R(1)$  calculated from step 2 and solve the minimization problem

Steps 2 and 3 are repeated until convergence is attained. At each iteration  $i$  of step 2,  $R_i(\theta)$  is updated by (14), thus (13) behaves like the weighted least squares that will be *iteratively reweighted* during future iterations, since  $R_i(6) = R_j(6)$  for two distinct iterations  $i$  and  $j$ . In the exact maximum likelihood method, this procedure is applied by simply changing equation (13) for equation (9) in steps 1 and 3. The predicted state and output variables are then computed using the discrete form (15) obtained by combining the discrete deterministic state-space model of the system with the Kalman prediction-correction formulation [13].

$$\begin{aligned} x_p(k+1, \theta) &= [A(k, \theta) - KC]x_p(k, \theta) \\ &+ [B(k, \theta) - KD - K] \begin{bmatrix} u(k) \\ y(k) \end{bmatrix} \quad (15) \\ y_p(k, \theta) &= Cx_p(k, \theta) + \begin{bmatrix} D & 0_{1,p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u(k) \\ y(k) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

where the indice  $p$  denote the predicted variable values, and  $0_{1,p}$  is  $1 \times p$  zero matrix,  $K$  is the limiting (steady-state) Kalman gain matrix defined in (16). This choice offers the advantage of reducing computation time and ensuring that the filter is asymptotically optimal. Since  $K(k) \rightarrow K$  as  $k \rightarrow \infty$ , the state prediction error  $P(k) \rightarrow P$  as  $k \rightarrow \infty$ , thus  $P$  would satisfy the Riccati matrix equation (17). The covariance matrix of the discretized process noise  $Q$  is obtained from (18), [7]

$$K = PC^T(R + CPC^T)^{-1} \quad (16)$$

$$P = e^{A\Delta t} \{ P - KCP - Q \} e^{A^T \Delta t} \quad (17)$$

$$Q = \begin{bmatrix} e - A\sigma FF^T e - A^T \sigma_d \sigma_d \\ 0 \end{bmatrix} \quad (18)$$

In practice,  $Q = \sigma F F^T$ , the previous approximation of  $Q$  is such that  $\sigma$  must be small compared to the system time constants for good estimation. Since  $F$  is unknown, an adequate value  $Q_0$  of  $Q$  is chosen to initialize the Kalman Filter. Further estimates of  $Q$  which the entries are the elements of  $\theta_n$  ( $Q = \text{diag}(\theta_n)$ ), are computed together with the system parameter vector  $\theta_s$ . At each iteration, the update value of  $Q$  is introduced in (17).

Since  $R$  is estimated by (14), it is completely independent of  $Q$ . At the end of the procedure, when an optimal value of  $Q$  is obtained,  $F$  is deduced from (18). This formulation is still valid when a process noise model is avoided or when perfect measurements are assumed. In the aim to show the effectiveness of the present work, the proposed *maximum-likelihood estimation* (MLE) also called the *iteratively reweighted least-squares algorithm*, is implemented at the same time with the *weighted least-squares estimation* (WLS) procedure normally equivalent to the classical maximum-likelihood estimation as previously established in section III.

A consistent weighted least-squares estimator can be derived from (12) by replacing  $R_0$  with  $W = \frac{R_0}{N}$ ,  $N \rightarrow \infty$ . The implementation of these two estimation procedures (MLE and WLS) is completed by choosing a suitable constrained optimization algorithm as developed in the reference [15]. In order to ensure the Kalman filter stability,  $Q$  must be semidefinite positive, and  $R$  should be definite positive to be physically meaningful.

#### IV. Experiment setup

The test report [16] covers many tests done in spring 1993 on the Hydro-Québec network under normal operating conditions. The experimental arrangement of the tests is shown in Fig. 2. The machine under test is a wye-connected hydro turbine-generator at La Grande 3, rated at 202 MVA, 13.8 kV, 0.95 power factor, 60 Hz and 64 poles with a synchronous speed of 112.5 rpm. Two tests were selected for this study. The identification on-line test was performed by introducing a large disturbance in the machine excitation reference voltage. The step response is obtained using a pulse voltage of 15% for 6 cycles of the fundamental. This type of test has the advantage of being influenced by the machine saturation. The second test selected is for the cross-validation of the identified models. For this purpose, measured terminal and field voltages are directly used as input signals in the simulation. Comparisons are then made between the measured and simulated variables.

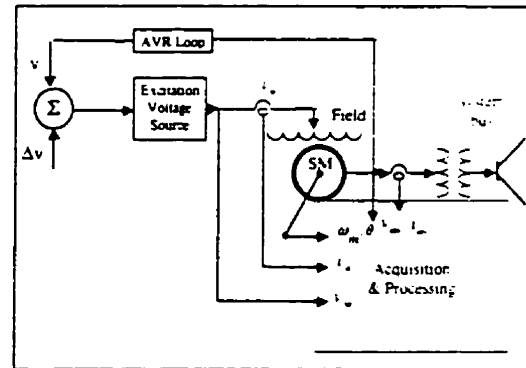


Fig. 2: On-line testing using field voltage perturbation.

## V. Data preprocessing

The data derived from the previous tests are very noisy, as illustrated by the field current in Fig. 3 (a). Each test contains 60,000 points/signal. The noise is probably due to the surrounding electromagnetic interference, sensor noise, and the rectification voltage process of the excitation system. The filtered field current is shown in Fig. 3 (b). Two important stages of data processing are needed:

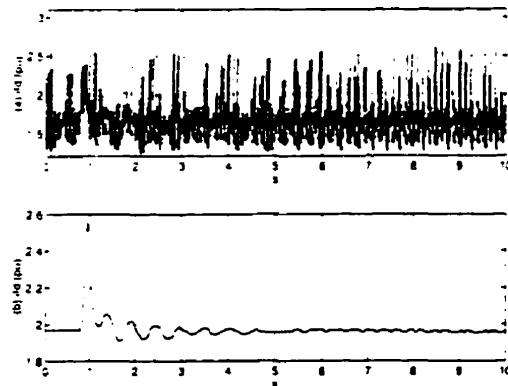


Fig. 3: Raw and smoothed field current.

### V.1 Compression and smoothing

This first stage consists in using the Clarke transformation [17] to derive the fundamental variables  $V$ ,  $I$ ,  $P$  and  $Q$  with a decimation of 1.13 order aim to obtain a final signal of 240 Hz. The Clarke transformation of a given three-phase system  $(g_a, g_b, g_c)$  is obtain by

$$\begin{bmatrix} g_a(t) \\ g_b(t) \\ g_0(t) \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g_a(t) \\ g_b(t) \\ g_c(t) \end{bmatrix} \quad (19)$$

The terminal voltages and currents space-phasors, also known as the positive symmetrical instantaneous components are defined by (20), while the machine power swings are given by (21).

$$v_{cl}(t) = v_a(t) + jv_\beta(t), \quad i_{cl}(t) = i_a(t) + ji_\beta(t) \quad (20)$$

$$s_{cl}(t) = v_{cl}(t)i_{cl}^*(t) = p_{cl}(t) + jq_{cl}(t) \quad (21)$$

where  $g^*$  denotes the conjugate complex of  $g$ . The phasors  $v_{cl}(t)$  and  $i_{cl}(t)$  contain all the necessary information to describe the positive and negative sequences at all harmonic frequencies of the terminal voltages and currents. These previous phasors are therefore particularly suitable for efficiently defining the true rms and average values of terminal variables [17]: thus

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i_{cl}^2 dt}, \quad V = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T v_{cl}^2 dt} \quad (22)$$

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p_{cl}(t) dt, \quad Q = \frac{1}{T} \int_0^T q_{cl}(t) dt \quad (23)$$

The procedure to evaluate (22,23) consists in using a low-frequency multirate filter whose passband depends on the actual application. This technique is efficient for rejecting second-order harmonics and is insensitive to large frequency variations. The decimation process is inspired by reference [18].

### V.2 Rotor angle and Park transformation

For the saturated steady state, the rotor angle  $\delta_0$  and the other Park component variables are computed from equation (24) [19, 20]

$$\delta_0 = a \tan \left( \frac{x_{qs} I \cos(\theta) + r_a I \sin(\theta)}{V - r_a I \cos(\theta) - x_{qs} I \sin(\theta)} \right) \quad (24)$$

$$i_d = I \sin(\delta_0 - \theta), \quad i_q = I \cos(\delta_0 - \theta) \quad (25)$$

$$v_d = V \sin(\delta_0), \quad v_q = V \cos(\delta_0) \quad (26)$$

$$i_{fd}^c = \frac{v_q - \sigma \frac{1}{a} i_q - \frac{1}{a} (x_a + x_{mds} i_{fd}^c) i_d}{x_{mds} i_{fd}^c}, \quad v_{fd} = i_{fd}^c i_d \quad (27)$$

$$\left| \frac{i_{fd}^c(i+1) - i_{fd}^c}{i_{fd}^c} \right| \times 100 \leq 5 \quad (28)$$

In (24), the only uncertainty in computing  $\delta_0$  comes from the saturated  $q$ -axis reactance  $x_{qs}$  for a given sample  $i = 0, 1, 2, \dots$

$x_{qs}$  is adjusted iteratively by establishing that the value of the computed field current  $i_{fd}^c$  (27) will be the same as the measured

one. A criterion for the steady-state validation conditions could then be defined by (28). For the transient Park components, the rotor angle in the dynamic state should be evaluated because measured data are not available. Krause [21] suggests that for a given space-phasor  $g_{cl}(t) = g_a(t) + jg_\beta(t)$ , the Park components in the dynamic state are defined by

$$\begin{bmatrix} g_d \\ g_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\delta) & -\sin(\delta) \\ \sin(\delta) & \cos(\delta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g_a \\ g_\beta \end{bmatrix} \quad (29)$$

$$\delta(t) = \int_0^t 2\pi [f_r(\zeta) - f_s(\zeta)] d\zeta + \delta_0 \quad (30)$$

where  $f_s$  and  $f_r$  are respectively the synchronous frequency and the rotor speed. Unfortunately, the recorded rotor speed data are not available but it can be well approximated by the frequency of the phasor

$$\bar{v}_d = \bar{v}_f + i \bar{r}_d = j \omega_s \bar{i}_f \quad (31)$$

$\bar{v}_d$  is tied to the synchronous-machine internal voltage [21] whose frequency is equal to the rotor speed.  $\bar{v}_f$  and  $\bar{i}_f$  are phasors of the terminal voltage and current.  $\delta(t)$  is then computed by the following procedure:

1. Estimate  $\bar{v}_f$
2. Estimate  $\bar{i}_f$
3. Integrate (30) using a digital integrator

The computed initial-condition values are indicated in Table 1. Of the values given for any variable in this table, the first corresponds to the identification test, the second to the cross-validation test. Superscripts *c* and *m* indicate computed and measured values respectively.

Table 1: Initial conditions

$E_m^c$	1.290 1.212	$i_m^c$	0.8790 0.6103	$p_m^c$	0.9150 0.7140	$Q_m^c$	-0.3337 0.0128	$PF$	0.9497 0.9215
$\bar{v}_f^c$	0.9000 0.9685	$\bar{i}_q^c$	0.9559 1.1013	$\bar{i}_d^c$	0.1906 0.2179	$\bar{i}_q^m$	0.8590 1.1120	$x_{ds}$	1.0561 1.0347
$\delta_0^c$	12.1490 19.8920	$\bar{i}_{fd}^m$	1.3558 1.4992	$\bar{i}_{fd}^c$	1.3488 1.3876	$\bar{v}_{fd}^m$	0.0007 0.0011	$x_q$	0.7000 0.7000

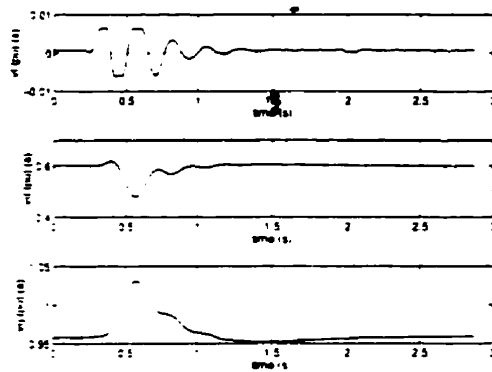


Fig. 4: Smoothed input voltages for the identification procedure

In both steady-state and transient analysis, the so-called constant model saturation method is used to incorporate magnetic saturation in the machine model. It bases on the assumption that the saturation does not change much during the test. The saturated magnetic reactances  $x_{mds}$  and  $x_{mqd}$  obtained from the initial steady-state conditions will therefore be maintained for the transient study. Apart from the peak due to sudden impulse in the field voltage, this assumption is realistic since, the whole behavior of the machine is a disturbance around the initial steady state. The per unit base variables obtained with the method developed in [19] are  $V_b=11.268$  (kV),  $I_b=11.952$  (kA),

$I_b=848.232$  (A),  $V_b=23.814$  (kV).

## VI. Results

The computed steady-state conditions are given for the selected tests in Table 1. The machine under test is a salient pole machine, thus, as suggested in IEEE-Std 1110 [22], the model structure selected needs only one damper winding per axis. The initial equivalent-circuit parameters (Std-M in Table 2) are calculated from short-circuit time constants graphically obtained using combined Salvatore [24] and Canay [25] algorithms. The dynamic constants of Table 3 are computed from given or estimated equivalent-circuit parameters by the method suggested in [23].

Table 2: Estimated equivalent-circuit parameter values

$\theta_{se}(t)$	$x_{kf}$	$r_f$	$r_{D1}$	$r_{Q1}$	$r_d$
MLE	0.028497	0.0005045	0.0036763	1.6190	0.198
WLS	0.096182	0.0004845	0.0042226	1.6190	0.198
Std-M	0.0036758	0.00043632	0.0040965	1.6190	0.198
$\theta_{se}(t)$	$r_f$	$x_{D1}$	$x_{Q1}$	$x_{md}$	$x_{mq}$
MLE	0.021172	-0.005618	3.8348	0.84987	0.5616
WLS	0.020237	-0.009125	3.8348	0.84987	0.5616
Std-M	0.011977	0.0033333	3.8348	0.906	0.5616
$\theta_{ne}(j)$	$r_f$	$x_{D1}$	$x_{Q1}$	$x_{md}$	$x_{mq}$
MLE	0.000017	0.000017	0.000017	0.000017	0.000017
WLS	0.0000649	0.00007473	0.00009	0.00009	0.00009
Std-M	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001
diag(R)	initial	final	initial	final	initial
	0.000017	0.000017	0.000098	0.00001	

$\bar{z}$  initial values of the Q matrix diagonal terms

Table 3: Derived dynamic reactance and time-constant estimates

	MLE	WLS	Std-M	MLE	WLS	Std-M
$x_{d'}^c$	0.3885	0.4054	0.325	$T_d'$	2.4281	2.6061
$x_{d''}^c$	0.2532	0.2766	0.229	$T_d''$	0.0702	0.06304
$x_{f'}^c$	0.3446	0.3725	0.2713	$T_{d0}'$	6.6133	6.7834
$x_{f''}^c$	0.2062	0.1929	0.197	$T_{d0}''$	0.1068	0.09172
$x_q^c$	0.6427	0.6427	0.2125	$T_q'$	0.00651	0.00651
$T_{q0}'$	0.0071	0.0071	0.1957	$T_f'$	0.4434	0.44587
$T_{f0}'$	0.0625	0.0596	0.0616	$T_{f0}''$	0.10012	0.10546
$T_{f0}''$	1.5471	1.4998	1.5315	$T_{D1}$	-0.0021	-0.0057

The input signals to be applied to the model are given in Fig. 4. The consistent weighted least-squares (WLS) estimator (equivalent of classical maximum-likelihood estimation) was implemented in aim to establish a comparison with the proposed maximum-likelihood method (MLE). The oscillographs of Fig. 5-8 illustrate the performance of MLE compared to WLS. They also confirm the consistency of MLE. The identified model is strongly competitive as shown by these figures. It can be observed in Fig. 5-6 that, apart from peak, the identified and the test curves are similar. The components of the estimated parameter vector  $\theta_{se}$  are listed in Table 2 together with the estimated noise



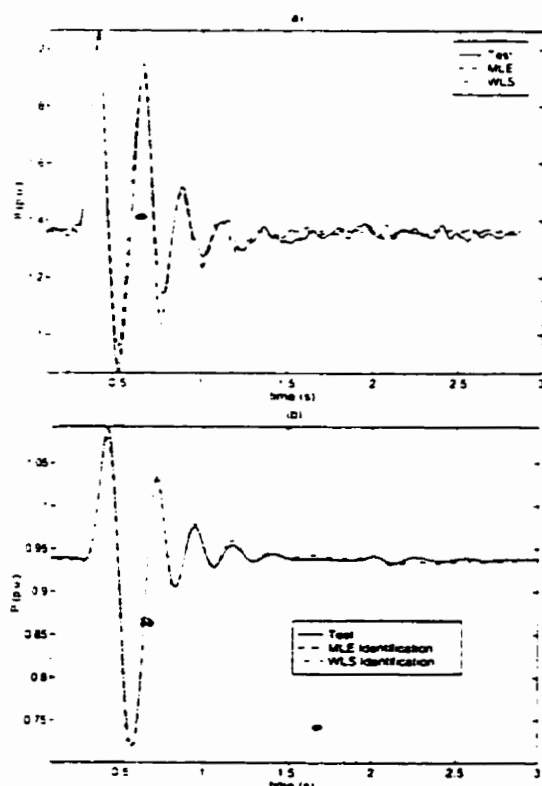


Fig. 5: Synchronous-machine model validation: field current and active power.

parameter vector  $\theta_{ne}$ . For Kalman filtering, the initial value of the state noise parameter  $j$ , is  $\theta_n(j) = 10^{-5}$  (Table 2). Fig. 7 shows the various steps in the identification procedure. At first as illustrated by the dotted line (first-stage innovations), the innovation sequence is not white but, by the end of the procedure when the optimal parameter vector is obtained, the residuals become negligible and nearly white, as shown by the full line in Fig. 7 (second-stage innovations) and the final value of innovation covariance matrix  $R$  (Table 2). Since the exact values of the machine parameters are unknown, only computation of the confidence regions (Cramer-Rao bounds), not included in this work, could help to appreciate the discrepancy between estimated and unknown true parameters. Nevertheless, the final, nearly white residuals of Fig. 7 and the cross-validation given in Fig. 8 confirm the accuracy of the proposed La Grande 3 machine model for transient analysis around an operating point. The negative value obtained for the  $d$ -axis damper winding was also reported by Canay [25] for a turbine-generator. It is an algebraic quantity showing the flux direction in the winding. In addition, the positive Canay reactance estimated or calculated is due to iron saturation.

Interesting insights into the Kalman filter can be derived from the cross-validation analysis given in Fig. 8. Iron saturation for the

cross-validation test and the identification test is different since the estimated parameters of Table 2 are used for cross validation. The saturation levels of the identification test and the cross-validation test of the machine represented by reactances  $x_{md}$  and  $x_{mq}$  are different. This problem is illustrated by the WLS plot in Fig. 8. Otherwise, the Kalman filter or MLE considers this problem as an added noise which is automatically filtered.

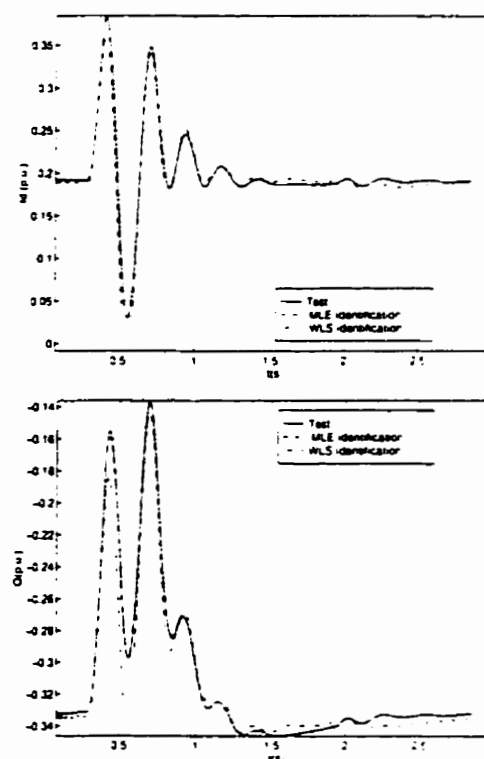


Fig. 6: Synchronous-machine model validation (cont.)  $d$ -axis current, and reactive power

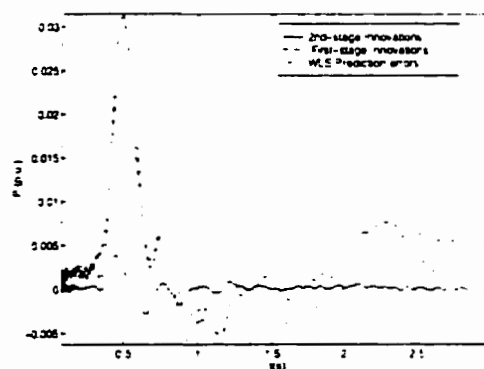


Fig. 7: Model innovations

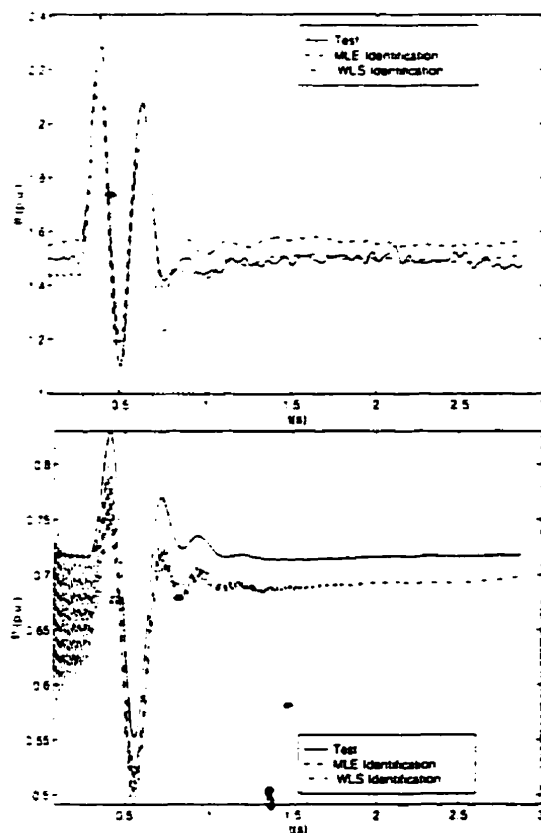


Fig. 8: Model cross-validation: field current, and active power.

## VII. Conclusion

The present paper has attempted to apply the maximum-likelihood estimator in its original formulation to synchronous-machine parameter estimation. The proposed procedure, based on generalized least squares, is presented using large-disturbance response data. The results confirmed that the proposed maximum-likelihood estimates (MLE) are more consistent than the classical maximum-likelihood estimates which are equal to the weighted least-squares estimates (WLS). This work contributes to the clarification of some accepted concepts of the maximum-likelihood estimation method. It would be more interesting if the statistical inferences were done on the estimated parameters. Although the identification procedure uses on-line test data, the step response is known to be less more effective than PWM (pulse width modulated) or stochastic excitations and asymmetrical short-circuit tests in exciting all the machine modes. In near future, it is planned to conduct real modeling of synchronous machines from large-disturbance tests such as line-to-line short-circuits using the MLE.

## VIII. References

- [1] Kamwa, P. Viarouge, E. J. Dickinson. "Identification of generalized models of synchronous machines from time-domain tests." *IEE Proc.-C*, 138(6), pp 485-498, Nov. 1991.
- [2] R. Diggie, J. L. Dineley. "Generator Works Testing - Sudden Short-circuit or Standstill Variable Frequency-response Method." *IEE Proc.-C*, 128(4), pp 177-182, July 1981.
- [3] H. Tsai, A. Keyhani, J. Demcko, R. G. Farmer. "On-Line Synchronous Machine Parameter Estimation from Small Disturbance Operating Data." *IEEE Trans., EC-10*, 1, 1995, pp 25-35.
- [4] EPRI report EL-5736 "Confirmation of Test Methods for Synchronous Machine Dynamic Performance Models." Power Consumer Inc., Aug. 1988.
- [5] A. Keyhani, S. Hao, G. Dayal. "Maximum Likelihood Estimation of Solid-Rotor Synchronous Machine Parameters from SSFR Test Data." *IEEE Trans., EC-4*(3), 1989, pp 551-558.
- [6] M. L. Zhu, B. Mpanda-Mabwe, M. Crappe, M. Renglet. "Synchronous Machine Parameters Estimation Using Kalman Filter and Maximum Likelihood Combined Method." *Proc. Electrimacs '96*, Vol. 1/3, September 1996, pp 353-358.
- [7] R.E. Maue, K. W. Biff. "Formulation and Implementation of Practical Algorithm for Parameter Estimation with Process and Measurements noise." *SIAM J. Appl. Math.* 41(3), December 1981, pp 558-579.
- [8] J. Schoukens, R. Pintelon. *Identification of linear systems: A Practical Guideline to Accurate Modeling*, Pergamon Press.
- [9] R. K. Mehra. "On the Identification of Variances and Adaptive Kalman Filtering." *IEEE Trans. AC-15*(2), April 1970, pp 175-184.
- [10] L. Ljung, T. Soderstrom. *Theory and Practice of Recursive Identification*, MIT Press, 1983.
- [11] A. A. F. Seber, C. J. Wild. *Nonlinear Regression*, John Wiley and Sons, New Zealand 1988.
- [12] G.C. Goodwin, R. L. Payne. *Dynamic System Identification: Experiment Design and Data Analysis*, Academic Press, New York, 1977.
- [13] C. K. Chui, G. Chen. *Kalman Filtering with Real-Time Applications*, second edition, Springer-Verlag, Germany 1991.
- [14] R. Wamkeue, I. Kamwa, X. Dai-Do. "A Detailed Model of Grounded Synchronous Machines for Saturated Unsymmetrical Transients." *Proc. Electrimacs '96*, Vol. 1/3, September 1996, pp 333-340.
- [15] Andrew Grace. *Optimization Toolbox for use with MATLAB*, The MathWorks, Inc. Natick, Mass 1992.
- [16] B. Paement. "Identification des paramètres et des fonctions de transfert du système d'excitation." Report No. SEET-93065, Service des Essais et Études techniques, Sept. 1993.
- [17] E. H. Watanabe, R. M. Stephan, M. Aredes. "New Concepts of Instantaneous Active and Reactive Powers in Electrical Systems with Generic Loads." *IEEE Trans., PWRD-8*(2), April 1993, pp 697-703.
- [18] L. Toivonen, J. Morsky. "Digital Multirate Algorithms for Measurement of Voltage, Current, Power and Flicker." *IEEE Trans., PWRD-10*(1), Jan 1995, pp 116-126.
- [19] P. Kundur. *Power System Stability and Control*, McGraw-Hill, 1994.
- [20] IEEE/ANSI Standard 115 (1996). Tests Procedures for Synchronous Machines.

- [21] P. C. Krause, O. Wasynczuk, S. D. Sudhoff, *Analysis of Electric Machines*, IEEE Press, New York.
- [22] IEEE Guide for Synchronous Generator Modeling Practices in Stability Analysis, IEEE Std-1110, 1991.
- [23] I. Kamwa, M. Farzaneh, "Data Translation and Order Reduction for Turbine-Generator Models Used in Network Studies," *IEEE Trans. EC-12*(2), June 1997, pp. 118-126.
- [24] M. Salvatore, M. Savino, "Experimental Determination of Synchronous Machine Parameters," *IEE Proc. B*, 128 (4), pp. 212-218, July 1981.
- [25] I. M. Canay, "Modelling of Alternating-Current Machines having Multiple Rotor Circuits," *IEEE Trans. EC-8*(2), June 1993, pp. 280-296.

### IX. Appendix

$$x_{dd} = x_{md} + x_a = x_d, \quad x_{df} = x_{fd} = x_{D_1 d} = x_{d D_1} = x_{md} \quad (32)$$

$$x_{D_1 d} = x_{D_1 f} = x_{D_1 D_k} = x_{D_k D_1} = x_{D_1 D_l} = x_{D_l D_1} \quad (33)$$

$$x_{ff} = x_{md} + x_f + \sum_{i=1}^{nd} x_{kf_i} \quad (34)$$

$$x_{D_l D_l} = x_{md} + x_{D_l} + \sum_{i=1}^l x_{kf_i}, \quad l, k = 1 \dots nd \quad (35)$$

$$x_{qq} = x_{mq} + x_a = x_q, \quad x_{Q_l Q_l} = x_{Q_l} + x_{mq} \quad (36)$$

$$x_{Q_l Q_l} = x_{Q_l q} = x_{Q_l Q_k} = x_{Q_k Q_l} = x_{mq}, \quad k, l = 1 \dots nq \quad (37)$$

$$\frac{dx}{dt} = Ax + Bu, \quad y = Cx \quad (38)$$

$$B = \omega_n X^{-1}, \quad A = -\frac{B}{\omega_n} R + \omega_m G \quad (39)$$

$$x = \begin{bmatrix} x_d & x_f & x_{D_1} & \dots & x_{D_{nd}} & x_q & x_{Q_1} & \dots & x_{Q_{nq}} \end{bmatrix}^T, \quad y = \begin{bmatrix} i_d & i_f & i_q \end{bmatrix}^T \quad (40)$$

$$R = \text{diag} \begin{bmatrix} r_d & r_f & r_{D_1} & \dots & r_{D_{nd}} & r_q & r_{Q_1} & \dots & r_{Q_{nq}} \end{bmatrix} \quad (41)$$

$$G = \begin{bmatrix} \Theta_{1, nd+2} & -G_q \\ \Theta_{nd+1, nd+2} & \Theta_{nd+1, nd+1} \\ -G_d & \Theta_{1, nd+1} \\ \Theta_{nq, nd+2} & \Theta_{nq, nq+1} \end{bmatrix} \quad (42)$$

$$X = \begin{bmatrix} X_d & \Theta_{nd+2, nq+1} \\ \Theta_{nq+1, nd+2} & X_q \end{bmatrix} \quad (43)$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \Theta_{1, n-3} \\ 0 & 1 & 0 & \Theta_{1, n-3} \\ 0 & \Theta_{1, nd+2} & 1 & \Theta_{1, n-nd+3} \end{bmatrix} \quad (44)$$

$$X_d = \begin{bmatrix} x_{dd} & x_{df} & x_{D_1 d} & \dots & x_{D_{nd} d} \\ x_{fd} & x_{ff} & x_{D_1 f} & \dots & x_{D_{nd} f} \\ x_{D_1 d} & x_{D_1 f} & x_{D_1 D_1} & \dots & x_{D_1 D_{nd}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{D_{nd} d} & x_{D_{nd} f} & x_{D_{nd} D_1} & \dots & x_{D_{nd} D_{nd}} \end{bmatrix} \quad (45)$$

$$X_q = \begin{bmatrix} x_{qq} & x_{qQ_1} & x_{qQ_2} & \dots & x_{qQ_{nq}} \\ x_{Q_1 q} & x_{Q_1 Q_1} & x_{Q_1 Q_2} & \dots & x_{Q_1 Q_{nq}} \\ x_{Q_2 q} & x_{Q_2 Q_1} & x_{Q_2 Q_2} & \dots & x_{Q_2 Q_{nq}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{Q_{nq} q} & x_{Q_{nq} Q_1} & x_{Q_{nq} Q_2} & \dots & x_{Q_{nq} Q_{nq}} \end{bmatrix} \quad (46)$$

$$G_d = \begin{bmatrix} x_{dd} & x_{df} & x_{D_1 d} & \dots & x_{D_{nd} d} \\ x_{fd} & x_{ff} & x_{D_1 f} & \dots & x_{D_{nd} f} \\ x_{D_1 d} & x_{D_1 f} & x_{D_1 D_1} & \dots & x_{D_1 D_{nd}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{D_{nd} d} & x_{D_{nd} f} & x_{D_{nd} D_1} & \dots & x_{D_{nd} D_{nd}} \end{bmatrix}, \quad G_q = \begin{bmatrix} x_{qq} & x_{qQ_1} & x_{qQ_2} & \dots & x_{qQ_{nq}} \\ x_{Q_1 q} & x_{Q_1 Q_1} & x_{Q_1 Q_2} & \dots & x_{Q_1 Q_{nq}} \\ x_{Q_2 q} & x_{Q_2 Q_1} & x_{Q_2 Q_2} & \dots & x_{Q_2 Q_{nq}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{Q_{nq} q} & x_{Q_{nq} Q_1} & x_{Q_{nq} Q_2} & \dots & x_{Q_{nq} Q_{nq}} \end{bmatrix} \quad (47)$$

### X. Biographies

**René Wamkeue** received his B.Eng. in Electrical Engineering in 1990 from University of Douala, Cameroon. From 1991 to 1992, he was employed as professor of Electrical Engineering at University of Douala. Since 1993, René Wamkeue has been enrolled as PhD candidate at École Polytechnique de Montréal. His research interest is in the control and modeling of electric machines and power electronics.

**Innocent Kamwa** has been with the Hydro-Québec research institute, IREQ, since 1988. He is an associate professor of Electrical Engineering at Laval University in Québec, Canada. His current interests involve the areas of synchronous-machine advancements, power system identification, monitoring and control. Kamwa received his B.Eng. and Ph.D. degrees in Electrical Engineering from Laval University in 1984 and 1988 respectively. He is a member a registered engineer in the province of Québec and a member of the Synchronous Machine and Stability Controls Subcommittees of the IEEE PES.

**Xuan Dai-Do** earned his B.Sc.A., M.Sc.A. and Ph.D. degrees in Electrical Engineering from Laval University, Québec, Canada in 1966, 1968 and 1971, respectively. He has been at École Polytechnique de Montréal, Canada, since 1971, and is currently a Professor there. His areas of teaching and research are the analysis, modeling and simulation of HV-AC and HV-DC power systems. Dr. Do has authored or co-authored numerous technical papers. He is a Senior Member of IEEE and member of CIGRE. He was awarded the 1981 IEEE Outstanding Student Branch Counselor Award and IEEE Centennial Medal in 1984.

**Ali Keyhani** received his Ph.D. from Purdue University, West Lafayette, Indiana in 1975. From 1967 to 1969, he worked for Hewlett-Packard Co. on the computer-aided design of electronic transformers. Currently, Dr. Keyhani is a Professor of Electrical Engineering at the Ohio State University, Columbus, Ohio. His research interest is in control and modeling, parameter estimation, failure detection of electric machines, transformers and drive systems.

**Annexe VI: Article no.6****Line-to-line Short-Circuit Test Based Maximun Likelihood Estimation of  
Stability Model of Large Generators****R. Wamkeue, (*StM*)****I. Kamwa, (*M*)****X. Daï-Do, (*SM*)****Paper 98 WM 193, à paraître dans IEEE Power Engineering Society, 1998**

## Line-to-line Short-Circuit Test Based Maximum Likelihood Estimation of Stability Model of Large Generators

R. Wamkeue, (SA)  
Ecole Polytechnique,  
Montreal, Quebec, Canada

I. Kamwa, (M)  
Hydro-Quebec,  
Montreal, Quebec, Canada

X. Dai-Do, (SA)  
Ecole Polytechnique,  
Montreal, Quebec, Canada

**Abstract**—This paper presents a time-domain statistical identification method for synchronous-machine linear parameters from the standard line-to-line short-circuit test. The measurements are recorded on a 13.75-MVA hydro-generator at Hydro-Québec's Rapide-des-Quinze generating station. A complete mathematical model for synchronous-machine asymmetrical test analysis is proposed. An efficient algorithm is built to accurately calculate the standard equivalent circuit from time-constants and operational inductances. The maximum likelihood estimator derived from the generalized least-squares method is then used for parameter identification. Validation of the estimated model response against the measured running-time domain data confirms the effectiveness of the proposed estimation technique.

### I. Introduction

Many papers have been published on synchronous machine modeling and parameter estimation using on-line test data [1]. These tests generally take into account the saturation effects, centrifugal force effects on the damper windings and rotational effects of the coupling axes. Although the three phase sudden short-circuit test is not a typical formal running time-domain response testing (RTDR), it has the merit of presenting the same advantages in addition to be more informative and easier to implement. More recently, problems in the resulting estimated parameters using this test have shaken users' confidence, however. Among other things, the analysis of the no-load three-phase short-circuit test as proposed by authors does not give any information on the quadrature-axis components or the field current; moreover, it is always difficult to explain the harmonic effects of sequential circuit-breaker closing on the estimated parameters during the test. Consequently, there appears to be an advantage in performing more informative alternative testing such as line-to-line short-circuit tests, which do not cause the problem just mentioned [2].

The maximum-likelihood estimator has been extensively used for synchronous machine parameter identification [3,4]. The likelihood function remains an unbiased, consistent estimator for stochastic system modeling.

A serious difficulty in using the generalized least-squares and maximum likelihood estimators is estimation of the unknown covariance matrix of innovation sequence. In this sense, these two estimators are said to be equivalent [5].

The purpose of this paper is to use an alternative procedure derived from the generalized least-squares method to implement maximum-likelihood identification of machine parameters from the line-to-line short-circuit test. The main objectives of the work are listed below:

- Develop an appropriate state space model for the synchronous-machine asymmetrical short-circuit test analysis.
- Present a suitable maximum likelihood identification procedure for synchronous-machine modeling.
- Build the measurement setup for the line-to-line short-circuit test together with the analysis principle using the proposed model structure.
- Provide a suitable algorithm for computing initial parameter values of the standard circuit from the machine short-circuit time constants.
- Derive an accurate synchronous-machine model for Rapide-des-Quinze generator based on line-to-line faults

### II. Generalized synchronous-machine models and parametrization

It is established in [2] that the equations of the accurate synchronous machine model including the neutral connection for both symmetrical and asymmetrical test analysis, can be described by equations (1-5) where  $\varepsilon = -1$  for the generator and  $\varepsilon = 1$  for the motor behavior of the machine. In addition to being in a simple compact form, this formulation could also allow the sign convention problem to be avoided when organizing the machine equations, and to derive a machine state space model with currents or flux as state variables.

$$\begin{bmatrix} \Psi_s \\ \Psi_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathcal{L}'_s & \mathcal{L}'_{sr} \\ \mathcal{L}'_{sr} & \mathcal{L}'_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_s \\ i_r \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$\begin{bmatrix} v_s \\ v_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_s & 0_{3,n-3} \\ 0_{n-3,3} & \sigma_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_s \\ i_r \end{bmatrix} + [\Pi - \Pi'] \begin{bmatrix} \Psi_s \\ \Psi_r \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\Pi = \frac{p}{\omega_m} I_n, \quad W = \omega_m \begin{bmatrix} \Xi & O_{3,n-3} \\ O_{n-3,3} & O_{n-3,n-3} \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\Xi = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad g_s = \begin{bmatrix} g_d & g_q & g_h \end{bmatrix}^T \quad (4)$$

$$g_r = \begin{bmatrix} g_f & g_{Df} & g_{Qf} \end{bmatrix}^T, \quad g = i, v, \psi \quad (5)$$

$n = n_d + n_q + 4$  is the order of the system.  $n_d$  and  $n_q$  are the total damper windings in  $d$ - and  $q$ -axis respectively,  $l = 1, 2, \dots, n_d$ ,  $l' = 1, 2, \dots, n_q$  and  $p = \frac{d}{dt}$ .  $I_n$  is the  $n$  order identity matrix and  $\omega_m$  is the rotor speed in (pu). These equations suggest the equivalent circuits shown in Fig. 1.

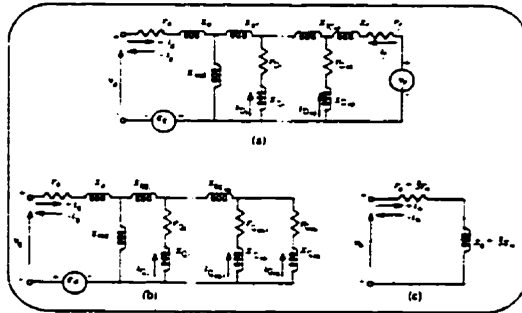


Fig.1: Generalized equivalent circuit model of synchronous machines (a)  $e_q = -\omega_m \psi_q$ , (b)  $e_d = \omega_m \psi_d$

In the previous equations,  $h$  denotes zero-sequence axis components. In a noisy environment, when state and measurement errors are taken into account, the general form of a deterministic/stochastic discrete linear state-space model is given by:

$$\begin{aligned} x_g(0) &= x_g(0) \\ x_g(k+1, \theta) &= A_g(k, \theta)x_g(k, \theta) + B_g(k, \theta)u_g(k) + F(k)w(k) \\ y_g(k, \theta) &= C_g(k, \theta)x_g(k, \theta) + D_g(k, \theta)u_g(k) + G(k)m(k) \\ &\begin{cases} f_l[\theta, x_g(k, \theta), u_g(k)] \geq 0, l = 1, 2, \dots, \gamma, \quad g = i, \psi \\ b_j[\theta, \bar{\lambda}_j(A_g)] < 0, j = 1, \dots, n \\ Q(k, \theta) \geq 0 \\ R(k, \theta) > 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (6)$$

with

$$x_g = \begin{bmatrix} g_s & g_r \end{bmatrix}^T, \quad y_g = \begin{bmatrix} i_s & i_f \end{bmatrix}^T, \quad u_g = \begin{bmatrix} v_s & v_r \end{bmatrix}^T \quad (7)$$

$$\theta = \begin{bmatrix} \theta_s^T & \theta_w^T \end{bmatrix}^T, \quad \theta_w = \text{diag}(Q) \quad (8)$$

$$\theta_s^T = \begin{bmatrix} \mathcal{R}_d & \mathcal{R}_q & r_h & x_d & x_q & x_h & x_{md} & x_{mq} \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$\mathcal{R}_d = \begin{bmatrix} r_a & r_f & r_{D1} & \dots & r_{Dnd} \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$\mathcal{R}_q = \begin{bmatrix} r_a & r_{Q1} & r_{Q2} & \dots & r_{Qnq} \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$x_d = \begin{bmatrix} x_a & x_f & x_{D1} & \dots & x_{Dnd} \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$x_q = \begin{bmatrix} x_a & x_{Q1} & x_{Q2} & \dots & x_{Qnq} \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$x_{md} = \begin{bmatrix} x_{md} & x_{kf1} & \dots & x_{kfnd} \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$x_{mq} = \begin{bmatrix} x_{mq} & x_{kq1} & \dots & x_{kqnq-1} \end{bmatrix} \quad (15)$$

where  $w$  and  $m$  are respectively the process and measurement-noise sequence with the following covariance matrices [3,4]

$$E[w] = 0, \quad Q = E[ww^T], \quad E[m] = 0 \quad (16)$$

$$R_0 = E[mm^T], \quad E[x(0)] = 0, \quad P_0 = E[xx^T] \quad (17)$$

$$A_\psi = T^{-1}A_1T, \quad B_\psi = T^{-1}B_1, \quad C_\psi = C_1T, \quad D_\psi = D_1 \quad (18)$$

The algebraic equivalence (18) relates the deterministic current and flux models. All the state-space matrices of current model in (18) and the transformation matrix  $T$  are defined in the Appendix.

The matrices  $A_g, B_g, C_g, D_g, F$  and  $G$  are functions of the unknown parameter  $\theta$ .  $Q$  is the process noise covariance matrix. The  $b$  equations in (6) are  $\gamma+3$  constraints relating  $x, u$ , and  $\theta$ , a priori, which may ensure system stability and accelerate algorithm convergence.  $\bar{\lambda}_j(A_g)$  denotes the  $j$ th eigenvalue of  $A_g$ .

### III. Maximum likelihood identification method

#### A. The maximum likelihood estimator

The maximum likelihood estimate of parameter vector is the value of  $\theta$  that maximizes the joint probability that  $y(k, \theta)$  is equal to the actual measurements  $y(k)$  in hand [5, 8]. This is equivalent to minimizing the negative logarithm of (19) to conform with optimization conventions

$$J(\theta) = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N \left( \epsilon(k)^T R(\theta)^{-1} \epsilon(k) \right) + \frac{1}{2} N \log(\det(R(\theta))) \quad (19)$$

$$\epsilon = y - \hat{y}_p, \quad R(\theta) = E[\epsilon\epsilon^T] \quad (20)$$

where  $\epsilon$  is the innovation sequence and  $R(\theta)$  the corresponding covariance matrix.  $y_p$  is the predicted noisy observations. Since the generalized least-squares estimate  $\hat{\theta}_G$  of  $\theta$  is equal to its maximum likelihood estimate  $\hat{\theta}_{\lambda f}$ , the following three-step procedure of the generalized least-squares method is used to compute  $\hat{\theta}_{\lambda f}$  [5]

1. Set  $R(\theta) = I$  and minimize (19) with respect to  $\theta$
2. Calculate  $R(\theta) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \epsilon(k)\epsilon(k)^T$  using the residuals from step 1
3. Form the cost function (19) and solve the minimization problem.

Steps 2 and 3 are repeated until convergence is attained. At each iteration  $i$ ,  $R_i(\theta)$  is updated at step 2; thus (19) behaves like the weighted least squares that will be reweighted during future iterations. Therefore, the procedure is also called the iteratively reweighted least-squares estimator.

#### B. The predictor-corrector and optimization algorithm

The predicted state and output variables are computed using the discrete form (21) obtained by combining the discrete deterministic model of the system-machine with the Kalman prediction-correction formulation [7]

$$\begin{aligned} x_p(k+1, \theta) &= [A(k, \theta) - KC]x_p(k, \theta) \\ &\quad + [B(k, \theta) - KD - K] \begin{bmatrix} u(k) \\ y(k) \end{bmatrix} \\ y_p(k, \theta) &= Cx_p(k, \theta) + \begin{bmatrix} D & 0_{1,p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u(k) \\ y(k) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (21)$$

where the index  $p$  denotes the predicted variable values, and  $0_{1,z}$  is  $1 \times z$  order zero matrix.  $K$  is the limiting (steady-state) Kalman gain matrix defined in (22) and  $P$  a solution of Riccati matrix equation (23)

$$K = PC^T(R + CPC^T)^{-1} \quad (22)$$

$$P = A(k, \theta_s) \{P - KCP + Q\} A^T(k, \theta_s) \quad (23)$$

$$Q = \int_0^T \exp^{-A\sigma} FF^T \exp^{-A^T\sigma} d\sigma \quad (24)$$

The covariance matrix of the discretized process noise  $Q$  is obtained from (24). In practice,  $Q = \sigma F F^T$  [8]. Since  $F$  is unknown, an adequate value  $Q_0$  of  $Q$  is chosen to initialize the Kalman Filter. Further estimates of  $Q$  are computed together with the system parameter vector  $\theta_s$  of (8).

The minimization of (19) is a nonlinear optimization problem, which can be solved by means of Newton-type iterative algorithms using finite difference computation. Therefore, starting with an initial guess obtained from the method developed in section V, the maximum-likelihood estimate of parameter vector  $\theta$  is evaluated by choosing a suitable constrained optimization algorithm such as developed in reference [9].

#### IV. Test setup

The experimental arrangement of the test is shown in Fig. 2. The machine under test is a wye-connected three-phase turbine-generator at Hydro-Québec's Rapide-des-Quinze generating station, rated at 13.75 MVA, 13.2 kV, 0.8 power factor, 60 Hz, and 180 rpm. A 10% line-to-line short-circuit is obtained by suddenly applying a single-phase short-circuit between the two phases  $a$  and  $b$  of the unloaded generator running at synchronous speed using switch  $k_0$  as shown in Fig. 2.

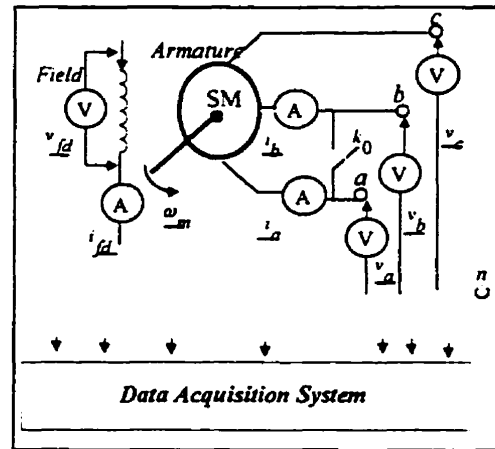


Fig. 2: Line-to-line short-circuit test experimentation

The testing is done according to the standard procedure described in IEEE Standard 115 [10] and confirmed by IEC Standard [11]. The technical equipment used for data acquisition is fully explained in the test report [12]. The recorded rotor speed variation is illustrated in Fig. 3.

#### V. Initial conditions and short-circuit test modeling

##### A. Control voltages

In order to compute  $d$ - $q$ - $h$  armature voltages, it is important to evaluate  $\beta$ , the angle by which the  $d$ -axis leads the center line of the phase  $a$  winding in the direction of rotation. Its expression is given by (25) [13], where  $\beta_0 = \beta(t=0)$ :

$$\beta(t) = \int_0^t \omega_m(\xi) d\xi + \beta_0 \quad (25a)$$

The rotor angle in steady state is then:  $\phi_0 = \frac{\pi}{2} - (\alpha - \beta_0)$  (25b)

where  $\alpha$  is the phase angle of armature voltage of phase  $a$  at  $t = 0$  [13]. Fig. 3 shows that the rotor speed variation in the interval chosen [1.55 1.72], is less than 0.1%.  $t_1 = 1.55$  s is the instant of fault application. Therefore, it can be assumed that the machine is rotating at synchronous speed ( $\omega_m = \omega_s$ ). If we set  $\beta_0 = 0$  as the zero-reference angle [13], equation (25) becomes

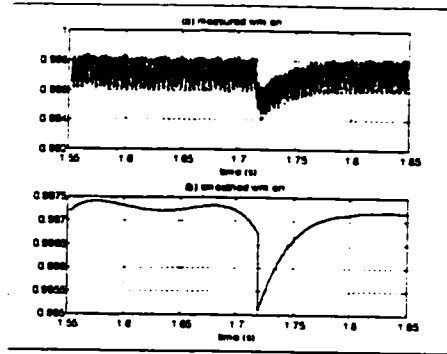


Fig. 3: The measured rotor speed: (a) raw; (b) smoothed

$$\beta(t) = \omega_s t, \quad \delta_0 = \frac{\pi}{2} - \alpha, \quad \alpha = \arccos\left(\frac{v_a^m(t=0)}{V\sqrt{2}}\right) \quad (26)$$

$$i_{fd} = \frac{v_q}{x_{md}}; \quad v_q = V_t \cos(\delta_0) = V_t \sin(\alpha); \quad v_{fd} = r_f i_{fd} \quad (27)$$

The steady-state field current and field control voltage are computed from (27), where  $V$  (in volts) and  $V_t$  (in pu) are respectively the rms and the per unit rms values of the armature terminal voltage;  $v_a^m$  in (volt) is the steady-state recorded instantaneous armature voltage of phase  $a$  of the machine given in Fig. 4. The field control voltage is shown in Fig. 5 (b). Normally, as advised in Standard 115 [10], this voltage should be maintained constant during the whole test. From the steady-state, applying a permanent line-to-line short-circuit to the machine at the instant  $t_1$  is theoretically equivalent to

$$v_a(t) = v_b(t) \quad (28)$$

for any  $t \geq t_1$ . The equivalent armature control voltages in the  $d$ - $q$ - $h$  reference frame are computed using Park matrix  $P$  and equation (28) as follows [13]:

$$\begin{bmatrix} v_d(t) & v_q(t) & v_h(t) \end{bmatrix}^T = P \begin{bmatrix} v_a(t) & v_b(t) & v_c(t) \end{bmatrix}^T \quad (29)$$

After  $t_1$ , Fig. 4 confirms equation (28). Fig. 6 shows the  $d$ - $q$ - $h$  input armature voltages for a grounded synchronous machine (with neutral connected to the ground [2]) after a line-to-line

short-circuit. Since the armature voltages are not symmetrical as illustrated in Fig. 4 and Fig. 5 (a), the input armature voltages in Park reference frame are not step voltages as in case of the three phase short-circuit test (see Figs. 6-7). Their sinusoidal characteristic which includes harmonics, contributes more to exciting the machine modes strongly. In fact, these input voltages have a large spectral density making the line-to-line short-circuit test a good choice for synchronous-machine parameter identification.

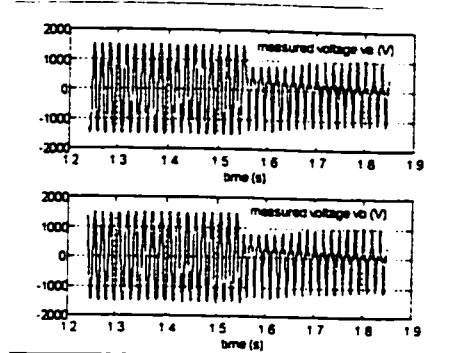


Fig. 4: Recorded armature voltages of phases  $a$  and  $b$ .

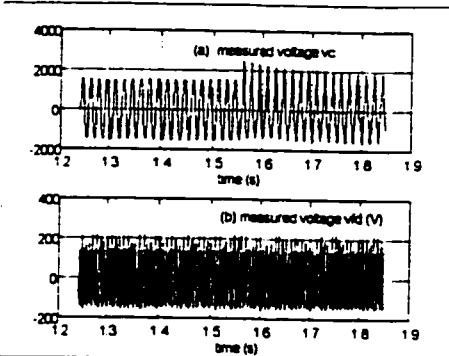


Fig. 5: Recorded input voltages, (a) Armature voltage of phase  $c$ ; (b) field voltage.

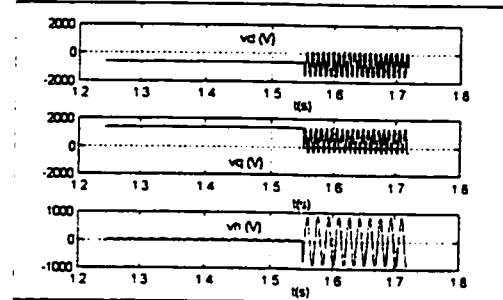


Fig. 6: Recorded input armature voltages in Park reference frame (grounded synchronous machine).



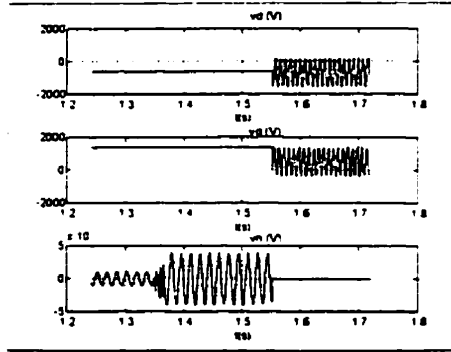


Fig. 7: Recorded input armature voltages in Park reference frame (ungrounded synchronous machine)

### B. Output armature currents

The armature currents during the line-to-line short-circuit test on the running unloaded synchronous-machine are such that

$$i_a(t) = -i_b(t), \quad i_c(t) = 0 \quad (30)$$

This relation implies that the Park zero-sequence current  $i_h(t) = 1/3(i_a + i_b + i_c) = 0$ . In the machine model of section II, which includes the neutral connection, this condition is insured by setting a large zero-sequence impedance since the studied machine behaves as an ungrounded machine, or equivalently by considering  $1/3(v_b - v_c)$ ,  $v_a$  and  $-2v_a$  as control voltage for phase  $a$ ,  $b$ , and  $c$  respectively instead of (28) (see the Appendix); therefore, the  $d$ - $q$ - $h$  control voltages (29) become [2]:

$$\begin{bmatrix} v_d(t) & v_q(t) & v_h(t) \end{bmatrix}^T = P \begin{bmatrix} \frac{1}{3}(v_b(t) - v_c(t)) & v_a(t) & -2v_a(t) \end{bmatrix}^T \quad (31)$$

In this second case, the  $h$ -axis is not necessary as shown by Fig. 7 and could be removed from the model of section II. These two approaches were successfully tested. Since  $\alpha$  is the phase angle of armature voltages, this angle should be taken into account in the inverse Park transformation when computing  $a$ - $b$ - $c$  armature currents from equivalent  $d$ - $q$ - $h$  Park currents [13]. The Park angle in this case is given by:

$$\beta(s) = \omega_s t + \alpha \quad (32)$$

### C. Initial Standard equivalent circuit parameters

The initial parameter vector  $\theta_{s0}$  is computed from the time constants and reactances obtained either graphically or from the manufacturer, using the following algorithm. The  $d$ -axis damper-winding time constant  $T_{D1}$  is given by:

$$T_{D1} = \frac{b}{c} \quad (33)$$

where

$$a = \frac{x'_d - x_a}{x_d - x'_d}, \quad b = \frac{ax_{md}(x''_d - x_a)}{ax_d + x_a x_{md} - (x_d + x_{md})x''_d} \quad (34)$$

$$c = \frac{1}{T''_d} \left( b + \frac{ax_{md}x_a}{x_{md}x_a + ax_d} \right) \quad (35)$$

The  $q$ -axis subtransient open-circuit time-constant  $T''_{q0}$  is derived from (36):

$$T''_{q0} = \frac{x_q T''_q}{x''_q} \quad (36)$$

The open  $d$ -axis time constants are positive roots of the polynomial function [14]:

$$P_0(p) = (1 + pAt_0 + p^2 Bt_0) = (1 + pT'_{d0})(1 + pT''_{d0}) \quad (37)$$

where

$$At_0 = \frac{x_d T'_d}{x''_d} + \left( \frac{x_d}{x''_d} - \frac{x_d}{x'_d + 1} \right) T''_d, \quad Bt_0 = \frac{x_d T'_d T''_d}{x''_d} \quad (38)$$

Let the Salvatore and Savino parameters be defined as follows [15]:

$$P_d = T'_d T''_d, \quad S_d = T'_d + T''_d \quad (39)$$

$$P_{d0} = T_{d0} T'_{d0}, \quad S_{d0} = T_{d0} + T'_{d0} \quad (40)$$

$$k_1 = (S_{d0} - S_d)(P_{d0} S_d - P_d S_{d0}) - (P_{d0} - P_d)^2 \quad (41)$$

$$k_2 = P_{d0} S_d - P_d S_{d0} + T_{D1}(T_{D1}(S_{d0} - S_d) - 2(P_{d0} - P_d)) \quad (42)$$

$$k_3 = P_{d0} - T_{D1}(S_{d0} - T_{D1}), \quad k_4 = P_{d0} - P_d - T_{D1}(S_{d0} - S_d) \quad (43)$$

$$k_5 = (P_{d0} S_d - P_d S_{d0}) - T_{D1}(P_{d0} - P_d) \quad (44)$$

Then the standard equivalent circuit parameters are computed (in pu) as follows [6,15],

$$x_{md} = \frac{x_d k_4}{k_3}, \quad r_f = \frac{x_{md}^2 k_2}{\omega_n x_d k_1}, \quad x_f = \frac{r_f k_5 \omega_n}{k_3} \quad (45)$$

$$x_a = x_d - x_{md}, \quad r_{D1} = \frac{r_f k_1 \omega_n}{\omega_n k_3^2}, \quad x_{D1} = T_{D1} r_{D1} \omega_n \quad (46)$$

$$x_{mq} = x_q - x_a, \quad x_{mqx} = \frac{x_{mq} x_a}{x_q} \quad (47)$$

$$x_{Q1} = \frac{x_{mq} T''_q - x_{mqx} T''_{q0}}{T''_{q0} - T''_q}, \quad r_{Q1} = \frac{(x_{Q1} + x_{mq})}{\omega_n T''_q} \quad (48)$$

$$x_{k1} = \frac{k_3 x_{md}^2}{x_d k_4 - x_{md}} \quad (49)$$

The standard machine constants graphically obtained from standard three-phase short-circuit test denoted by Std-M are listed in columns 3 and 6 of Table 2. The corresponding standard equivalent circuit parameters computed using the above algorithm are given in lines 3 and 6 of Table 1 (lines denoted by Std-M).

## VI. Experimental results

As mentioned in the technical report [12], the rotor has only one damper winding in each axis ( $n_d = 1, n_q = 1$ ). The computed

value of phase angle using pre-fault data is  $\alpha = 114^\circ$ . In order to conform with Standard 115 test procedure, the computed constant field voltage obtained from (27) instead of the measured field voltage of Fig. 5 (b) is used for model simulation. The per unit base values are given in Table 3. The machine time-constants of Table 2 are derived using the method developed in [16]. The generator model is chosen for this study ( $\epsilon = -1$ ).

Table 1: Equivalent circuit parameters, MLE estimated, Std-M standard

$\theta_{se}^{(i)}$	$x_{k1}$	$r_f$	$r_{D1}$	$r_{Q1}$	
MLE	0.0199	0.0007	0.00071	0.0223	
Std-M	0.0174	0.0006	0.0118	0.0196	
$\theta_{se}^{(i)}$	$x_f$	$x_{D1}$	$x_{Q1}$	$x_{md}$	$x_{mq}$
MLE	0.1385	0.0285	0.0656	0.7353	0.4685
Std-M	0.1215	0.0813	0.1796	0.6450	0.4110

Table 2: Derived dynamic reactances and time-constant MLE estimated, Std-M, Standard

	MLE	Std-M		MLE	Std-M
$x'_d$	0.2063	0.2480	$T'_d$	1.4034	1.1300
$x''_d$	0.17908	0.1980	$T''_d$	0.27544	0.0320
$x'_f$	0.1621	0.2214	$T'_{d0}$	6.0838	3.5853
$x''_f$	0.6205	0.17167	$T''_{d0}$	0.30985	0.039884
$x''_q$	0.19554	0.2630	$T''_q$	0.02046	0.03832
$T''_{q0}$	0.063463	0.080	$T'_f$	0.16054	0.16336
$T'_f$	0.096493	0.030246	$T''_{f0}$	0.096519	0.037465
$T'_{f0}$	3.36610	0.60222	$T_{D1}$	0.10676	0.018280

It has been verified that the motor convention ( $\epsilon = 1$ ) yields the same results. Table 1 gives the estimated parameters and Table 2 the corresponding machine time-constants. The initial parameters (lines 3 and 6 of Table 1) were perturbed by 40% in order to assess the robustness of the identification algorithm. Comparison of the estimated output currents with the recorded data used in estimation process (Figs. 8-10) shows the accuracy of the identified model. Fig. 11 confirms the effectiveness of the proposed work. The entries of matrix  $Q_0$  is 0.001. This value was selected for initializing the Kalman filter. Iron saturation is not included in this work, a fact that might justify the positive value

of  $d$ -axis Canay reactance. The discrepancy between the estimated and standard value of  $d$ -axis open-circuit transient time constant ( $T'_{d0}$ ) could be justified by the reduced order of the chosen machine model. The addition of an extra damper winding on each orthogonal axis could be a possible solution to this problem. The final innovations of Fig. 11, which are nearly white, show that the procedure converges at the exact parameter vector.

Table 3: Per unit base values

$S_{base}$	13750000 (VA)	$Z_{base}$	12.672 ( $\Omega$ )
$I_{base}$	850.52 (A)	$U_{base}$	38972 (V)
$U_{base}$	10778 (V)	$I_{base}$	352.81 (A)

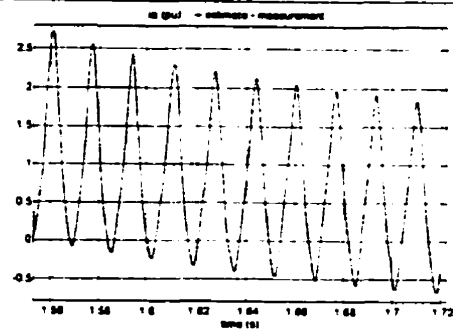


Fig. 8: Phase a armature current after line-to-line short-circuit test — Measurements, — Estimates

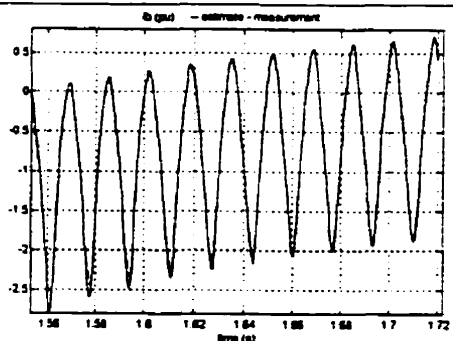


Fig. 9: Phase b armature current after line-to-line short-circuit test — Measurements, — Estimates

Although the innovation covariance matrix is defined using the model output vector  $i = [i_d \ i_q \ i_f]^T$ , the residuals of the

Fig. 11 are computed for  $i = [i_a \ i_b \ i_f]^T$ . Two to three more iterations of the procedure are necessary to ensure optimal results. The initial and estimated noise covariance matrices are given in Table 4 in the Appendix.

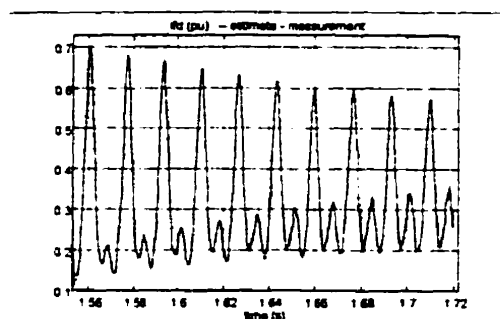


Fig. 10 Field current after line-to-line short-circuit test  
— Measurements; — Estimates

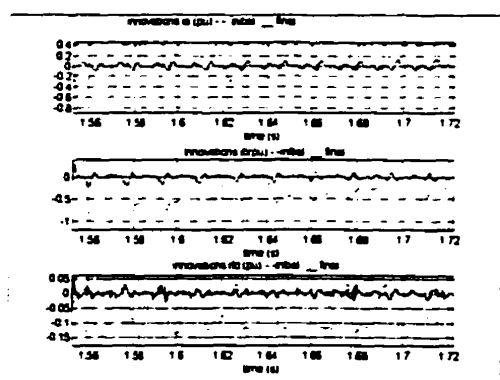


Fig. 11. Residuals based on the output variables.

## VII. Conclusion

A new method of the synchronous-machine parameter estimation from line-to-line short-circuit test is presented. The model structure proposed here is general and easy to use for other asymmetrical test simulations. The identification algorithm developed is not only robust, but it allows a reliable estimate of the field and  $q$ -axis parameters and derivation of accurate synchronous-machine time constants. This work proves that the line-to-line short-circuit test will be adopted more widely in future for synchronous-machine modeling. It is simple, complete and unlikely to cause the known problems of the three-phase short-circuit test. The approach based on the maximum-likelihood estimation associated with the Kalman filter predictor is practical and easy to implement. It provides consistent estimates, the small discrepancy observed being probably due to the difficulty in keeping the rotor speed and field voltage constant during the test. As additional research work, it is planned to further investigate the impacts of the iron saturation and the rotor speed variation on the machine estimated parameters.

## VIII. References

- [1] H. Tsai, A. Keyhani, J. Demcko, R. G. Farmer, "On-Line Synchronous Machine Parameter Estimation from Small Disturbance Operating Data," *IEEE Trans., EC-10(1)*, 1995, pp. 25-35.
- [2] R. Warnkeue, I. Kamwa, X. Dai-Do, "Numerical Modeling and Simulation of Unsymmetrical Transients on Synchronous Machines with Neutral Included," To appear in *Electric Machines and Power Systems Journal*, January, 1998.
- [3] A. Keyhani, S. Hao, G. Dayal, "Maximum Likelihood Estimation of Solid-Rotor Synchronous Machine Parameters from SSFR Test Data," *IEEE Trans., EC-4(3)*, 1989, pp. 551-558.
- [4] M. L. Zhu, B. Mpenda-Mabwe, M. Crappe, M. Renglet, "Synchronous Machine Parameters Estimation Using Kalman Filter and Maximum Likelihood Combined Method," *Proc., Electri-macs '96*, vol. 1/3, September 1996, pp. 353-358.
- [5] A. A. F. Seber, C. J. Wild, *Nonlinear Regression*, John Wiley and Sons, New Zealand 1988.
- [6] S. D. Umans, S. A. Mallick, G. L. Wilson, "Modelling of Solid Rotor Turbogenerators," (in two parts) *IEEE Trans. PAS(97)*, pp.269-291, 1978.
- [7] C. K. Chui, G. Chen, *Kalman Filtering with Real-Time Applications*, second edition, Springer-Verlag, Germany, 1991.
- [8] R.E. Maine, K. W. Iliff, "Formulation and Implementation of Practical Algorithm for Parameter Estimation with Process and Measurements noise," *SIAM J. Appl. Math.*, 41(3), December 1981, pp.558-579.
- [9] Andrew Grace, *Optimization Toolbox for use with matlab*, The MathWorks Inc., Natick, Mass 1992.
- [10] *IEEE/ANSI Standard 115 (1996) Test Procedures for Synchronous Machines*
- [11] IEC Standard Publication 34-4, "Rotating electrical machines, Part 4: Methods for determining synchronous machine quantities from tests," 2d edition, 1985.
- [12] M. Pilote, "Essais de Réception des alternateurs A1 à A4 Convertis de 25Hz à 60Hz," Service Essais et Expertises Techniques, report No. 93015, March 1993.
- [13] P. Kundur, *Power System Stability and Control*, McGraw-Hill, 1994.
- [14] I. M. Canay, "Modelling of Alternating-Current Machines having Multiple Rotor Circuits," *IEEE Trans. EC-8(2)*, June 1993, pp. 280-296.
- [15] M. Salvatore, M. Savino, "Experimental Determination of Synchronous Machines Parameters," *IEE Proc. B*, 128(4) pp. 212-218, July 1981.
- [16] I. Kamwa, M. Farzaneh, "Data Translation and Order Reduction for Turbine-Generator Models Used in Network IEEE," *IEEE Trans., EC-12(2)*, June 1997.

## IX. Appendix

## d-axis reactances and submatrices

$$x_{dd} = x_{md} + x_a = x_d; x_{df} = x_{fd} = x_{D_f d} = x_{d D_f} = x_{md} \quad (50)$$

$$x_{D_l} = x_{D_l f} = x_{D_l D_k} = x_{D_k D_l} = x_{D_l D_k} - x_{D_l}, k, l = 1 \dots nd \quad (51)$$

$$x_{D_l D_l} = x_{md} + x_{D_l} + \sum_{i=1}^l x_{kf_i}, l = 1 \dots nd \quad (52)$$

$$x_{ff} = x_{md} + x_f + \sum_{i=1}^{nd} x_{kf_i} \quad (53)$$

$$X_{\mu d} = [x_{d\mu}] (\mu \in \{f, D_i\}), r_{rd} = \text{diag}(r_f, r_{D_i}) \quad (54)$$

$$X_{rd} = [x_{\mu\beta}] = [x_{\beta\mu}] (\mu, \beta \in \{f, D_i\}) \quad (55)$$

## q-axis reactances and submatrices

$$x_{qq} = x_{mq} + x_a = x_q; x_{qQ_l} = x_{Q_l q} = x_{mq} \quad (56)$$

$$x_{Q_l Q_k} = x_{Q_k Q_l} = x_{Q_l Q_l} - x_{Q_l}, k, l = 1 \dots nq \quad (57)$$

$$x_{Q_l Q_l} = x_{mq} + x_{Q_l} + \sum_{j=1}^{l-1} x_{kq_j}, k, l = 1 \dots nq-1 \quad (58)$$

$$X_{rq} = [x_{\mu\beta}] = [x_{\beta\mu}] (\mu, \beta \in \{Q_j\}), r_{rq} = \text{diag}(r_{Q_j}) \quad (59)$$

$$X_{\mu q} = [x_{q\mu}] (\mu \in \{Q_j\}) \quad (60)$$

## h-axis reactance and resistance

$$x_h = x_a + 3x_n; r_h = r_a + 3r_n \quad (61)$$

$$z_n = r_n + jx_n \text{ is the neutral impedance of the machine}$$

## Linear state-space model matrices

$$X_{sr} = \text{diag}(X_{\mu d}, X_{\mu q}, 0); r_r = \text{diag}(r_{rd}, r_{rq}) \quad (62)$$

$$X_s = \text{diag}(x_d, x_q, x_h); X_r = \text{diag}(X_{rd}, X_{rq}) \quad (63)$$

$$r_s = \text{diag}(r_a, r_a, r_h) \quad (64)$$

$$A_i = -\omega_n \begin{bmatrix} \sigma_s & 0_{3,n-3} \\ 0_{n-3,3} & r_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_s^{-1} & X_{sr}^{-1} \\ x_s^{-1} & X_r \end{bmatrix} + W \quad (65)$$

$$B_i = \omega_n \begin{bmatrix} x_s^{-1} & X_{sr}^{-1} \\ x_s^{-1} & X_r \end{bmatrix}^{-1} = \omega_n T \quad (66)$$

$$C_i = \begin{bmatrix} I_3 & 0_{3,1} & 0_{3,n-4} \\ 0_{1,3} & 1 & 0_{1,n-4} \end{bmatrix}, D_i = 0_{4,n} \quad (67)$$

## Input voltages for modeling line-to-line short-circuit of ungrounded machine

$$\begin{cases} v_a = v_b \\ v_h = \frac{1}{3}(v_a + v_b + v_c) = 0 \\ v_c - v_a = v_c - v_b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} v_a = \frac{1}{3}(v_b - v_c) \\ v_b = v_a \\ v_c = -2v_a \end{cases}$$

Table 4: Parameters of process noise and innovation matrix

$\theta_w$	initial	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001
	final	0.00666	0.00087	0.00089	0.0093	0.00601
diag(R)	i	i <sub>a</sub>	i <sub>b</sub>	i <sub>f</sub>		
	initial	0.0845	0.0010	0.0154		
	final	0.001	0.0008	0.0003		

## X. Biographies

**René Wamkeue** received his B.Eng in Electrical Engineering in 1990 from University of Douala, Cameroon. From 1991 to 1992, he was employed as professor of Electrical Engineering at University of Douala. Since 1993, René Wamkeue has been enrolled as PhD candidate at Ecole Polytechnique de Montreal. His research interest is in the control and modeling of electric machines and power electronics.

**Innocent Kamwa** (S'83, M'88) has been with the Hydro-Québec Research Institute, IREQ, since 1988. He is an associate professor of Electrical Engineering at Laval University in Québec, Canada. His current interests involve the areas of system identification, synchronous-machine advancement, and control and real-time monitoring of electric power systems. Kamwa received his B.Eng. and PhD degrees in Electrical Engineering from Laval University in 1984 and 1988 respectively. Kamwa was elected a member of the New York Academy of Sciences in 1992.

**Xuan Dai-Do** earned his B.Sc.A, M.Sc.A and PhD. degrees in Electrical Engineering from Laval University, Québec, Canada in 1966, 1968 and 1971, respectively. He has been at Ecole Polytechnique de Montréal, Canada, since 1971, and is currently a Professor there. His areas of teaching and research are the analysis, modeling and simulation of HVAC and HVDC power systems. Dr. Do has authored or co-authored numerous technical papers. He is a Senior Member of IEEE and member of CIGRE. He was awarded the 1981 IEEE Outstanding Student Branch Counselor Award and IEEE Centennial Medal in 1984.

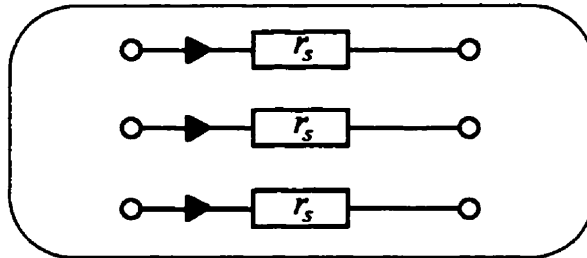
## **Annexe VII**

**Circuits équivalents de Park des composantes simples du réseau électrique**

### Modèles de Park des composantes usuelles du réseau

Afin de rester cohérent dans la méthode d'analyse modale par connexion des composantes, tous les éléments du réseau doivent être mis dans un même référentiel. Les modèles de machine synchrone sont des modèles de Park dans un système référentiel lié au rotor. Il convient de développer les modèles des composants du réseau conformément au rotor.

#### I-Résistances

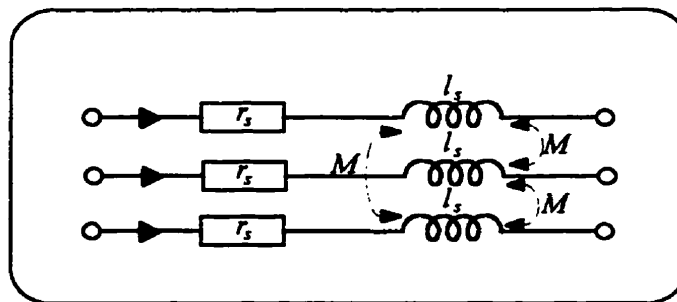


$$V_{abc_s} = r i_{abc_s} \Rightarrow V_{dqh_s} = r i_{dqh_s} \Rightarrow V_{dq_s} = r I i_{dq_s}$$

$$i_{dq_s} = \frac{1}{r} I V_{dq_s} \Rightarrow \begin{bmatrix} i_{d_s} \\ i_{q_s} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/r & 0 \\ 0 & 1/r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{d_s} \\ V_{q_s} \end{bmatrix}; r_s = r$$

a-1

#### II-Éléments inductifs (lignes)



$$V_{abc_s} = r i_{abc_s} + \frac{d}{dt} \Phi_{abc_s} \Rightarrow V_{dqh_s} = r I i_{dqh_s} + P \left( \frac{d}{dt} \Phi_{abc_s} \right)$$

a-2

$$P\left(\frac{d}{dt}\Phi_{abc_s}\right) = \omega_r \Phi_{dqh_s} + \frac{d}{dt}\Phi_{dqh_s} = \omega_r \Phi_{dqh_s} + \frac{d}{dt}\Phi_{dqh_s}; \text{ avec } r_s = r \quad \text{a-3}$$

Remarque:

Toutes les grandeurs sont ici en pu,  $dt$  introduit une unité de temps (seconde)  
donc pour avoir une expression addimensionnelle, on opère comme suit en divisant les équations de flux par la pulsation naturelle du réseau.

$$\psi_{ds} = \frac{d}{dt}\Phi_{ds} - \omega_r \Phi_{qs}; \quad \psi_{qs} = \frac{d}{dt}\Phi_{qs} + \omega_r \Phi_{ds} \quad \text{a-4}$$

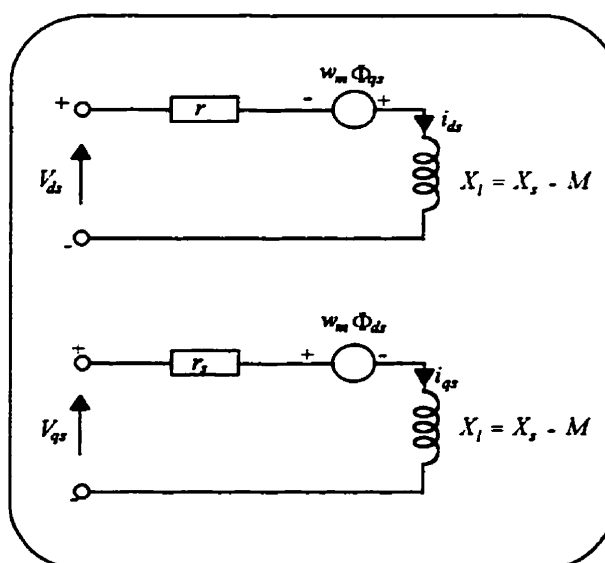
donc

$$\psi_{ds} = \frac{1}{\omega_n} \left[ \frac{d}{dt}\Phi_{ds} - \omega_r \Phi_{qs} \right]; \quad \psi_{qs} = \frac{1}{\omega_n} \left[ \frac{d}{dt}\Phi_{qs} + \omega_r \Phi_{ds} \right] \quad \text{a-5}$$

$$\psi_{ds} = \frac{d\Phi_{ds}}{\omega_n dt} - \omega_m \Phi_{qs}; \quad \psi_{qs} = \frac{d\Phi_{qs}}{\omega_n dt} + \omega_m \Phi_{ds} \quad \text{a-6}$$

$$V_{ds} = r i_{ds} + \frac{d\Phi_{ds}}{\omega_n dt} - \omega_m \Phi_{qs}; \quad V_{qs} = r i_{qs} + \frac{d\Phi_{qs}}{\omega_n dt} + \omega_m \Phi_{ds} \quad \text{a-7}$$

avec  $\frac{\omega_r}{\omega_n} = \omega_m$



$$\Phi_{ds} = X_l i_{ds} \text{ et } \Phi_{qs} = X_l i_{qs} \quad \text{a-8}$$

en posant  $V_{ds} = Vd_s^1 - Vd_s^2$ ;  $V_{qs} = Vq_s^1 - Vq_s^2$  a-9

on obtient l'équation d'état suivante:

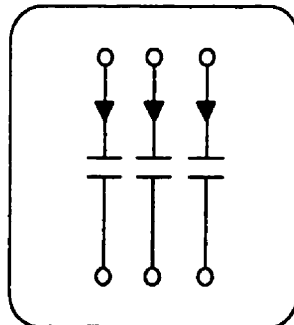
$$\begin{bmatrix} \frac{di_{ds}}{dt} \\ \frac{di_{qs}}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{\omega_m r_l}{X_l} & \omega_m \omega_n \\ -\omega_m \omega_n & -\frac{\omega_m r_l}{X_l} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{ds} \\ i_{qs} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\omega_n}{X_l} & 0 & -\frac{\omega_n}{X_l} & 0 \\ 0 & \frac{\omega_n}{X_l} & 0 & -\frac{\omega_n}{X_l} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Vd_s^1 \\ Vq_s^1 \\ Vd_s^2 \\ Vq_s^2 \end{bmatrix} \quad \text{a-10}$$

### Cas particulier d'une charge inductive pure

Dans le cas d'une charge inductive pure il suffit de poser dans les équations précédentes  $r_l = 0$ ;

$$\begin{bmatrix} \frac{di_{ds}}{dt} \\ \frac{di_{qs}}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \omega_m \omega_n \\ -\omega_m \omega_n & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{ds} \\ i_{qs} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\omega_n}{X_l} & 0 & -\frac{\omega_n}{X_l} & 0 \\ 0 & \frac{\omega_n}{X_l} & 0 & -\frac{\omega_n}{X_l} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Vd_s^1 \\ Vq_s^1 \\ Vd_s^2 \\ Vq_s^2 \end{bmatrix} \quad \text{a-11}$$

### III-Condensateurs



(a)



$$i_{abc_s} = \frac{d}{dt} Q_{abc_s} \Rightarrow i_{dq_s} = \omega_r Q_{dq_s} + \frac{d}{dt} Q_{dq_s} \quad \text{a-12}$$

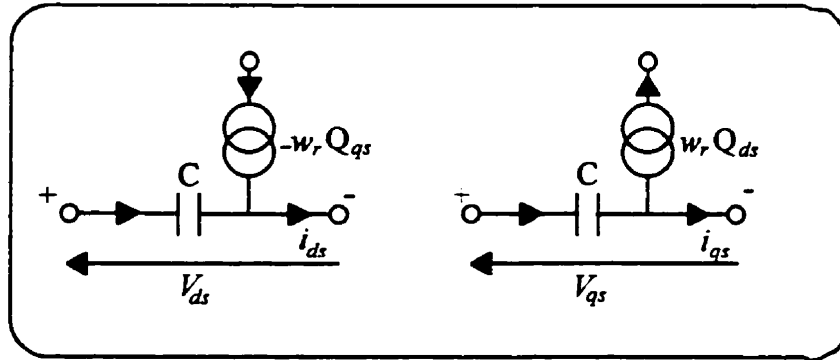
$$Q_{dq_s} = \begin{bmatrix} Q_{ds} \\ -Q_{qs} \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} i_{ds} = -\omega_r Q_{qs} + \frac{d}{dt} Q_{ds} \\ i_{qs} = +\omega_r Q_{ds} + \frac{d}{dt} Q_{qs} \end{cases}; Q_{dq_s} = C V_{dq_s} = \begin{bmatrix} C & 0 & 0 \\ 0 & C & 0 \\ 0 & 0 & C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{ds} \\ V_{qs} \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{a-13}$$

$$\begin{aligned} i_{ds} &= -\frac{\omega_r}{\omega_n} C V_{qs} + \frac{C}{\omega_n} \frac{d}{dt} V_{ds} & \Rightarrow & \frac{d}{dt} V_{ds} = \omega_n X_c i_{ds} + \omega_r V_{qs} \\ i_{qs} &= +\frac{\omega_r}{\omega_n} C V_{ds} + \frac{C}{\omega_n} \frac{d}{dt} V_{qs} & \Rightarrow & \frac{d}{dt} V_{qs} = \omega_n X_c i_{qs} - \omega_r V_{ds} \end{aligned} \quad \text{a-14}$$

donc

$$\begin{bmatrix} \frac{d}{dt} V_{ds} \\ \frac{d}{dt} V_{qs} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \omega_r \\ -\omega_r & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{ds} \\ V_{qs} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \omega_n X_c & 0 \\ 0 & \omega_n X_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{ds} \\ i_{qs} \end{bmatrix} \quad \text{a-15}$$

les circuits équivalents correspondant sont



En négligeant les variations de tension on aboutit à

$$\begin{bmatrix} V_{ds} \\ V_{qs} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{\omega_n X_c}{\omega_r} \\ -\frac{\omega_n X_c}{\omega_r} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{ds} \\ i_{qs} \end{bmatrix} \quad \text{a-16}$$

## **Annexe VIII**

**Listing en code Matlab de quelques routines fondamentales pour la simulation  
numérique de la machine synchrone**

```
function [a,b,c,d,g,l,r]=msh3(x,nd,nq,wm,fn)
% Wamkeue René : Thèse de Doctorat 1997
```

```
%=====
% msh3 description par equations d'etat du modèle lineaire d'une machine synchrone commandée
% par des tensions d'armature et de champ (Modèle à paramètres admittances), méthode classique
% avec les courants pris comme variables d'état et homopolaire sans neutre. Retourne les matrices
% d'etat a et b. si c,d,g,l,r figurent dans la liste des arguments, elles seront accessibles a l'usager
% on obtient les matrices d'etat du modele sans l'axe homopolaire par
% fonction[a1,b1,c1,d1,g1,l1,r1]=msh3(x,nd,nq,wm,fn);
% generique des entrees du vecteur x:
% x=[ra rf rD1 rD2 rD3... |ra rQ1 rQ2 rQ3... |ra xa xf xD1 xD2 xD3... | xa xQ1 xQ2 xQ3... | xa |
% xmd xkf1 xkf2 xkf3... | xmq xkq1 xkq2.... | D H delta0]
% Référence: Étude bibliographique et synthèse des travaux antérieurs (voir, [2]) Wamkeue René
% thèse deDoctorat
%=====
```

```
wm0=wm; nordre=nd+nq+3; nordre=nordre+1; nordre2=2*nordre; c=eye(nordre,nordre);
d=zeros(nordre,nordre);r=diag(x(1:nordre));g=zeros(nordre,nordre); l=zeros(nordre,nordre);
% axe d
l(1,1)=x(nordre2+1)+x(nordre+1); % calcul de xdd
xkfi=0;
for i=1:nd, xkfi=0;
    for j=1:i, xkfi=xkfi+x(nordre2+j+1); end % inductance de Canay axe d-
    l(i+2,i+2)=x(nordre2+1)+xkfi+x(nordre+i+2); end
l(2,2)=xkfi+x(nordre2+1)+x(nordre+2); %calcul de xff

for i=nd+3:nordre-1, l(i,i)=x(nordre2+2+nd)+x(nordre+i); %calcul de xqq et xQQ
end

xkqi=0;
for i=1:nq-1
    for j=1:i xkqi=xkqi+x(nordre2+nd+2+j);end % inductance de Canat axe q-
    l(nd+3+i,nd+3+i)=l(nd+3+i,nd+3+i)+xkqi;end

% -----symmetries des inductances mutuelles-----
for i=1:nd+1
    for j=i+1:nd+2, l(i,j)=l(i,i)-x(nordre+i); l(j,i)=l(i,j); end
end
for i=1:nd, l(2,i+2)=l(i+2,i+2)-x(nordre+i+2); l(i+2,2)=l(2,i+2); end
for i=nd+3:nordre-2
    for j=i+1:nordre-1, l(i,j)=x(nordre2+nd+2); l(j,i)=l(i,j); end
end

% -----calcul des matrices de sorties-----
for i=nd+3:nordre-1, g(1,i)=-l(nd+3,i); end
for i=1:nd+2, g(nd+3,i)=l(1,i); end
gl=g(1:nordre-1,1:nordre-1);l1=l(1:nordre-1,1:nordre-1);
```

```

l(nordre,nordre)=x(nordre2); % inductance homopolaire
l1=l(1:nordre-1,1:nordre-1);
b=2*pi*fn*inv(l); a=-b*(r+wm0*g); b1=b(1:nordre-1,1:nordre-1);
a1=a(1:nordre-1,1:nordre-1); r1=diag(x(1:nordre-1));
d1=zeros(nordre-1,nordre-1); c1=c(1:nordre-1,1:nordre-1);
return, end

```

```

function [l1,aphi,ai,bphi,bi,cphi,ci,gphi,gi]=msvi(x,nd,nq,wm,fn,epsilon,zn)
% Wamkeue René : Thèse de Doctorat 1997

```

```

%=====
% Modele de commande en tensions armatures et tension de champ (modèle à parametres admittances)
% msvi: description par equations d'etat d'une machine synchrone lineaire en tenant compte de l'axe
% homopolaire.
% retourne les matrices d'etat aphi bphi cphi gphi du modèle avec le flux comme variable d'état
% et ai bi ci gi du modèle avec courants comme variables d'état (Methode proposée incluant le
% neutre de la machine)
% lorsque les sorties mesurables Ci=[ id iq ih if] sont nécessaires on peut remplacer ci par Ci.
% Référence: section 2.1.1 Wamkeue René thèse de Doctorat
%=====

```

```

[a1,b1,c1,d1,g1,l1,r1]=msh3(x,nd,nq,wm,fn);
clear a1 b1 c1 d1 g1 r1
nordre=nd+nq+4; nordre2=2*nordre; wn=2*pi*fn; xmd=x(nordre2+1);
xmqq=x(nordre2+nd+2);xa=x(nordre+1); rn=real(zn); xn=imag(zn);

```

```

%-----prise en compte de l'impédance du neutre de la machine zn=rn+jxn -----
xh=x(nordre2)+3*xn; rh=x(nordre)+3*rn;

```

```

%-----calcul des sous-matrices du modèle-----
xd=xmd+xa; xq=xmq+xa; rs=epsilon*[x(1) x(1) rh]; rr=diag([rs [x(2:nd+2)] [x(nd+4:nd+nq+3)]]);
xrd=l1(2:nd+2,2:nd+2); xrq=l1(nd+4:nordre-1,nd+4:nordre-1);
xr=[xrd zeros(nd+1,nq); zeros(nq,nd+1) xrq]; xsrd=xmd*ones(1,nd+1); xsrq=xmq*ones(1,nq); xsr=[xsrd
zeros(1,nq);zeros(1,nd+1) xsrq ;zeros(1,nd+nq+1)]; xs=diag([xd xq xh]); un=wm*[0 -1 0;1 0 0;0 0 0];
w=[un zeros(3,nordre-3);zeros(nordre-3,nordre)]; xg=[epsilon*xs xsr, epsilon*xsr' xr];

```

```

%-----calcul des matrices du modèle en flux-----
aphi=-wn*(rr*inv(xg)+w); bphi=wn*eye(nordre,nordre);cphi=inv(xg);dphi=zeros(nordre,nordre);

```

```

%-----calcul des matrices du modèle en courant-----
bi=wn*cphi; ai=inv(xg)*aphi*xg; ci=[eye(3) zeros(3,nordre-3);zeros(nordre-3,3) eye(nordre-3,nordre-3)];
di=zeros(nordre,nordre);

```

```

Ci=[epsilon*eye(3) zeros(3,nordre-3); zeros(1,3) 1 zeros(1,nordre-4)]; % sorties mesurables en i
Di=zeros(4,nordre); Cphi=inv(wn)*Ci*bi; Dphi=Di;

```

```

%----- calcul des matrices de couple-----
xm1=0;

```

```

for i=nordre+2:nordre+nd+2
    xml=xml+inv(x(i));
end
Xmd=(1/xmd)+(epsilon/xa)+xml; Xmd=inv(Xmd);xmd1=x(nordre+2:nordre+nd+2);
for i=1:nd+1
    xmd1(i)=inv(xmd1(i));
end
ca=(epsilon/xa); gdphi=Xmd*(epsilon/xa)*[ca 0 0 xmd1 zeros(1,nq)]; xmq1=x(nordre+4+nd:nordre2-1);
xm2=0;
for i=nordre+4+nd:nordre2-1
    xm2=xm2+inv(x(i));
end
for i=1:nq
    xmq1(i)=inv(xmq1(i));
end
Xmq=-(1/xmq)+(epsilon/xa)+xm2; Xmq=inv(Xmq); gqphi=Xmq*(epsilon/xa)*[0 (epsilon/xa) 0
zeros(1,nd+1) xmq1];
gphi=[gqphi;gdphi;zeros(nordre-2,nordre)]; %matrice de couple du modèle en flux
gqi=[epsilon*x(1) xq 0 zeros(1,nd+1) epsilon*xmq*ones(1,nq)];
gdi=[xd epsilon*x(1) 0 epsilon*xmd*ones(1,nd+1) zeros(1,nq)]; ghi=[0 0 epsilon*2*rh zeros(1,nordre-
3)]; gi=[gqi;gdi;ghi;zeros(nordre-3,nordre)]; %matrice de couple du modèle en courant
end
return, end

```

```

function [A,B,C,D]=deli(x,nd,nq,wm,fn,epsilon,id)
% Wamkeue René : Thèse de Doctorat 1997

```

```

%=====
% Modele de commande en courants armatures et courant de champ (modèle à paramètres
% impédances)
% ce programme calcule les matrices d'état du modèle lineaire de commande en courants armatures et
% courant de champ de la machine synchrone
% Référence: section 2.1.3 Wamkeue René thèse de Doctorat
%=====

```

```

wn=2*pi*fn; pi23=2*pi/3;wm=1; nordre=nd+nq+4;nordre2=2*nordre;
xmd=x(nordre2+1);xmq=x(nordre2+nd+2);xa=x(nordre+1);ra=x(1);

```

```

[a1,b1,c1,d1,g1,l1,r1]=msh3(x,nd,nq,wm,fn);
clear a1 b1 c1 d1 g1 r1

```

```

%-----calcul des sous-matrices de l'axe d-----
xd=l1(1,1); xq=l1(nd+3,nd+3); xff=l1(2,2);xff=l1(2,2); xmd=x(nordre2+1); xd=l1(1,1);
rad=diag([x(3:nd+2)]);Xad=l1(3:nd+2,3:nd+2);xdD=l1(1,3:nd+2); xfd=l1(2,3:nd+2);
XDf=[xdD;xfd]; Xfd=[epsilon*xd xmd; epsilon*xmd xff];
Aad=-wn*rad*inv(Xad); Bad=wn*rad*inv(Xad)*XDf; Cad=XDf*inv(Xad); Dad=Xfd-
XDf*inv(Xad)*XDf;

```

```

%-----calcul des sous-matrices de l'axe q-----

```

```

raq=diag([x(nd+4:nordre-1)]);xmq=x(nordre2+nd+2); xq=l1(nd+3,nd+3);
Xaq=l1(nd+4:nordre-1,nd+4:nordre-1); XQq=l1(nd+3,nd+4:nordre-1);
Aaq=-wn*raq*inv(Xaq); Baq=wn*raq*inv(Xaq)*XQq'; Caq=XQq*inv(Xaq); Daq=xq-
XQq*inv(Xaq)*XQq';

%----- calcul des matrices d'état pour un axe arbitraire-----
Xp=[epsilon*xmd xmd 0;epsilon*xmd xff 0;0 0 epsilon*xq]; Xaf=[XDf zeros(2,nq);zeros(1,nd) XQq];
Xa=[Xad zeros(nd,nq);zeros(nq,nd) Xaq]; ra=[rad zeros(nd,nq);zeros(nq,nd) raq];

%-----système avec flux comme variables de sortie-----
if id==1;
[A,B,C,D]=Append(Aad,Bad,Cad,Dad,Aaq,Baq,Caq,Daq);
end

%-----système avec tensions comme variables de sortie-----
if id==2
W=wm*[0 0 -1;0 0 0; 1 0 0]; rp=diag([epsilon*x(1) x(2) epsilon*x(1)]);
Av=Aphi; Bv=Bphi; Cv=Cphi*Aphi/wn+W*Cphi; Dv=rp+Cphi*Bphi/wn+W*Dphi;
Cvd=Cv(:,1:nd); Dvd=Dv(:,1:2); % sorties en tensions de l'axe d
Cvq=Cv(:,nd+1:nd+nq); Dvq=Dv(:,3); % sorties en tensions de l'axe q
A=Av; B=Bv; C=Cv; D=Dv;
end
return, end

[A,B,C,D]=del(x,nd,nq,wm,fn,epsilon,id)
% Wamkeue René : Thèse de Doctorat 1997

%=====
% Modele de commande en courants armatures et tension de champ (modele à paramètres hybrides)
% ce programme calcule les matrices d'état du modèle lineaire de commande en courants armatures et
% tension de champ de la machine synchrone
% Référence: section 2.1.2 Wamkeue René thèse de Doctorat
%=====

wn=2*pi*fn; pi23=2*pi/3;wm=1; nordre=nd+nq+4;nordre2=2*nordre;
xmd=x(nordre2+1);xmq=x(nordre2+nd+2);xa=x(nordre+1);ra=x(1);
[a1,b1,c1,d1,g1,l1,r1]=msh3(x,nd,nq,wm,fn);
clear a1 b1 c1 d1 g1 l1 r1

%-----calcul des sous matrices de l'axe d-----
xd=l1(1,1); xq=l1(nd+3,nd+3); xff=l1(2,2);
xmd=x(nordre2+1); rd=diag([x(2:nd+2)]);xrd=l1(2:nd+2,2:nd+2);xrd1=[g1(nd+3,2:nd+2)]';
Aord=-wn*rd*inv(xrd);Ird=[1 zeros(1,nd)]'; Bord=[wn*Ird Aord*xrd1]; gd=[xrd1]'; gfd=[0
gd(2:nd+1)];cr11=(1/xff)*[Ird'-gfd*inv(xrd)]; cr21=xrd1'*inv(xrd); cphid=[cr11;cr21];
dr12=(1/xff)*[gfd*inv(xrd)*xrd1-xmd]; dr22=xd-xrd1'*inv(xrd)*xrd1; dphid=[0 dr12;0 dr22];

%-----matrices de sortie en tensions de l'axe d -----
cvd=[cr11;(1/wn)*cr21*Aord;wm*cr21]; dv21=[0 x(1)]+(1/wn)*cr21*Bord;
dvd=[0 dr12; dv21; 0 wm*dr22];

```

```

%-----calcul des sous matrices de l'axe q-----
rq=diag([x(nd+4:nordre-1)]);xmq=x(nordre2+nd+2); xq=11(nd+3,nd+3);
xrq=11(nd+4:nordre-1,nd+4:nordre-1);xrql=[gl(1,nd+4:nordre-1)]';
Aorq=-wn*rq*inv(xrq);Borq=Aorq*xrql;cphiq=xrq1'*inv(xrq);dphiq=xq-xrq1'*inv(xrq)*xrql;

%----- matrices de sortie en tensions de l'axe q-----
cvq=[zeros(1,nq); -wm*cphiq; (1/wn)*cphiq*Aorq];
dvq=[0; -wm*dphiq; ra+(1/wn)*cphiq*Borq];
[Ao,Bo,Co,Do]=append(Aord,Bord,cphid,dphid,Aorq,Borq,cphiq,dphiq);

if id==1
%-----construction du systeme complet avec sorties en flux: axe arbitraire-----
A=Ao;B=Bo;C=Co;D=Do;
end
%-----construction du systeme linéaire complet avec sortie en tension: axe arbitraire-----
if id==2 Cv=[cvd cvq];Dv=[dvd dvq];
A=Ao; B=Bo; C=Cv; D=Dv;end
return,end

```

```

function [A,B,C,D]=Modhi(x,nd,nq,wm,fn,epsilon)

```

```

% Wamkeue René : Thèse de Doctorat 1997

```

```

%-----
% Modele de commande en tensions armatures et courant de champ (modele à paramètres hybrides-
% inveres)
% ce programme calcule les matrices d'état du modèle linéaire hybride-inverse de la machine
% synchrone. L'axe homopolaire est exclus dans l'implantation de ce modèle
% Référence: section 2.1.4 Wamkeue René thèse de Doctorat
%-----

```

```

wn=2*pi*fn; pi23=2*pi/3; nordre=nd+nq+4;nordre2=2*nordre;
xmd=x(nordre2+1);xmq=x(nordre2+nd+2);xa=x(nordre+1);ra=x(1);
[a1,b1,c1,d1,gl,ll,rl]=msh3(x,nd,nq,wm,fn);
clear a1 b1 c1 d1 gl rl

```

```

%-----calcul des sous-matrices d'axe d-----
xd=11(1,1); xff=11(2,2); rad=diag([x(3:nd+2)]);Xad=11(3:nd+2,3:nd+2); xdD=11(1,3:nd+2);
Xfs=[xmd 0 ]';xfD=11(2,3:nd+2);

```

```

%----- calcul des sous-matrices d'axe q-----
raq=diag([x(nd+4:nordre-1)]);xmq=x(nordre2+nd+2); xq=11(nd+3,nd+3);
Xaq=11(nd+4:nordre-1,nd+4:nordre-1); XQq=11(nd+3,nd+4:nordre-1);

```

```

%-----construction des matrices d'état du système-----
Xa=[Xad zeros(nd,nq);zeros(nq,nd) Xaq]; ra=[rad zeros(nd,nq);zeros(nq,nd) raq];
Xsa=[xdD zeros(1,nq) ; zeros(1,nd) XQq ]; Xfa=[xfD zeros(1,nq)];Xs=[xd 0 ;0 xq ];
X=[epsilon*Xs Xsa;epsilon*Xsa' Xa];
Xfa=[xfD zeros(1,nq)];

```

```

W=wm*[0 -1;1 0];rs=diag([ x(1) x(1)]);
XA=[epsilon*rs+W*epsilon*Xs W*Xsa; zeros(nordre-4,2) ra];
XB=[-eye(2) W*Xfs zeros(2,nordre-4);zeros(nordre-4,2) zeros(nordre-4,1) zeros(nordre-4,nordre-4)];
A=-wn*inv(X)*XA; B=-wn*inv(X)*XB;
C=[eye(2) zeros(2,nordre-4); epsilon*Xfs' Xfa];
D=[zeros(2,nordre-1);zeros(1,2) xff zeros(1,nordre-4)];
return,end

```

lg3.m

% Wamkeue René : Thèse de Doctorat 1997

---

```

%
% Routine de calcul du circuit équivalent standard d'une machine synchrone à partir de ses constantes
% de court-circuit.
% La donnée des caractéristiques nominales de la machine est nécessaire pour la transformation en p.u
% La méthode de transformation de p.u est conforme à celle proposée par Kundur [39] et par IEEE
% guide [4]
% référence: algorithme de la section 2.1.5.4 thèse Wamkeue René
% Source: (I.Kamwa, (1995) Paramètres de Lg3, [80] thèse de Doctorat Wamkeue René

```

---

% EXEMPLE DE CONSTANTES DYNAMIQUES

% MACHINE: LG3 (MIL)

%-----Caractéristiques nominales de la machine-----

```

MVA=202; % Puissance nominale
KV=13.8; % Tension nominale
IEXCO=924; % Excitation requise pour 1 p.u. de tension a vide
H=3.195; % Constante d'inertie
N=112.5; % Vitesse de rotation en rpm

```

%-----Constantes de court-circuit standard ou fournies par le manufacturier-----

```

Rfohm=0.155; % Resistance du rotor a 75oc
xd=1.116; % Reactance synchrone d'axe direct (non saturee)
xpd=0.323; % Reactance transitoire d'axe direct (non saturee)
xsd=0.229; % Reactance sous-transitoire d'axe direct (non saturee)
xq=0.416; % Reactance synchrone d'axe transversal (non saturee)
xsq=0.212; % Reactance sous-transitoire d'axe transversal (non saturee)
Tpd=1.419; % Cste de temps transitoire d'axe direct - Court-circuit
Tsd=0.0669; % Cste de temps sous-transitoire axe direct - Court-circuit
Tsd0=0.09; % Cste de temps sous-transitoire axe direct - Circ. ouvert
Tpdo=5.62*0; % Cste de temps transitoire axe direct a 75oc - Circ. ouvert
% Si=0: Tpdo et Tsd0 sont calculees pour assurer la coherence
% de ces valeurs avec (Tpd,Tsd, xpd et xsd). CALCUL EXACT
Tsqr=0.09; % Cste de temps sous-trans. d'axe transversal - Circ. ouvert
Tsqr=.02*0; % Cste de temps sous-trans. d'axe transversal - Court-Circuit
% Si =0: Tsqr est calcule pour assurer la coherence avec
% (xsq, Tsqr)
Tkdr=0.008*0; % Cste de temps des fuites de l'amortisseur

```



```

% Si=0: Tpd et Tsdo sont calculees pour assurer la coherence
% de ces valeurs avec (Tpd,Tsd, xpd et xsd)
ra=0.003; % a 75 degres: Valeur non utilisee
xa=0.198; % Reactance de fuites de l'armature
% Donnee recalculable pour eliminer la mutuelle differentielle
% de CANAY
xmd=xd-xa; % Reactance de magnetisation dans l'axe direct
xmqq=xq-xa; % Reactance de magnetisation dans l'axe transversal

XCANAY=0; % =1: Circuit de Canay avec mutuelle differentielle
% Preserve le sens physique de la Reactance de fuites
% de l'armature
% =0: Circuit de Canay sans mutuelle differentielle
% Modifie le sens physique de la Reactance de fuites
% de l'armature

%----- Grandeurs de base pour transformation en (p.u.)-----
pi2=pi*2;
fn=60;wn=pi2*fn; % FREQUENCE NOMINALE
Vb=sqrt(2)*KV/sqrt(3); % TENSION DE BASE STATOR
Zb=KV*KV/MVA; % IMPEDANCE DE BASE STATOR
Lb=Zb/wn; % INDUCTANCE DE BASE STATOR
Ib=Vb/Zb; % COURANT DE BASE STATOR
Ifb=IEXCO*xmd; % COURANT DE BASE ROTOR
Zfb=MVA*1e6/(Ifb)^2; % IMPEDANCE DE BASE ROTOR
Vfb=Zfb*Ib; % TENSION DE BASE ROTOR
Nafd=(3/2)*Ib*1e3/Ifb;
if(Tkd==0)

%-----estimation de la constante de temps de l'amortisseur, (cf. Adkins et Takeda, 1974), -----
%----- [18], These Doctorat, René Wamkeue -----
a=(xpd-xa)/(xd-xpd);
b=a*xmd*(xsd-xa)/(a*xd+xa*xmd-(a+xmd)*xsd);
c=(b+a*xmd*xa/(xa*xmd+a*xd))/Tsd;
Tkd=b/c;
end

%----- (cf. Canay, 1993), [25] These Doctorat, René Wamkeue -----
if(Tsq==0) Tsq=xsq*Tsqo/xq; end

if(Tpdo==0) % (cf. Canay, 1993)
Ato=xd*Tpd/xpd+(xd/xsd-xd/xpd+1)*Tsd;Bto=xd*Tpd*Tsd/xsd;
TDO=sort(abs(roots([1 Ato Bto])));
Tpdo=TDO(2);Tsdo=TDO(1);
end

%-----Estimation des constantes de temps à circuit ouvert, cf. Salvatore et Savino, 1983-----
Pd=Tpd*Tsd;Sd=Tpd+Tsd;
Pdo=Tpdo*Tsdo;Sdo=Tpdo+Tsdo;
kl=(Sdo-Sd)*(Pdo*Sd-Pd*Sdo)-(Pdo-Pd)^2;

```

```

k2=Pdo*Sd-Pd*Sdo+Tkd*(Tkd*(Sdo-Sd)-2*(Pdo-Pd));
k3=Pdo-Tkd*(Sdo-Tkd);
k4=Pdo-Pd-Tkd*(Sdo-Sd);
k5=(Pdo*Sd-Pd*Sdo)-Tkd*(Pdo-Pd);

if(XCANAY==0)

%-----Modèle à trois inductances égales: Inductances de fuite fictive (xc)
xmd=xd*k4/k3; rf=(xmd^2/xd)*k2/k1;
xc=xd-xmd;
xkf=0;
rkd=rf*k1/k4^2;
xf=rf*k5/k4;
xkd=Tkd*rkd;
rf=rf/wn;rkd=rkd/wn;
xmq=xq-xc;          % INDUCTANCE FUTTE IDENTIQUE POUR LES DEUX AXES
xmqx=xmq*xc/xq;
% xkq=(xsq-xc)/(xq-xsq);  % FORMULE APPROCHEE: cf. Adkins et Harley, 1975

%-----FORMULE EXACTE: cf. Umans et al., 1978. [24], Thèse Doct. R.W.-----
xkq=(xmq*Tsq-xmqx*Tsqo)/(Tsquo-Tsq);
rkq=(xkq+xmq)/(wn*Tsquo);
XMS=[ra rf rkd ra rkq xc xf xkd xc xkq xmd xkf xmq 0 0 0 0 0 0 xkf]';
else

%-----Modèle à mutuelles inégales: Inductance de fuite exacte (xa)-----
rf=k2*xmd^2/(xd*k1);xf=rf*k5/k4;
rkd=rf*k1/k4^2;
xkf=k3*xmd^2/(xd*k4)-xmd;
xkd=Tkd*rkd;
rf=rf/wn;rkd=rkd/wn;
xmqx=xmq*xa/xq;
xkq=(xmq*Tsq-xmqx*Tsqo)/(Tsquo-Tsq);
rkq=(xkq+xmq)/(wn*Tsquo);
XMS=[ra rf rkd ra rkq xa xf xkd xa xkq xmd xkf xmq 0 0 0 0 0 0 xkf]';
end

%-----Parametres selon modele d'alternateur complet en ohm -----

rs=ra*Zb; Ld=xd*Lb; Lq=xq*Lb; Ll=xc*Lb;          % stator
rf=rf*Zfb;Llfd=xf*Zfb/wn;                          % champ
rkd=rkd*Zfb; Llkd=xkd*Zfb/wn; rkq=rkq*Zfb; Llkq=xkq*Zfb/wn; % amortisseurs

%-----Validation: par calcul inverse en utilisant la routine ldlq(XMS,1,1,1) listée à la suite-----
end

function [fQ,fD,fF,LD,G,LQ,LF,lc,TDN,GDN,TQN]=ldlq(xv,nd,nq,f)
% Wamkeue René : Thèse de Doctorat 1997

```

---

```
%
% Calcul des inductances et constantes de temps de la machine synchrone à partir des paramètres des
% circuits équivalents
% Source: (I. Kamwa, (1997), réf. no. [50], Thèse de Doctorat René Wamkeue
% routine appelée [a1,b1,c1,d1,g1,l1,r1]=msh3(xv,nd,nq,omega,fn); calcul sans l'homopolaire,
% respecter la générique de xv relative à msh3 à chaque appel
%
```

---

```
fn=60;omega=0;fd=f;fq=f;pi2=pi*2; n=nd+nq+3;n1=nd+2;ra=xv(1);rf=xv(2);xp=xv,
format short e
diary on
```

```
%-----axe q-----
[a1,b1,c1,d1,g1,l1,r1]=msh3(xv,nd,nq,omega,fn);
a=a1;b=b1;c=c1;d=d1;g=g1;l=l1;r=r11;
clear a1 b1 c1 d1 g1 r1 l1
a=a(n1+1:n,n1+1:n);b=b(n1+1:n,n1+1);c=c(n1+1,n1+1:n); d=0;
[lqd,qd]=ss2tf(a,b,c,d,1);Xq=l(n1+1:n,n1+1:n)
k=1;
for i=1:nq+1, for j=i:nq+1
    CPL(k)=l(i,j)*l(i,j)/(l(i,i)*l(j,j)); k=k+1; end, end
CPLQ=sqrt(CPL)

[lqd,qd]=ss2tf(a,b,c,d,1);ra=xp(1);
nn=length(qd);qd=qd/lqd(nn); lqd=lqd/lqd(nn);
qd=ra*qd/qd(nn);lqn=qd-ra*[lqd];
lqn=lqn(1:nn-1); TQN=ones(nn-2,1)/roots(lqn);lq=lqn(nn-1)*pi2*fn;
TQN=[TQN ones(nn-2,1)/roots(lqd)]; lqd=lqd(2:nn);
[k,kk]=size(TQN);xqn1=1; for i=1:k, xqn1=xqn1*abs(TQN(i,2)); end
[r,p,k]=residue(lqd,pi2*fn*lqn);xsq(1)=lq;nq=length(p);
for i=2:nq+1,xsq(i)=1/(r(nq-i+2)/p(nq-i+2)+1/xsq(i-1)); end
xqn2=1; for i=1:length(p), xqn2=xqn2*abs(1/p(i)); end
xsqr(nq+1)=lq*xqn2/xqn1;
for i=nq:-1:1,xsqr(i)=1/(-r(nq-i+1)/p(nq-i+1)+1/xsqr(i+1)); end
xsq2(nq+1)=lq;
for i=nq:-1:1, xsq2(i)=xsq2(i+1)*TQN(i,1)/TQN(i,2); end
XSQ=[xsq;xsq2(nq+1:-1:1)]; xsqr]
[nsd,msd]=size(XSQ); %QENV=step(lqd,pi2*fn*lqn,tenv);

RPK=[r';p']

[AQ,PQ]=bode(lqn,lqd,fq*pi2); AQ=AQ*pi2*fn; LQ=[pi2*fn*lqn' lqd']
fQ=[AQ PQ];LQN=lqn;nm=length(lqn);LQD=lqd;

%-----axe d:-----
[a1,b1,c1,d1,g1,l1,r1]=msh3(xv,nd,nq,omega,fn);
a=a1;b=b1;c=c1;d=d1;g=g1;l=l1;r=r11;
clear a1 b1 c1 d1 g1 r1 l1
a=a(1:n1,1:n1);b=b(1:n1,1:2); c=c(1:2,1:n1); d=zeros(2,2);
```

```

[yn,dd]=ss2tf(a,b,c,d,1);ldd=yn(1,:); Xd=l(1:n1,1:n1)
k=1;
for i=1:nd+2, for j=i:nd+2
    CPL(k)=l(i,j)*l(i,j)/(l(i,i)*l(j,j)); k=k+1; end, end
CPLD=sqrt(CPL)
[yn,dd]=ss2tf(a,b,c,d,1);ldd=yn(1,:);ldd(1)=0;ra=xp(1);rf=xp(2);
nn=length(dd); dd=dd/lldd(nn); gn=-yn(2,:)/ldd(nn); gn(1)=0;
ldd=lldd/lldd(nn);dd=ra*dd/dd(nn);ldn=dd-ra*[ldd]; g0=gn(nn-1);
ldn=ldn(1:nn-1); TDN=ones(nn-2,1)/roots(ldn);ldd=lldd(2:nn);
TDN=[TDN ones(nn-2,1)/roots(lldd)], LD=[pi2*fn*ldn' ldd'],
[k,kk]=size(TDN);xqn1=1; for i=1:k, xqn1=xqn1*abs(TDN(i,2)); end
ld=ldn(nn-1)*pi2*fn;GDN=ones(nn-3,1)/roots(gn(1:nn-1)); G=gn
lc=[ld g0 lq]

GDN=[GDN' 0]' ones(nn-2,1)/roots(lldd)
[r,p,k]=residue(lld,pi2*fn*ldn);xsd(1)=ld; %nd=nd1;
for i=2:nd+2,xsd(i)=1/(r(nd-i+3)/p(nd-i+3)+1/xsd(i-1)); end
xqn2=1; for i=1:length(p), xqn2=xqn2*abs(1/p(i)); end
xsdr(nd+2)=ld*xqn2/xqn1;
for i=nd+1:-1:1,xsdr(i)=1/(-r(nd-i+2)/p(nd-i+2)+1/xsdr(i+1)); end
xsd2(nd+2)=ld;
for i=nd+1:-1:1, xsd2(i)=xsd2(i+1)*TDN(i,1)/TDN(i,2); end
XSD=[xsd; xsd2(nd+2:-1:1); xsdr]
[nsd,msd]=size(XSD);%DENV=step(lld,pi2*fn*ldn,tenv);
RPK=[r';p']

[AD,PD]=bode(ldn,ldd,fd*pi2);AD=AD*pi2*fn; LDN=ldn;GN=gn;
[AG,PG]=bode(gn,ldd,fd*pi2);

%[fF]=msrpf2(xp,nd,nq,omega,fn,pi2*fd,2,0);dd=zeros(2,2);
[yn,dd]=ss2tf(a,b,c,d,2);lfd=yn(2,:);
nn=length(dd); dd=dd/lfd(nn); lfd=lfd/lfd(nn);dd=rf*dd/dd(nn);
lfn=dd-rf*[lfd]; lfn=lfn(1:nn-1);
[AF,PF]=bode(lfn,lfd,pi2*fd);AF=AF*pi2*fn;
lf=lfn(nn-1)*pi2*fn;lc=[lc lf]; TFN=ones(nn-2,1)/roots(lfn);lfd=lfd(2:nn);
TFN=[TFN ones(nn-2,1)/roots(lfd)], LF=[pi2*fn*lfn' lfd']
[k,kk]=size(TFN);xqn1=1; for i=1:k, xqn1=xqn1*abs(TFN(i,2)); end
fD=[AD AG AF PD PG PF];
[r,p,k]=residue(lfd,pi2*fn*lfn);xsf(1)=lf;
for i=2:nd+2,xsf(i)=1/(r(nd-i+3)/p(nd-i+3)+1/xsf(i-1)); end
xqn2=1; for i=1:length(p), xqn2=xqn2*abs(1/p(i)); end
xsfr(nd+2)=lf*xqn2/xqn1;
for i=nd+1:-1:1,xsfr(i)=1/(-r(nd-i+2)/p(nd-i+2)+1/xsfr(i+1)); end
xsf2(nd+2)=lf;
for i=nd+1:-1:1, xsf2(i)=xsf2(i+1)*TDN(i,1)/TDN(i,2); end
XSF=[xsf; xsf2(nd+2:-1:1); xsfr]
[nsd,msd]=size(XSF);
RPK=[r';p']
return, end
diary off

```

```

function rep=flux(t,phi)
% Wamkeue René : Thèse de Doctorat 1997

%=====
% flux: construit le modele différentiel nonlineaire rep de la machine en tenant compte de l'axe
% homopolaire et de la connexion du neutre pour la simulation par runge kutta (Ode45) dans un essai
% de court-circuit asymétrique
% Sorties:
% rep : système différentiel
% Entrees:
% x: paramètres des circuits equivalent en pu.
% nd,nq: nombre d'amortisseurs dans les d et q
% fn: fréquence nominale en Hz;
% wm: vitesse mécanique en pu
% u : vecteur de commande
% Variables globales :
% kphid = pol(1)*ifd^d + pol(2)*ifd^(d-1) + ... + pol(d)*ifd + p(d+1), est l'équivalent polynomial
% de  $V_t/(x_{md0}*ifd)$  à vide obtenu par fonction [pol,kphid]=saturat(ifd,vfd), (voir section
% 2.3.2) eqs. (211-212) thèse de Doctorat R. Wamkeue
% pol: est le vecteur ligne comprenant les coefficients du polynôme de kphid
% La variation de la vitesse mécanique et la saturation magnétique sont prises en
% compte ici.
% référence: voir Figure 3.2, Thèse de Doctorat, Wamkeue René
%=====

global nd nq fn wm x epsilon nordre nordre2 Tm vf ai bi gi cphi pol xmds

wn=2*fn*pi;pi=22/7;pi23=2*pi/3; nul1=zeros(1,nordre);nul2=zeros(2,nordre);
nul5=zeros(nordre,2);omega=phi(nordre+1); Vt=1;
H=x(3*nordre-1); D=x(3*nordre-2);
xmd0=x(nordre2+1);xmq0=x(nordre2+nd+2); % réactance de magnétisation non saturées
xa=x(nordre+1);ra=x(1);
[l1,aphi,ai,bphi,bi,cphi,ci,gphi,gi]=msvi(x,nd,nq,omega,fn,epsilon,zn);

if(1) %prise en compte de la saturation: sinon if(0)
delt=sqrt(xmd0/xmq0); % rapport de saillance voir section 2.3 Thèse de
%Doctorat W.R.

phid=phi(1);phiq=phi(2);phif=phi(4);phi1=phi(1:nordre);wms=phi(nordre+1);
l=cphi*phi1'; id=l(1); iq=l(2);

%-----calcul des flux de magnétisation des axes d et q; eqs (206 -207) Thèse Doct. R. Wamkeue-----
Phid=phid+epsilon*xa*id; Phiq=phiq+epsilon*xa*iq; % eq (voir eq 206) Thèse R.W
Phidq=wms*sqrt(Phid^2+(delt^2)*Phiq^2);

%-----construction de l'équivalent polynomiale en charge du facteur de saturation d'axe d: kphid-----
kphid=polyval(pol,Phidq);
xmds=kphid*xmd0; % réactance de magnétisation saturée axe d
%kphiq=1; % axe q dans l'air (Kundur, [39] thèse R.W.)
kphiq=kphid*delt^2;

```

```

xmqs=kphiq*xmq0; % réactance de magnétisation saturée axe q

%-----modification du vecteur des paramètres et calcul des matrices d'état du modèle saturé-----
x(nordre2+1)=xmnds; x(nordre2+nd+2)=xmqs;
[l1,aphi,ai,bphi,bi,cphi,ci,gphi,gi]=msvi(x,nd,nq,omega,fn,epsilon,xn,rn);

end

% fin de prise en compte ou non de la saturation

%-----application du défaut triphasé, voir tableau 4.3, Thèse de Doctorat R.W.-----

a1=Vt*cos(2*pi*60*t); a2=Vt*cos(2*pi*60*t-2*pi/3); a3=Vt*cos(2*pi*60*t+2*pi/3);

cc=0;
if cc==0 % défaut triphasé symétrique
va=0; vb=0; vc=0;
end
if cc==1 % défaut phase-neutre
va=0; vb=a2; vc=a3;
%vc=(1/3)*(2*a3-a2); vb=a3-2*vc; va=vc-a3; % Pour le modèle de Nasar et al.
end
if cc==2 % défaut phase-phase
va=a1; vb=a1; vc=a3;
%va=(1/3)*(a2-a3); vb=va; vc=-2*va;
end
if cc==3 %phase-phase-neutre
va=0; vb=0; vc=a3;
%vc=(2/3)*a3; vb=vc-a3; va=vb;
% Pour le modèle de Nasar et al.

%-----construction du modèle non linéaire de la machine synchrone-----
%----- vecteur de commande u=[vd vq vh vf 0 ... Tm 1]-----
%-----voir section 2.2.1 eqs (185-188) Thèse Doctorat Wamkeue René-----

delta=0*length(t); % wn*t est déjà pris en compte dans park1n
[vd vq vh]=park1n(va,vb,vc,delta,t);
u=zeros(nordre+2,1);wn=2*pi*fn;
u(1)=vd; u(2)=vq; u(3)=vh; u(4)=vf; u(nordre+1)=Tm; u(nordre+2)=1;phi1=phi(1:nordre);
z2phi=(1/(2*H))*[epsilon*phi1*gphi;nul1]; x22=[-epsilon/(2*H) 0;0 -wn]; r22=(1/(2*H))*[-D
0;2*H*wn 0]; bn=[bphi nul5;nul2 x22]; an=[aphi nul5;z2phi r22]; rep=an*phi'+bn*u;
return
end
□

[II,Te,wm,delta]=ccnh(x,nd,nq,fn,td,tf,T,X0,epsilon,vfd,ifd,Vn,Sn,zn) % prog. flux.m (aussi)
% Wamkeue René : Thèse de Doctorat 1997

%=====

```

```
% exemple de programme de simulation d'essai asymétrique du modèle électromécanique saturé de la
% machine synchrone commandée par des tensions armatures et de champ par runge Kutta (ode45).
% Entrées du programme:
%   x:      paramètres des circuits équivalents
%   nd,nq:  nombre d'amortisseurs dans les d et q
%   fn:     fréquence nominale en Hz
%   td,tf:  instant initial et final de l'essai
%   T:      pas de discrétisation
%   X0:     vecteur de l'état initial de la machine avant l'essai (conditions initiales du rég. perm.)
%   epsilon: spécification du régime de fonctionnement (epsilon=1,moteur: epsilon=-1, générat.)
%   vfd,ifd: caractéristique de magnétisation à vide de la machine
%   Sn,Vn:  puissance apparente et tension ligne-ligne nominale (en MVA et en kV respectiv.)
%   zn:     impédance du neutre
% Sorties du programme:
%   Te:     couple électrique
%   II:     vecteur des courants de la machine II=[ia ib ic if in] (in courant du neutre)
%   omega:  vitesse mécanique variable du rotor
%   delta:  angle interne du rotor (variable)
% routines appelées:
%   Ode45:  programme Matlab d'intégration des systèmes d'équations nonlinéaires par la
%           méthode de Runge Kutta d'ordre 4 avec pas variable
%   [pol,f]=saturat(ifd,vfd): donne l'équivalent polynomial f de vfd=fonct.(ifd) dont les coefficients
%                           sont contenus dans le vecteur pol (n'est pas offert)
% référence: voir Figure 3.2, Thèse de Doctorat, Wamkeue René
```

---

```
global nd nq fn wm x epsilon nordre nordre2 Tm vf ai bi gi cphi pol xmds
```

```
xmd0=x(nordre2+1);xmq0=x(nordre2+nd+2); xa=x(nordre+1);
```

```
%-----calcul des coefficients de l'équivalent polynomiale de la fonction de saturation à vide-----
%-----(voir section 2.3.2) eqs. (211-212) thèse de Doctorat R. Wamkeue-----
```

```
if(1) % prise en compte de la saturation magnétique: sinon if(0)
```

```
%-----grandeurs de base, exemple d'application à LG3-----
```

```
Vn=13.8; Sn=202; wn=2*pi*60;
Vb=sqrt(2)*Vn/sqrt(3);Zb=13.8*13.8/Sn; Lb=Zb/wn;Ib=Vb/Zb;
IEXC0=924; Ifb=IEXC0*(xmd0); Zfb=202*1e6/(Ifb)^2; Vfb=Zfb*Ib;
```

```
%----- fonction de saturation considérée RAPPORT SEBJ, P. 337-338, 7/4/1983. Dorsey, IREQ-----
SS=[124 2148;228 3948;286 4926;338 5808;430 7332;482 8352;492 8364;552 9252;624 10308;730
11676;860 13116;902 13716;932 13812;1016 14460;1120 15120;1258 15792;1440 16536;1700 17232];
ifd=SS(:,1)/Ib;vfd=SS(:,2)/Vb/1e3;
ifd=[ifd' 2.5 3 3.5];vfd=[vfd' 1.6 1.66 1.7]; % ajustement aux bornes limites
[pol,f]=saturat(ifd,vfd); % saturat n'est pas offert en listing
end % fin saturation ou non
```

```
%----- parametres de la machine de Nanticoke, Tableau 3.6, Thèse de Doctorat, René Wamkeue-----
```

```

x23=[.004 .00094 .1142 .00592 .004 .00592 .1081 .0188 0.004 .172 .0155 2.732 .00753 .172 1.657
.1193 .4513 .172 2.152 -.5215 .8975 2.057 0 0 .001 7.5 .68994];
% la valeur indiquée de deltao=.68994 n'est pas considérée
nd=2; nq=3; fn=60; wm0=1; epsilon=-1; rn=0.01; xn=0; x=x23; nordre=nd+nq+3; nordre=nordre+1;
nordre2=2*nordre; H=x(3*nordre-1); D=x(3*nordre-2); xq=xmq0+xa; xd= xmd0+xa; ra=x(1);

%----- calcul des conditions initiales du régime permanent, (voir section 1.8 Thèse Doct. R.W)
Vt=1; It=.5; P0=.85*Vt*It; % Données du régime permanent
phia=-acos(.85); % courant en retard sur la tension va(origine des phases);
ia=It*(cos(phia)+j*sin(phia)); va=Vt; ea=va-epsilon*(ra+j*xq)*ia; deltao=angle(ea);
[l1,aphi,ai,bphi,bi,cphi,ci,gphi,gi]=msvi(x,nd,nq,wm0,fn,epsilon,zn);
ido=It*sin(phia+deltao); iqo=It*cos(phia+deltao); vdo=Vt*sin(deltao); vqo=Vt*cos(deltao);
iex=(vqo-epsilon*ra*iqo-epsilon*xd*ido)/xmd0;
ce=(P0+epsilon*x(1)*It^2)/wm0; % couple électrique
Tm=ce-epsilon*D*wm0; vf=x(2)*iex;
for i=1:nordre+2 lp0(i)=0; end
for i=1:nordre phi0(i)=0; end % variables d'état: flux

%----- dans l'axe d-----
xD=zeros(1,nd);
for i=1:nd
xD(i)=l1(i+2,2);
end
xff=l1(2,2); phi0(1)=epsilon*xd*ido+xmd*iex;
phi0(3)=0; phi0(4)=xff*iex+epsilon*xmd*ido;
for i=1:nd
phi0(i+4)=xD(i)*iex+epsilon*xmd*ido; % flux d'amortisseurs axe d
end

% ----- dans l'axe q-----
phi0(2)=epsilon*xd*iqo
for j=1:nq
phi0(nd+4+j)=epsilon*xmq*iqo; % flux d'amortisseurs axe q
end
phi0(nordre+1)=wm0;
phi0(nordre+2)=deltao;

%----- observation du régime permanent, grandeurs observées-----
td=.034; t0=[0:.001:td]; % temps d'observation du régime permanent
for i=1:length(t0)
ia0(i)=It*cos(2*pi*60*t0(i)-phia); ib0(i)=It*cos(2*pi*60*t0(i)-phia-2*pi/3);
ic0(i)=It*cos(2*pi*60*t0(i)-phia+2*pi/3); Te0(i)=(Tm+epsilon*D*wm0);
ifd0(i)=iex; id0(i)=ido; iq0(i)=iqo; ih0(i)=0; delta0(i)=deltao; phid0(i)=phi0(1);
phiq0(i)=phi0(nd+5); wmo(i)=wm0;
end
X0=phi0; tf=.2; T=1e-6; TOL=T;
[tt,ynli]=ode45('flux',td,tf,X0,TOL); % intégration du système non linéaire
phi=ynli; phid=phi(:,1); phiq=phi(:,2); phih=phi(:,3); omegaa=phi(:,nordre+1);
deltaa=phi(:,nordre+2); phif=phi(:,4); phil=phi(:,1:nordre); I=cphi*phil';
idd=l(1,:); iqq=l(2,:); ihh=l(3,:); ifdd=l(4,:); rh=x(1)+3*rn;

```



```
% I=[id iq ih if id1...iDnd iQ1...iQnq omega delta]
Tee=zeros(1,length(tt)); % couple électrique
for i=1:length(tt)
Tee(i)=phid(i)*iqq(i)-phiq(i)*idd(i)+epsilon*(x(1)*(idd(i)^2+iqq(i)^2)+2*rh*ihh(i)^2)/omega(i);
end
[iaa,ibb,icc]=park_1(idd,iqq,ihh,deltaa,tt);
t=[t0 tt']; id=[id0 idd']; iq=[iq0 iqq']; ifd=[ifd0 ifdd'];
ih=[ih0 ihh']; omega=[wmo omegaa']; delta=[delta0 deltaa']; Te=[Te0 Tee];
ia=[ia0 iaa]; ib=[ib0 ibb]; ic=[ic0 icc]; in=3*ih; II=[ia ib ic in];
return
end
```

```
function [M,N,CL,DL]=msl(x,nd,nq,wm0, fn, epsilon, ze,P0,Q0,vb,vfd,ifd,Sn,Vn,Sr)
% Wamkeue René : Thèse de Doctorat 1997
```

```
%=====
% calcul le modèle d'état linearisé d'une machine synchrone connectée a une barre quelconque (ou
% infinie) du réseau à partir des paramètres du circuit équivalent
% entrées:
% x: paramètres des circuits équivalents
% P0,Q0,vb: puissances et tension obtenues du résultat d'écoulement de puissance à la barre
% de connexion de la machine
% ze: impédance de la ligne(machine-barre) (p.u);
% fn: fréquence nominale en Hz
% nd,nq: nombre d'amortisseurs dans les axes d et q de la machine
% wm0=1: vitesse mécanique nominale en régime permanent en p.u
% sorties:
% M, N: matrices d'état linéarisées de la machine autour de Zi0
% CL,DL matrices de sortie du modèle linéarisé
% ifd,vfd (pu) caractéristique de magnétisation à vide de la machine
% Sn,Vn: puissance et tension nominale de la machine (en MVA et en kV)
% Sr: puissance de base du réseau
% [pol,f]=saturat(ifd,vfd): donne l'équivalent polynomial f de vfd=fonct.(ifd) dont les coefficients
% sont contenus dans le vecteur pol (n'est pas offert)
% routines appelées:
% :msh3: pour construire les matrices du système linéaire
% [ifd0 xmds]=satms(ifd,vfd,sat): prise en compte de la saturation magnétique par xmds
% référence: voir sections 3.2.1.1 et 3.4, Thèse de Doctorat, Wamkeue René
%=====
```

```
%-----exemple de la machine de Nanticoke ,Thèse-----
x=[.004 .00094 .1142 .00592 .004 .00592 .1081 .0188 0.004 .172 .0155 2.732 .00753 .172 1.657 .1193
.4513 .172 2.152 -.5215 .8975 2.057 0 0 .001 7.5 .68994];
nd=2;nq=3;wm=1;fn=60;omega=wm;j=sqrt(-1); wn=2*pi*fn; ze=.01+j*0.2;
nordre=nd+nq+4;nordre2=2*nordre; nordre3=3*nordre; Sr=100; Sn=202; epsilon=-1;
xmd=x(nordre2+1);xmq=x(nordre2+nd+2);D=x(nordre3-2); H=x(nordre3-1); xa=x(nordre+1); ra=x(1);
xmd0=xmd; xmq0=xmq; wm0=wm; xd=xmd+xa; xq=xmq+xa;
%-----
```

```

S=P0+j*Q0; %en pu
S=S*Sr/Sn; I0=conj(S/vb); % vb:tension à la barre
id0=real(I0); iq0=imag(I0);
vt=epsilon*(real(ze)*I0+j*(imag(ze))*I0)+vb; %tension terminale de la machine
Et=vt+(x(1)+j*(xmqs+xa))*I0; % tension a vide de la machine;
delta0=angle(Et)-angle(vt); % par définition de delta0
Vt=abs(vt); vdo=Vt*sin(delta0);vqo=Vt*cos(delta0);
iex=(vqo-epsilon*ra*iq0-epsilon*xd*id0)/xmd0; if0=iex;
Zi0=[id0 iq0 0 if0 wm0 delta0]; % Point de fonct., Thèse R.W section 2.2.1

%-----prise en compte de la saturation pour Zi0-----
if(0)
[pol]=saturat(ifd,vfd); % saturat n'est pas offert en listing
phid0=epsilon*xd*id0+xmd*if0; phiq0=epsilon*xq*iq0; saillance=sqrt(xmd0/xmq0);
phidq0=wm0*sqrt(phid0^2+(saillance^2)*phiq0^2); % flux croisée résultant (voir eq (207) Thèse R.W
kphid=polyval(pol,phidq0);
xmqs=kphid*xmd0; % réactance de magnétisation saturée axe d
kphiq=1; xmqs=xmq0; % axe q dans l'air (Kundur, [39] thèse R.W.)
x(nordre2+1)=xmqs; x(nordre2+nd+2)=xmqs; xds=xmqs+xa; xqs=xmqs+xa;
end % fin prise en compte ou non de la saturation

%-----réécriture du vecteur x des paramètres : ra'=ra+re; xa'=xa+xe-----
re=real(ze);x(1)=x(1)+re; xe=imag(ze); x(nordre+1)=x(nordre+1)+xe; wm=1;
x(nd+3)=x(1); x(nordre)=x(1); x(nordre+nd+3)=x(nordre+1); x(nordre2)=x(nordre+1);
zn=0;
function [l1,aphi,ai,bphi,bi,cphi,ci,gphi,gi]=msvi(x,nd,nq,wm,fn,epsilon,zn)
A=ai; B=bi; CL=zeros(2,nordre+2); DL=zeros(2,nordre+2);wn=fn*2*pi;
ydqh=epsilon*[(xds-xqs)*iq0 (xqs-xds)*id0 0]; yrd=epsilon*xmqs*iq0*ones(1,nd+1);
yrq=-epsilon*xmqs*id0*ones(1,nq); y2n=[ydqh yrd yrq; zeros(1,nordre)];
kd12=[epsilon*(xqs+xe)*iq0 -Vt*cos(delta0)]; kq12=[epsilon*(xds+xe)*id0+xmqs*if0 Vt*sin(delta0)];
kn2=epsilon*[kd12; kq12; zeros(nordre-2,2)]; x22=[-epsilon/(2*H) 0;0 -wn];
r22=(1/(2*H))*[-D 0;2*H*wn 0];
M=[A B*k2n; x22*y2n x22*r22]; N=[B zeros(nordre,2); zeros(2,nordre) x22];

%-----Sorties courants id et iq-----
CL(1,1)=Sn/Sr; CL(2,2)=Sn/Sr; % ramener à l'échelle de la machine

%-----Sortie globale-----
%CL=(Sn/Sr)*eye(nordre+2);
return
end

function [a,b,c,d,g,l]=mslin(x,nd,nq,fn,ze)
% Wamkeue René : Thèse de Doctorat 1997

%-----
% mslin description par equations d'etat linearisees d'une machine synchrone
% retourne les matrices d'etat a et b. si c,d,g,l,r figurent
% dans la liste des arguments, elles seront accessibles a l'usager

```

```
% le vecteur x contient les conditions initiales: id=x(90);if=x(91);
% iq=x(92);del=x(93); vb=x(94); omeg=x(95); ze est l'impedance de la ligne.
% H=x(nordre2+5); D=x(nordre2+4); s et t decrivent les relations entre
% les variables d'etat et vd,vq; c permet d'obtenir le couple comme sortie;
% format [a,b,s,t,c,l]=mslin(x,nd,nq,fn,ze)
% Source: I. Kamwa et al (1997) [2], Thèse R.W.) %x0=[id0 if0 iq0 wm0 delta0];
%=====
```

```
nordre=nd+nq+3; nordre2=2*nordre; xmd=x(nordre2+1);xmq=x(nordre2+3);
xd1=xmd+x(nordre+1);xq1=xmq+x(nordre+1);xe=imag(ze);omega=x(95);
x(1)=x(1)+real(ze); x(nd+3)=x(1);x(nordre+1)=x(nordre+1)+xe;
x(nordre+nd+3)=x(nordre+1);xd=xmd+x(nordre+1);xq=xmq+x(nordre+1);
[a,b,c,d,g,l,r]=mslin(x,nd,nq,omega,fn);
id=x(90);fi=x(91);iq=x(92);del=x(93); vb=x(94);
phid0=xd1*id+xmd*fi; phiq0=xq1*iq;
h=x(nordre2+5); gd=x(nordre2+4); y2n(2,nordre)=0;
y2n(1,1)=xd1*iq-phiq0; y2n(1,nd+3)=phid0-xq1*id;
for i=2:nd+2, y2n(1,i)=xmd*iq; end
for i=nd+4:nordre, y2n(1,i)=-xmq*id; end
vv=[-2*h,1]; a22=diag(vv); a22=inv(a22); nm=nordre+2;
g=0;g(nm)=0;for i=1:nordre, g(i)=-y2n(1,i); end
a(nm,nm)=0;a(nm-1:nm,1:nm-2)=a22*y2n; y2n=zeros(nordre,2); of=fn*2*pi;
phid0=xd*id+xmd*fi; phiq0=xq*iq; a(nm-1:nm,nm-1:nm)=a22*[-gd,0;-of,0];
%a(nm-1,:)=a(nm-1,:);
y2n(1,1)=phiq0; y2n(nd+3,1)=-phid0; y2n(1,2)=-vb*cos(del);
y2n(nd+3,2)=-vb*sin(del); a(1:nm-2,nm-1:nm)=-b*y2n;b(nm-1:nm,nm-1:nm)=-a22;
c=zeros(2,nordre+2); d=zeros(2,nordre+2);
c(1,1)=real(ze);c(2,nd+3)=c(1,1);c(1,nd+3)=omega*xe;c(2,1)=-c(1,nd+3);
c(1,nm-1)=xe*iq; c(2,nm-1)=-xe*id; c(1,nm)=-y2n(1,2);c(2,nm)=y2n(nd+3,2);
c=c+xe*[a(1,:);a(nd+3,:)]; d=xe*[b(1,:);b(nd+3,:)];
return, end
```

```
function [x0,u,cond]=cond_ini(x,AXX,Vt,P0,Q0,alpha)
% Wamkeue René : Thèse de Doctorat 1997
```

```
%=====
% cette routine calcule les conditions initiales les différents modèles
% de la machine synchrone
% entrées:
% x: vecteur des paramètres des circuits équivalents
% Vt: Module de la tension terminale (pu)
% (P0,Q0): Puissances terminales en régime permanent (pu)
% AXX=[nd nq fn epsilon typemodele var_etat axe_essai]:
% nd,nq: Nombre d'amortisseurs axe d et q
% fn: fréquence nominale
% epsilon: régime de fonctionnement epsilon=1:moteur
% epsilon=-1:générateur
% typemodele: définit le type de modèle
% typemodele=0: Modèle classique en tension
```

```

%      typemodel=1: Modèle en tensions (paramètres admittances)
%      typemodel=2: Modèle courants armatures/tension de champ (paramètres hybrides)
%      (cas non présenté: voir la routine cmod.m)
%      typemodel=3: Modèle courants armatures/courant de champ (paramètres impédances)
%      typemodel=4: Modèle courants armatures/tension de champ (paramètres hybrides-
%      inverses)
%      var_etat:   définit la variable d'état
%      var_etat=1: variables d'état courants
%      var_etat=2: variables d'état flux
%      axe_essai:  définit l'axe d'essai
%      axe_essai=1: Essai dans l'axe d
%      axe_essai=2: Essai dans l'axe q
%      axe_essai=3: Essai dans un axe arbitraire (modèle globale)
%      alpha:      proportion de charge pour Modèle commande en courants armatures
%      sorties
%      x0: vecteur des conditions initiales pour l'essai donné
%      u: vecteur commande pour l'essai donné
%      cond=[vdo vqo vf ido iqo ifo phido phiqo phifo deltao phia]
%=====

```

```

nd=AXX(1); nq=AXX(2); fn=AXX(3); epsilon=AXX(4);
typemodel=AXX(5); var_etat=AXX(6); axe_essai=AXX(7);
wn=2*pi*fn; nordre=nd+nq+4; nordre2=2*nordre; nordre3=3*nordre;
[a1,b1,c1,d1,g1,l1,r1]=msh3(x,nd,nq,l,fn);
clear a1 b1 c1 d1 g1 r1

```

```

xmd=x(nordre2+1); xmq=x(nordre2+nd+2); xa=x(nordre+1);
xd=xmd+xa; xq=xmq+xa; xff=l1(2,2); ra=x(1); rf=x(2);
if typemodel==0
epsilon=1;
end

```

```

%Vt=1; P0=0.4; Q0=0.25;
It=sqrt(P0^2+Q0^2)/Vt; phia=acos(P0/(Vt*It));
phia=-phia; % en retard;
ia=It*(cos(phia)+j*sin(phia)); va=Vt; % va pris comme référence
ea=va-epsilon*(ra+j*xq)*ia; deltao=angle(ea);
ido=It*sin(phia+deltao); iqo=It*cos(phia+deltao);
vdo=Vt*sin(deltao); vqo=Vt*cos(deltao);
ifd=(vqo-epsilon*(ra*iqo+xd*ido))/xmd; iex=ifd;
vf=iex*rf;

```

```

%-----axe d-----
xfD=zeros(1,nd); phido=epsilon*ido*xd+xmd*iex;
for i=1:nd
xfD(i)=l1(i+2,2);
end
for i=1:nordre-1
phio(i)=0;
end

```

```

for i=1:nd
    phio(1)=xfl*iex+epsilon*xmd*ido; phifo=phio(1);
    phio(i+1)=xflD(i)*iex+epsilon*xmd*ido;
end
x0d=phio(1:nd+1);

%-----axe q -----
phiqo=epsilon*xq*iqo;
for j=1:nq
    phio(nd+1+j)=epsilon*xmq*iqo;
end
x0q=phio(nd+2:nd+nq+1);
x0dq=phio(1:nd+nq+1);
ifo=ifd;
cond=[vdo vqo vf ido iqo ifo phido phiqo phifo deltao phia];

%-----Modele classique de commande en tension-----
%-----voir article [2], Thèse de doctorat R.W-----
if typemodele==0
    var_etat=1; axe_essai=3;
    x0=[ido ifd zeros(1,nd) iqo zeros(1,nq)]';
    u=[vdo vf zeros(1,nd) vdo zeros(1,nq)]';
end

%-----Modele de commande en tensions-----
%-----Variables d'état: courants-----
if typemodele==1 & var_etat==1
    axe_essai=3;
    x0=[ido iqo 0 ifd zeros(1,nd+nq)]';
    u=[vdo vqo 0 vf zeros(1,nd+nq)]';
end

%-----Modele de commande en tensions-----
%-----Variables d'état: flux-----
if typemodele==1 & var_etat==2
    axe_essai=3; x0=[phido phiqo 0 x0dq]';
    u=[vdo vqo 0 vf zeros(1,nd+nq)]';
end

%-----Modèle avec commande en courants armatures
%-----paramètres hybrides et impédances-----
%-----alpha=0; proportion de charge-----
idc=epsilon*alpha*ido;
iqc=epsilon*alpha*iqo;
if typemodele==2
    udq(1)=vf; udq(2)=epsilon*idc; udq(3)=epsilon*iqc; end
if typemodele==3
    udq(3)=iex; udq(2)=epsilon*idc; udq(1)=epsilon*idc; end

```

```

%-----Modele de commande courants d'armatures-----
%-----tension de champ(hybride), variable d'état: flux-----

if (typemodel==2 & (axe_essai==1))
var_etat=2;u=udq(1:2); x0=x0d;x0=x0'; end
if (typemodel==2 & (axe_essai==2))
var_etat=2;u=udq(3); x0=x0q;x0=x0'; end
if (typemodel==2 & (axe_essai==3))
var_etat=2;u=udq; x0=x0dq; x0=x0';end

%-----Modele de commande courants d'armatures-----
%-----courant de champ(impédances), variable d'état: flux-----
if (typemodel==3 & (axe_essai==1))
var_etat=2;u=udq(1:2); x0=x0d(2:nd+1);x0=x0'; end
if (typemodel==3 & (axe_essai==2))
var_etat=2;u=udq(3); x0=x0q; x0=x0';end
if (typemodel==3 & (axe_essai==3))
var_etat=2;u=udq; x0=x0dq(2:nd+nq+1);x0=x0'; end

%-----Modele de commande tensions armatures-----
%-----et courant de champ, paramètres hybrides-inverses-----
%-----l'axe homopolaire n'est introduit ici-----
%----- il devra etre intrduit ultérieurement-----
if typemodel==4; axe_essai==3;var_etat=1
u=[vdo vqo ifd zeros(1,nordre-4)]';
x0=[ido iqo zeros(1,nordre-4)]'; end
end
return

function [Y,t]=ms_sim(x,AXX,Vt,P0,Q0,alpha,t,)
% Wamkeue René : Thèse de Doctorat 1997

%-----
% ce programme simule les modèles linéaires de la machine synchrone
% entrées
% t=[t0:T:tf]: t0 instant de début de l'essai=durée du régime permanent
% tf temps final d'essai
% T période de discrétisation
% x: vecteur des paramètres des circuits équivalents
% Vt: Module de la tension terminale (pu)
% (P0,Q0): Puissances terminales en régime permanent(pu)
% AXX=[nd nq fn epsilon typemodel var_etat axe_essai]:
% nd,nq: Nombre d'amortisseurs axe d et q
% fn: fréquence nominale
% epsilon: régime de fonctionnement epsilon=1:moteur
% epsilon=-1:générateur
% typemodel: définit le type de modèle
% typemodel=0: Modèle classique en tension
% typemodel=1: Modèle en tensions (paramètres admittances)

```

```

%          typemodele=2: Modèle courants armatures/tension de champ (paramètres hybrides)
%          typemodele=3: Modèle courants armatures/courant de champ (paramètre
%          impédances)
%          typemodele=4: Modèle courants armatures/tension de champ (paramètres hybrides-
inverses)
%   var_etat:   définit la variable d'état
%               var_etat=1: variables d'état courants
%               var_etat=2: variables d'état flux
%   axe_essai:  définit l'axe d'essai
%               axe_essai=1: Essai dans l'axe d
%               axe_essai=2: Essai dans l'axe q
%               axe_essai=3: Essai dans un axe arbitraire (modèle globale)
%   alpha:      proportion de charge pour Modèle commande en courants armatures
%               alpha=1 pour les modèles en tension et hybrides-inverses
%   Sorties:
%       Y       vecteur des variables de sorties
%=====

```

```

H=x(3*nordre-1); D=x(3*nordre-2);
AXX=[nd nq fn epsilon typemodele var_etat axe_essai];
nd=AXX(1); nq=AXX(2); fn=AXX(3); epsilon=AXX(4); typemodele=AXX(5); var_etat=AXX(6);
axe_essai=AXX(7);

```

```

%-----calcul des conditions initiales-----
[x0,u,cond]=cond_ini(x,AXX,Vt,P0,Q0,alpha);
%cond=[vdo vqo vf ido iqo ifo phido phiqo phifo deltao phia];
vdo=cond(1);vqo=cond(2);vf=cond(3);ido=cond(4);iqo=cond(5);
ifo=cond(6);phido=cond(7);phiqo=cond(8); phifo=cond(9);deltao=cond(10);
phia=cond(11); It=sqrt(ido*ido +iqo*iqo); wm0=1; ce=P0+epsilon*x(1)*It^2;Tm=ce-
epsilon*D*wm0;vt=sqrt(vdo*vdo +vqo*vqo);
phit=sqrt(phido*phido +phiqo*phiqo);

```

```

%-----observation du régime permanent pendant t0-----
for i=1:length(t0)
idl(i)=ido; iql(i)=iqo; vfl(i)=vf; delta1(i)=deltao;
phifl(i)=phifo; phidl(i)=phido; phiql(i)=phiqo; ifl(i)=ifo;
vdl(i)=vdo; vql(i)=vqo; ihl(i)=0;ial(i)=It*cos(2*pi*60*t0(i)-phia);
ibl(i)=It*cos(2*pi*60*t0(i)-phia-2*pi/3); icl(i)=It*cos(2*pi*60*t0(i)-phia+2*pi/3);
Tel(i)=epsilon*(Tm-D*wm0); Itl(i)=It; vtl(i)=vt; phitl(i)=phit;
end

```

```

%-----modèle hybride inverse-----
if typemodele==4; axe_essai==3;var_etat=1 ;
essai=2;
%-----essai avec circuit de champ ouvert essai=1-----
if essai==1
for i=1:length(t1)
vd(i)=u(1); vq(i)=u(2); ifc(i)=0*u(3); deltaa(i)=deltao; end
else
% essai=2 court-circuit d'armature
for i=1:length(t1)

```

```

vd(i)=0*u(1); vq(i)=0*u(2); ifc(i)=u(3); deltaa(i)=deltao; end
end
vs=[vd' vq']; va=zeros(length(t1),nordre-4); u=[vs ifc' va];

%-----construction des matrices d'état du modèle-----
[A,B,C,D]=modhi(x,nd,nq,wm,fn,epsilon);
[y1]=lsim(A,B,C,D,u,t1,x0);
id2=y1(:,1); iq2=y1(:,2); if2=y1(:,3);
t=[t0 t1]'; id=[id1'; y1(:,1)]; phif=[phif1'; y1(:,3)];
iq=[iq1'; y1(:,2)];
ih=zeros(1,length(t1));
[ia ib ic]=park_1(id2, iq2, ih, deltaa, t1);
iaa=[ia1 ia]; ibb=[ib1 ib]; icc=[ic1 ic];
Y=[iaa ibb icc phif];

%-----modele admittance-----
if typemodele==1 axe_essai==3; var_etat=1 ;
%-----définir le type d'essai avec wm=1-----
%-----exemple des défauts triphasés-----

cc=2;
for i=1:length(t1)
a1(i)=Vt*cos(2*pi*60*t1(i)); a2(i)=Vt*cos(2*pi*60*t1(i)-2*pi/3); a3(i)=Vt*cos(2*pi*60*t1(i)+2*pi/3);
if cc==0
va(i)=0; vb(i)=0; vc(i)=0; % défaut 3phase
end
if cc==1
va(i)=0; vb(i)=a2(i); vc(i)=a3(i); % ligne-neutre
end
if cc==2
va(i)=a1(i); vb(i)=a1(i); vc(i)=a3(i); % phase-phase
end
if cc==3
va(i)=0; vb(i)=0; vc(i)=a3(i); % phase-phase-neutre
end
end
delta=zeros(1,length(t1)); [vd vq vh]=park1n(va,vb,vc,delta,t1);
vfd=u(4)*ones(length(t1),1); U=zeros(length(t1),nordre); U(:,1)=vd'; U(:,2)=vq'; U(:,3)=vh'; U(:,4)=vfd';

%-----construction des matrices d'état du modèle-----
zn=0.01+0.003j;

typemodele=1; axe_essai=3; var_etat=2;
[X0]=cond_ini(x,AXX,Vt,P0,Q0,alpha);
[l1,aphi,ai,bphi,bi,cphi,ci,gphi,gi]=msvi(x,nd,nq,wm,fn,epsilon,zn);
A=ai; B=bi; C=ci; [n,m]=size(C); [nn,mm]=size(B); D=zeros(n,mm);
AA=aphi; BB=bphi; CC=cphi; C=ci; [n,m]=size(CC); [nn,mm]=size(BB); DD=zeros(n,mm);
[phi]=lsim(AA,BB,CC,DD,U,t1,X0); phid=phi(:,1); phiq=phi(:,2);
[Y]=lsim(A,B,C,D,U,t1,x0); id2=Y(:,1); iq2=Y(:,2); ih2=Y(:,3);

```



```

if2=Y(:,4);deltai=deltao*ones(length(t1),1); rh=x(1)+3*real(zn);Te2=zeros(1,length(t1));
for i=1:length(t1)
Te2(i)=phid(i)*iq2(i)-phiq(i)*id2(i)+epsilon*(x(1)*(id2(i)^2+iq2(i)^2)+2*rh*ih2(i)^2); Te=[Te1 Te2];
end
[iaa ibb icc]=park_1(id2, iq2, ih2, deltai, t1); ih=[ih1 ih2']; t=[t0 t1];ia=[ia1 iaa]; ib=[ib1 ibb]; ic=[ic1
icc];ifd=[if1 if2']; Y=[ia ib ic ih ifd Te];

```

```

%-----modele impédance-----
if typemodele==3 essai=1; id=2;

```

```

%-----circuit de champ ouvert -----
if essai==1 u(2)=0; vd=u(1)*ones(length(t1),1);ifd=u(2)*ones(length(t1),1);
vq=u(3)*ones(length(t1),1); U=[vd ifd vq]; end
if id==1
[Aphi,Bphi,Cphi,Dphi]=deli(x,nd,nq,wm,fn,id);[y1]=lsim(Aphi,Bphi,Cphi,Dphi,U,t1,x0);
t=[t0 t1]'; phid=[phid1'; y1(:,1)]; phif=[phif1'; y1(:,2)];
phiq=[phiq1'; y1(:,3)];phit2=sqrt(phid.*phid+phiq.*phiq); phit=[phit1';phit2];
Y=[phid phiq phif phit];
end
if id==2
[Aphi,Bphi,Cv,Dv]=deli(x,nd,nq,wm,fn,id);
[y1]=lsim(Aphi,Bphi,Cv,Dv,U,t1,x0);
vdd=y1(:,1);vqq=y1(:,3);
t=[t0 t1]'; vd=[vd1'; y1(:,1)]; vf=[vf1'; y1(:,2)]; vq=[vd1'; y1(:,3)];vt2=sqrt(vdd.*vdd+vqq.*vqq);
vt=[vt1 vt2]';
end
Y=[vd vq vf vt]; end
return
end

```

```

function [Y,t]=cmod(x,AXX,Vt,P0,Q0,alpha,t,)
% Wamkeue René : Thèse de Doctorat 1997

```

```

%=====
% ce programme simule le modèle hybride linéaire et électromécanique de la machine synchrone
% Les variables d'entrées et de sorties : Les mêmes que dans ms_sim
%=====

```

```

H=x(3*nordre-1); D=x(3*nordre-2);
AXX=[nd nq fn epsilon typemodele var_etat axe_essai];
nd=AXX(1); nq=AXX(2); fn=AXX(3); epsilon=AXX(4); typemodele=AXX(5); var_etat=AXX(6);
axe_essai=AXX(7); alpha=0;

x=x23;nd=2; nq=3; fn=60; wm0=1; wn=2*pi*fn; nordre=nd+nq+3;
nordre=nordre+1;nordre2=2*nordre;
D=x(nordre2+nordre-2); H=x(nordre2+nordre-1); wm0=1;nordre2=2*nordre; wm=wm0; epsilon=-1;

[a1,b1,c1,d1,g1,l1,r1]=msh3(x,nd,nq,wm0,fn);

```

```

clear al bl cl dl gl rl

%-----
% calcul des C.I axes d et q
%-----
xmd=x(nordre2+1); xmq=x(nordre2+nd+2); xd=ll(1,1);
xq=ll(nd+3,nd+3);xa=x(nordre+1); xff=ll(2,2); ra=x(1);
P0=0.4; Q0=0.25;

It=sqrt(P0^2+Q0^2)/Vt; phia=acos(P0/(Vt*It)); phia=-phia; % en retard;
ia=It*(cos(phia)+j*sin(phia)); va=Vt; ea=va-epsilon*(ra+j*xq)*ia; deltao=angle(ea);
ido=It*sin(phia+deltao); iqo=It*cos(phia+deltao); vdo=Vt*sin(deltao);
vqo=Vt*cos(deltao); ifd=(vqo-epsilon*(ra*iqo+xd*ido))/xmd; iex=ifd;
ce=P0/(wm0+x(1)*It^2);

%-----d-axis decrement test with field on open circuit-----
if(0)
ido=-.5; iqo=0; iex=0; Vt=.9; ce=0; delta=0;
end

%-----q-axis decrement test with field on open circuit-----
if(0)
iqo=-.5; ido=0; iex=0; Vt=1; ce=0; delta=0;
end

%-----délestage d'axe d-----
if(0)
delta=0; ido=-2; iqo=0; Vt=.9; iex=.1985;
end

%-----Calcul des conditions initiales-----
xfD=zeros(1,nd);
for i=1:nd
xfD(i)=ll(i+2,2);
end
for i=1:nordre-1
phi0(i)=0;
end
for i=1:nd
phi0(1)=xff*iex+epsilon*xmd*ido; phi0(i+1)=xfD(i)*iex+epsilon*xmd*ido;
end

%-----l'axe q-----
for j=1:nq
phi0(nd+1+j)=epsilon*xmq*iqo;
end
phi0(nd+nq+2)=wm0; phi0(nd+nq+3)=deltao; phi0d=phi0(1:nd+1); phi0q=phi0(nd+2:nd+nq+1);
phi0l=phi0(1:nd+nq+1); tf=5; pas=.001; t1=0.6; T=[0:pas:t1]; tt=[t1:pas:tf];
for i=1:length(T)
ifl(i)=iex; phid1(i)=epsilon*ido*xd+xmd*iex; phiq1(i)=epsilon*iqo*xq;

```

```

vd1(i)=vdo;vq1(i)=vqo; wml(i)=wm0; delta1(i)=deltao; vdm1(i)=vdo; vqm1(i)=vqo;
end

%-----calcul de la commande -----
u=zeros(length(tt),3); idc=epsilon*alpha*ido; iqo=epsilon*alpha*iqo;
vf=iex*x(2); ce=P0/wm0; Tm=ce+D*wm0;

for i=1:length(tt)
u(i,1)=vf; u(i,2)=idc; u(i,3)=iqo; u(i,4)=Tm; u(i,5)=1;
end
uc=[vf idc iqo];ud=u(:,1:2); uq=u(:,3);

%-----calcul des sous matrices de l'axe d-----
xfl=1(2,2); xmd=x(nordre2+1); xd=1(1,1); rd=diag([x(2:nd+2)]);
xrd=1(2:nd+2,2:nd+2); xrd1=[g1(nd+3,2:nd+2)]; Aord=-wn*rd*inv(xrd);
Ird=[1 zeros(1,nd)]; Bord=[wn*Ird Aord*xrd1]; gd=[xrd1']; gfd=[0 gd(2:nd+1)];
cr11=(1/xff)*[Ird'-gfd*inv(xrd)]; cr21=xrd1'*inv(xrd); cphid=[cr11;cr21];
dr12=(1/xff)*[gfd*inv(xrd)*xrd1-xmd]; dr22=xd-xrd1'*inv(xrd)*xrd1;
dphid=[0 dr12;0 dr22];

%-----matrices de sortie des tension-----
cvd=[cr11;(1/wn)*cr21*Aord;wm*cr21]; dv21=[0 x(1)]+(1/wn)*cr21*Bord;
dvd=[0 dr12; dv21; 0 wm*dr22];

%-----calcul des sous matrices de l'axe q-----
rq=diag([x(nd+4:nordre-1)]); xmq=x(nordre2+nd+2); xq=1(nd+3,nd+3);
xrq=1(nd+4:nordre-1,nd+4:nordre-1); xrq1=-[g1(1,nd+4:nordre-1)];
Aorq=-wn*rq*inv(xrq); Borq=Aorq*xrq'; cphiq=xrq1'*inv(xrq);
dphiq=xq-xrq1'*inv(xrq)*xrq1; cvq=[zeros(1,nq); -wm*cphiq; (1/wn)*cphiq*Aorq];
dvq=[0; -wm*dphiq; ra+(1/wn)*cphiq*Borq];

%-----construction du systeme complet-----
ul=u(:,1:3); [Ao,Bo,cphi,dphi]=append(Aord,Bord,cphid,dphid,Aorq,Borq,cphiq,dphiq);
Cv=[cvd cvq];Dv=[dvd dvq]; x0=phi0(1:nd+nq+1);
%[phird,xphid]=lsim(Aord,Bord,cphid,dphid,ud,tt,phi0d);
%[y,xphid]=lsim(Ao,Bo,Cv,Dv,ul,tt,x0);

if(0)

%----- exemple d'application pour l'axe d-----
[phird,xphid]=lsim(Aord,Bord,cphid,dphid,ud,tt,phi0d);
[vrd,xphid]=lsim(Aord,Bord,cvd,dvd,ud,tt,phi0d);
%idf=phird(:,1); phidd=phird(:,2);
ifd=vrd(:,1); vdd=vrd(:,2); vqd=vrd(:,3); t=[T tt]; ifd=[if1 ifd']; vd=[vd1 vdd']; vq=[vq1 vqd'];
%phid=[phid1 phidd'];
for i=1:length(t)
vt(i)=vd(i)^2 +vq(i)^2; vt(i)=sqrt(vt(i));
end

%subplot(1,3,1);plot(t,phid);grid; xlabel('t (s)');ylabel('phid ( pu )');%gtext('delestage de 100% de charge

```

```

if(0)

%-----exemple d'application pour l'axe q-----
[phirq,xphiq]=lsim(Aorq,Borq,cphiq,dphiq,uq,tt,phi0q);
[vrq,xphiq]=lsim(Aorq,Borq,cvq,dvq,uq,tt,phi0q); phiqq=phirq;
%ifdq=vrq(:,1);
vdq=vrq(:,2); vqq=vrq(:,3);
%ifd=ifdd+ifdq;
vd=[vd1 vdq']; t=[T tt]; phiq=[phiq1 phiqq']; vq=[vq1 vqq'];
for i=1:length(t)
    vt(i)=vd(i)^2 +vq(i)^2; vt(i)=sqrt(vt(i));
end

end %if()

%-----exemple d'application dans un axe arbitraire-----
if(1)
[phi,xphi]=lsim(Ao,Bo,cphi,dphi,ul,tt,phi0l);
[v,xphiq]=lsim(Ao,Bo,Cv,Dv,ul,tt,phi0l);
phid2=phi(:,2); phiq2=phi(:,3); ifd2=v(:,1);
vd2=v(:,2); vq2=v(:,3);
end

%-----prise en compte des transitoires mecaniques-----
%-----sans variation de vitesse-----
%H=7.5 ; D=0.01;
M=[cr21*iqc -cphiq*idc]; N=[0 dr22*iqc -dphiq*idc];
z2n=(1/(2*H))*[-M ; zeros(1,nd+nq+1)]; T23=(1/(2*H))*[-N ;zeros(1,3)];
R22=(1/(2*H))*[-D 0;2*H*wn 0]; X22=(1/(2*H))*[1 0;0 -2*H*wn];
Am=[Ao zeros(nd+nq+1,2);z2n R22]; Bm=[Bo zeros(nd+nq+1,2);T23 X22];
Cm=[Cv zeros(3,2);zeros(2,nd+nq+1) eye(2,2)]; Dm=[Dv zeros(3,2);zeros(2,3) zeros(2,2)];
[y,x]=lsim(Am,Bm,Cm,Dm,u,tt,phi0);
phid2=y(:,2); phiq2=y(:,3); ifd=y(:,1); wm2=y(:,4); delta2=y(:,5);
t=[T tt];ifd=[ifd1 ifd2']; vd=[vd1 vd2']; vq=[vq1 vq2'];

for i=1:length(t)
    vt(i)=vd(i)^2 +vq(i)^2; vt(i)=sqrt(vt(i));
end
phid=[phid1 phid2']; phiq=[phiq1 phiq2'];
wm=[wm1 wm2']; delta=[delta1 delta2'];

%-----axe d avec variation de vitesse-----
int1=zeros(length(tt),nq);
for i=1:length(tt)
    for j=nd+2:nd+nq+1
        int1(i,j-nd-1)=wm2(i)*xphi(i,j);
    end
end
pass1=cphiq*int1';

```

```

%-----axe q avec variation de vitesse-----
int2=zeros(length(tt),nd+1);
for i=1:length(tt)
    for j=1:nd+1
        int2(i,j)=wm2(i)*xphi(i,j);
    end
end
pass2=cr21*int2';
vdm2=(1/wn)*cr21*Aord*xphi(:,1:nd+1)'+pass1+dv21*ud'-(dphiq*wm2.*uq)';
vqm2=(1/wn)*cphiq*Aorq*xphi(:,nd+2:nd+nq+1)'+pass2+(wm2.*ud(:,2))'*dr22+(ra+(1/wn)*cphiq*Bor
q)*uq'; vdm=[vdm1 vdm2];vqm=[vqm1 vqm2];
for i=1:length(t)
    vtm(i)=vdm(i)^2 +vqm(i)^2; vtm(i)=sqrt(vtm(i));
end
end

```

ml4demok.m

% Wamkeue René : Thèse de Doctorat 1997

---

```

%
% Programme de mise en oeuvre de la procédure d'identification au maximum de vraisemblance via
% 'LES MOINDRES CARRÉS ITÉRATIVEMENT REPONDÉRÉS'
% entrées:
% Tech: période de discrétisation
% pref: vecteur des paramètres des circuits équivalents référence
% Vt: module de la tension terminale (pu)
% (P0,Q0): Puissances terminales en régime permanent(pu)
% AXX={nd nq fn epsilon typemodel var_etat axe_essai}:
% nd,nq: nombre d'amortisseurs axe d et q
% fn: fréquence nominale
% epsilon: régime de fonctionnement epsilon=1:moteur
%          epsilon=-1:générateur
% typemodel: définit le type de modèle
%             typemodel=0: Modèle classique en tension
%             typemodel=1: Modèle en tensions (paramètres admittances)
%             typemodel=2: Modèle courants armatures/tension de champ (paramètres hybrides)
%             typemodel=3: Modèle courants armatures/courant de champ (paramètre
%             impédances)
%             typemodel=4: Modèle courants armatures/tension de champ (paramètres hybrides-
%             inverses)
% var_etat: définit la variable d'état
%            var_etat=1: variables d'état courants
%            var_etat=2: variables d'état flux
% axe_essai: définit l'axe d'essai
%            axe_essai=1: Essai dans l'axe d
%            axe_essai=2: Essai dans l'axe q
%            axe_essai=3: Essai dans un axe arbitraire (modèle globale)

```

```

%      alpha:   proportion de charge pour Modèle commande en courants armatures
%              alpha=1 pour les modèles en tension et hybrides-inverses
%      p0 :     vecteur des paramètres initiaux
%      LISTP:   liste des paramètres à identifier
%      qq :     matrice de covariance du bruit de procédé
%      uydata:  matrice des données d'identification (commande et mesure)
%      x0:      vecteur de conditions initiales
%
% routines appelées:
%      cond_ini.m:   calcul des conditions initiales du régime permanent (fournie)
%      mml4fit.m:    évalue la fonction de vraisemblance à partir de la prédiction du filtre de
%                   Kalman (fournies)
%      constr.m :    routine d'optimisation nonlinéaire avec contrainte (Fichier Matlab)
%
% sorties
%      p :       vecteur des paramètres finaux
%      gg :      matrice de covariance des innovations finale
%      yest :    vecteur des signaux estimés
%      inovt:    vecteur des innovations finales
%
%=====
format compact,clc, clear all

global AXX LISTP Tech LISTML
global uydata
global yest
global inovt
global k_gain gg qq wapriori qref npref nlam x0 kQ
global pref

% x=[ra rf rD1 ... rDnd |ra rQ1 ... rQnq |xa xf xD1 ... xDnd | xa xQ1 ... xQnq | xmd xkf1 ... xkfnd | xmq
%   xkq1 ... xkqnq-1 | D H delta0] (pour ms)
%=====
% x=[ra rf rD1 ... rDnd |ra rQ1 ... rQnq |ra |xa xf xD1 ... xDnd | xa xQ1 ... xQnq | xa | xmd xkf1 ... xkfnd
%   | xmq xkq1 ... xkqnq-1 | D H delta0] (pour msh)

%=====
x33=[0.001895 0.001263 0.01116 0.01267 0.1595 0.001895 0.009104 0.02907 0.2154 0.001895 0.260
0.1140 0.7746 0.1662 0.1029 0.260 1.409 0.4459 0.1218 0.260 2.128 0.0 0.0 0.0 2.038 0.0 0.0 0.001 7.5
0.68994];
x23=[.004 .00094 .1142 .00592 .004 .00592 .1081 .0188 0.004 .172 .0155 2.732 .00753 .172 1.657
.1193 .4513 .172 2.152 .5215 .8975 2.057 0 0 .01 2.5 .68994];
% x=[ra rf rD1 ... rDnd |ra rQ1 ... rQnq |ra |xa xf xD1 ... xDnd | xa xQ1 ... xQnq | xa | xmd xkf1 ... xkfnd
%   | xmq xkq1 ... xkqnq-1 | D H delta0] (pour msh)

%=====
xx=x23;
ra=xx(1); rf=xx(2); rD1=xx(3); rD2=xx(4); rQ1=xx(6); rQ2=xx(7);rQ3=xx(8);
xa=xx(10); xf=xx(11); xD1=xx(12); xD2=xx(13); xQ1=xx(15); xxQ2=xx(16);
xQ3=xx(17); xmd=xx(19); xkf1=xx(20); xkf2=xx(21); xmq=xx(22);

```

```

nd=2; nq=3; id=3 ;Tech=.001; ndp=5000;t=[0:ndp-1]*Tech;
fn=60; wn=2*pi*fn; pi23=2*pi/3;wm=1;nordre=nd+nq+4;
pref=x23; x=x23;
AXX=[nd nq id fn wn nordre]; epsilon=-1;

Vt=1; P0=0.4; Q0=0.25; alpha=0; % régime permanent
teta_s=[rf rD1 rQ1 xf xD1 xQ1 xmd xkf1 xmq]';
listd=[2 3 5 13 19];
listd=[2 3 6 11 12 15 19 22];
listd=[2 3 6 11 12 15 19 20 22];
listcc=[2 3 6 12 18 19 22];
listcc=[2 3 6 9 11 12 13 15 18 19 22];
listcc=[2 3 6 7 9 11 13 15 16 18 19 22];
listdq=listcc;
LISTP=listd;

%-----
% Conditions initiales
%-----

[x0,u]=cond_imi(x,AXX,epsilon,Vt,P0,Q0,t,alpha);
[nn mm]=size(u);nin=mm; nxm=nin+3;
if (id==1), LISTP=listd;end
if (id==2), LISTP=listq; end

npref=length(pref); nlam=length(LISTP);
uydata=zeros(ndp,nxm); uydata(:,1:mm)=u;
[llf,GC,rr,k,phi0,gam0,c0,d0]=mml4fit(pref(LISTP));
[n,m]=size(c0);

% qq covariance matrix of equation error and gg cov of innovation

gg=eye(n)*1e-2; kQ=1e-5; qq=(1*eye(m)*kQ);
qref=diag(qq)/kQ; LISTML=1:m;
nlistp1=length(LISTP);
if sum(diag(qq))~=0 & length(LISTML)>0
    pref=[pref qref]; LISTP=[LISTP LISTML+npref];
end
nlistp2=length(LISTP);

uydata(:,nin+1:nxm)=dlsim(phi0,gam0,c0,d0,uydata(:,1:nin),x0);

figure(1); plot(t,uydata(:,nin+1));
pause
if(0)
figure(2); plot(t,uydata(:,nin+2));
figure(3); plot(t,uydata(:,nin+3));

```

```

end

% NOISE-FREE RESPONSE OR NOISE FREE MEASUREMENTS
uydata0=uydata;

[llf0,GC0,rr0]=mml4fit(pref(LISTP));
randn('seed',0);

statenoise=dlsim(phi0,qq,c0,zeros(n,m),randn(ndp,m));% STATE NOISE
% OUTPUT IS NOISE-FREE RESPONSE + STATE NOISE + MEASUREMENT NOISE, i.e.
% =NOISIED MEASUREMENTS
[m,n]=size(statenoise);
%uydata(:,nin+1:nxm)=uydata(:,nin+1:nxm)+ statenoise +0.0002*randn(m,n);
%[m,n]=size(statenoise);
uydata(:,nin+1)=uydata(:,nin+1)+ statenoise(ndp,1)+ inv(1000)*uydata(:,nin+1).*randn(m,1);
uydata(:,nin+2)=uydata(:,nin+2)+ statenoise(ndp,2)+ inv(70)*uydata(:,nin+2).*randn(m,1);
uydata(:,nin+3)=uydata(:,nin+3)+ statenoise(ndp,3)+ inv(1000)*uydata(:,nin+3).*randn(m,1);
yimes=uydata(:,nin+1:nxm);
yinv1=zeros(ndp,1);yinv2=zeros(ndp,2);yinv3=zeros(ndp,3);
yinv1=statenoise(ndp,1)+ inv(1000)*uydata(:,nin+1).*randn(m,1);
yinv2=statenoise(ndp,2)+ inv(70)*uydata(:,nin+2).*randn(m,1);
yinv3=statenoise(ndp,3)+ inv(1000)*uydata(:,nin+3).*randn(m,1);
yinv=[yinv1 yinv2 yinv3];
R_ref=diag(cov(yinv));
p0=.6*pref;
p0_ub=pref+pref*.9; p0_lb=pref-pref*.9;wapriori=0*p0(LISTP);
OPTIONS=0; OPTIONS(1)=1;OPTIONS(14)=330;
[llf,GC,rr,k,phi,gam,c,d]=mml4fit(p0(LISTP));
yest0=yest;inovt0=inovt;% ESTIMATED FOR INITIAL PARAMETER VECTOR
YEST0=dlsim(phi,gam,c,d,uydata(:,1:nin),x0); % NOISE FREE-RESPONSE FOR INITIAL
PARAMETER
YEST0=yest0; inovt1=inovt; gg1=(inovt1'*inovt1)/ndp;
p=constr('mml4fit',p0(LISTP),OPTIONS,p0_lb(LISTP),p0_ub(LISTP));
yest1=yest; p1=p;
%for j=1:2
gg=(inovt'*inovt)/ndp; %qq=diag(p(nlistp1:nlistp2))*kQ;
p=constr('mml4fit',p,OPTIONS,p0_lb(LISTP),p0_ub(LISTP));
%end
[llf,GC,rr,k,phi,gam,c]=mml4fit(p);

pestim=p'; preel=pref(LISTP);
pinit=p0(LISTP);
pint=p1';
for i=1:length(p)
    erreur_e(i)=(preel(i)-pestim(i))/preel(i);
    erreur_int(i)=(preel(i)-pint(i))/preel(i);
end
erreur_e=abs(erreur_e*100);
erreur_int=abs(erreur_int*100);
fresults=[preel pinit pint pestim erreur_int' erreur_e']

```



```

ifm=yms(:,1); vdm=yms(:,2); vqm=yms(:,3);
ifi=YEST0(:,1); vdi=YEST0(:,2); vqi=YEST0(:,3);
ife=yest(:,1); vde=yest(:,2); vqe=yest(:,3);
ifl=yestl(:,1); vdl=yestl(:,2); vql=yestl(:,3);
for i=1:length(t)
    vtm(i)=sqrt(vdm(i)^2+vqm(i)^2);
    vti(i)=sqrt(vdi(i)^2+vqi(i)^2);
    vte(i)=sqrt(vde(i)^2+vqe(i)^2);
    vtl(i)=sqrt(vdl(i)^2+vql(i)^2);
end

```

```
function [llf,GC,k,phi,gam,c,d]=mmlfit(p)
```

```
% Wamkeue René : Thèse de Doctorat 1997
```

```

%=====
% cette routine calcule la fonction coût : fonction de vraisemblance -eq 267 Thèse de Doct. R. W.
% elle est appelée par ml4demok.m
% les variables globales sont définies dans ml4demok.m
% sorties:
% llf: fonction de vraisemblance ou fonction coût
% GC: défini les contraintes d'optimisation dans le format de const.m
% k: gain de kalman
% phi: matrice discrète d'état du modèle linéaire
% gam: matrice discrète de commande d'état du modèle linéaire
% c: matrice de sortie d'état
% d: matrice de commande de sortie
% entrées:
% variables globales définies dans ml4demok.m
% p: vecteur de paramètres à identifier
%=====
global uydata
global yest
global inovt
global k_gain gg qq wapriori qref npref nlam
global pref LISTP AXX Tech LISTML x0
%AXX=[nd nq fn epsilon typemodele var_etat axe_essai];
nd=AXX(1); nq=AXX(2); fn=AXX(3); epsilon=AXX(4); typemodele=AXX(5); var_etat=AXX(6);
axe_essai=AXX(7); alpha=0; id=AXX(7); wm=1; nordre=AXX(6); x=pref;x(LISTP(1:nlam))=p(1:nlam);

[aa,bb,cc,dd]=del(x,nd,nq,wm,fn,id);
a=aa; b=bb; c=cc; d=dd; [n11,nx]=size(a);dt=Tech;[phi,gam]=c2d(a,b,dt);
[nm,nx]=size(c);[ndp,num]=size(uydata);
if(gg==[] & qq==[]) gg=eye(nm);qq=eye(nx)*1e-5; end
if sum(diag(qq))==0, k=zeros(nx,nm); %pas de filtre de Kalman
end

%-----filtre statique de Kalman de Kalman-----
k=lqe(a,eye(nx),c,qq*qq'/dt/dt,gg)*dt; k_gain=k;

```

```
inovt=-litr(phi-phi*k*c,[gam-phi*k*d,phi*k],uydata,x0) * c' + ...
uydata*[-d,eye(nm)];
yest=uydata(:,num-nm+1:num)-inovt;
```

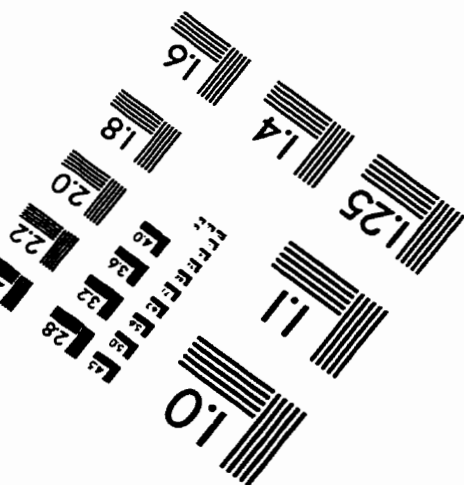
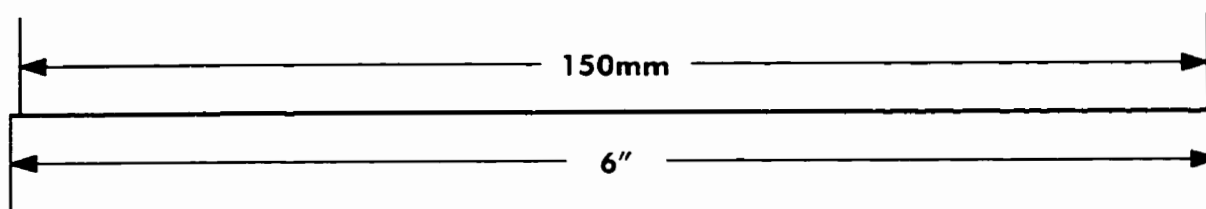
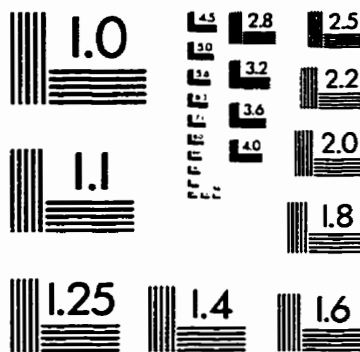
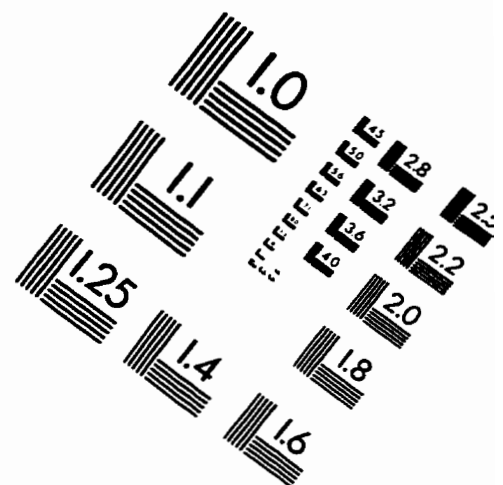
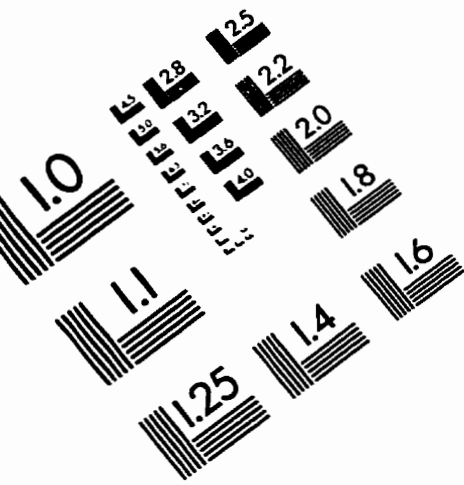
```
%-----calcul de la fonction coût: llf -----
wersuml=sum(sum((inovt/gg).*inovt)/ndp/nm;x(LISTP)-pref(LISTP);
wersuml=wersuml+(ans.*wapriori)*ans'/ndp/nm;
llf=ndp/2*(wersuml*nm+log(det(gg)));
GC=[eig(a);-eig(gg)];
```

%terme a priori

%contraintes pour constr

□

# IMAGE EVALUATION TEST TARGET (QA-3)



APPLIED IMAGE, Inc  
1653 East Main Street  
Rochester, NY 14609 USA  
Phone: 716/482-0300  
Fax: 716/288-5989

© 1993, Applied Image, Inc., All Rights Reserved

